



Duração: 30 minutos

2014-01-22

Nota 1: *Esboce de forma clara os esquemas estáticos utilizados e aplique uma notação coerente.*

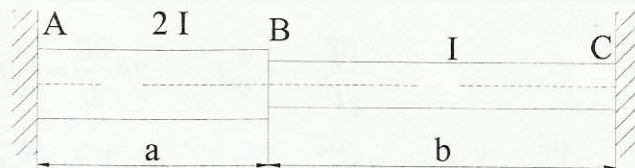
Nota 2: Não é permitida a utilização de calculadoras. As respostas serão formuladas, se necessário de forma analítica. Constantes elásticas do aço (E , ν , G).

Parte teórica

Questão 1 – (2,0 valores) O veio de secção circular bi-encastado em ambas as extremidades está sujeito a um momento torçor M_t na secção B. O angulo de torção por unidade de comprimento é dado por

$$\frac{\phi}{L} = \frac{M_t}{GI_p}$$

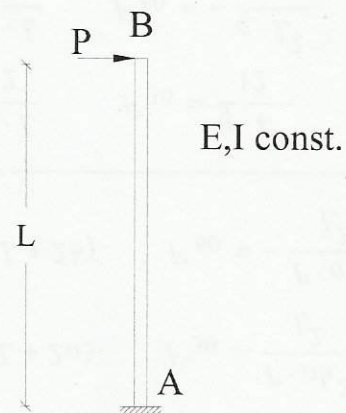
em que, L é o comprimento do veio, G é o módulo de elasticidade transversal e I_p o momento de inércia polar.



Determine o diagrama de momento torsor ao longo do veio, de secção variável ($2I_p$ e I_p). Estabeleça a equação de compatibilidade de deslocamentos a partir da definição do angulo de torção por unidade de comprimento fornecida. (expresse os resultados em função de M_t , G , I_p , a e b)

Questão 2 - (2,0 valores) Em que consiste o Método de Bonfim Barreiros? Quais as condições de aplicabilidade do método?

Qual o valor do deslocamento horizontal Δ e a rotação θ na secção B da coluna da figura quando sujeita a uma carga horizontal P .



Questão 3 – (1,0 valor)- O Critério de Von Mises estabelece que ocorre cedência de um ponto numa peça se o valor da Energia da Distorção igualar o valor da Energia de Distorção no ponto de Cedência do ensaio de tração do material da peça. Defina tensão equivalente de acordo com o Critério de Von Mises?

$$\bar{y} = \frac{\sum y_i A_i}{\sum A_i}$$



Universidade do Porto
FEUP Faculdade de Engenharia

Mecânica das Estruturas I

Departamento de Engenharia Mecânica

Duração: 2,5 Horas

2014-01-22

Parte Prática - A

Nota 1: *Esboce de forma clara os esquemas estáticos utilizados e aplique uma notação coerente.*

Nota 2: *Utilize para cada problema uma capa de exame em separado.*

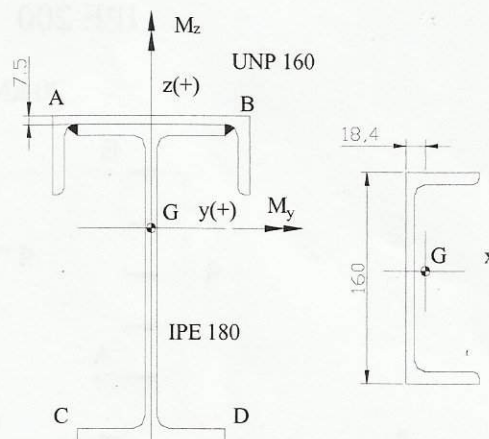
Nota 3: *Justifique os cálculos.*

Aço - $E = 210 \text{ GPa}$; $\nu = 0,3$ $G = E/(2 \times (1 + \nu))$

Problema 1) - (5 valores) A secção resistente de uma viga é constituída por um perfil IPE180 e um UNP160 em aço FE430, conforme a figura.

a) Determine o valor máximo do momento fletor M_z , para o qual se atinge o valor da tensão de cedência no ponto crítico da secção admitindo que atuam simultaneamente $M_y = 40 \text{ kN.m}$ e $N = 200 \text{ kN}$.

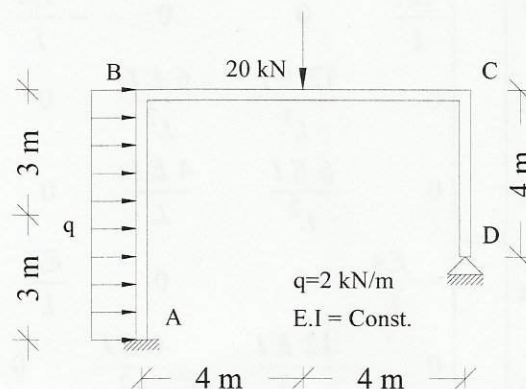
b) Desenhe os diagramas das tensões de flexão devidos a M_y e M_z . Incluir os valores numéricos nos pontos relevantes dos diagramas. (**Note bem:** Um diagrama não é um conjunto de riscos **sem referências de escalas e valores numéricos**).



Problema 2 (5,0 valores) – Método das Forças. Para a estrutura representada na Fig. 3 determine as reações nos apoios. Na solução deve abordar as seguintes questões:

- Desenhe os diagramas de momentos no sistema de base quando carregado pelas cargas reais e pela(s) ação (ou ações) unitária(s) considerada(s). No traçado do diagrama de momentos deve utilizar as propriedades dos diagramas de momentos que permitam um traçado expedito dos mesmos sempre que possível.

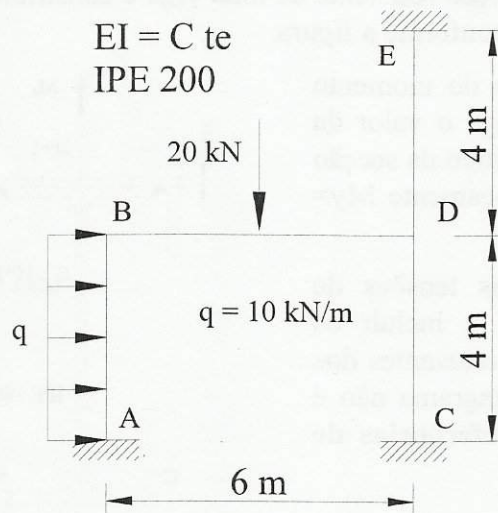
- Sempre que possível utilize o método de Bonfim Barreiros (1,5 valores) para a determinação dos coeficientes de flexibilidade.



Problema 3 (5 valores) – a) Utilizando uma formulação direta pelo Método dos Deslocamentos escreva o sistema de equações que permitem determinar a configuração de equilíbrio da estrutura. Admita as barras inextensíveis.

b) A partir dos deslocamentos dos nós B e D, da tabela seguinte, determine os diagramas de esforços (N, V e M) nas barras AB e BD (x,y,z triedro direto, x horizontal para a direita)

	Nó B	Nó D
dx	8,48	8,35
dy	- 0,20	- 0,11
Rot zz (graus)	- 0,327	0,207



$$\begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ F_4 \\ F_5 \\ F_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & 0 & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \\ -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ d_4 \\ d_5 \\ d_6 \end{Bmatrix}$$



Duração: 2,5 Horas

2014-01-22

Parte Prática Parte II - A

Nota 1: *Esboce de forma clara os esquemas estáticos utilizados e aplique uma notação coerente.*

Nota 2: *Utilize para cada problema uma capa de exame em separado.*

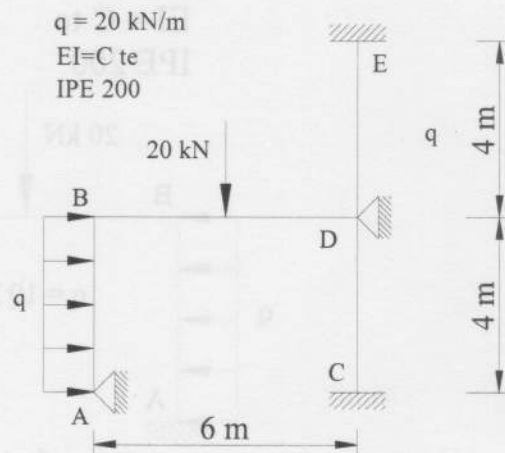
Nota 3: *Justifique os cálculos.*

Aço - $E = 210 \text{ GPa}$; $\nu = 0,3$ $G = E/(2 \times (1 + \nu))$

Problema 1) - (5 valores) Método de

CROSS – Determine os momentos de continuidade nas barras.

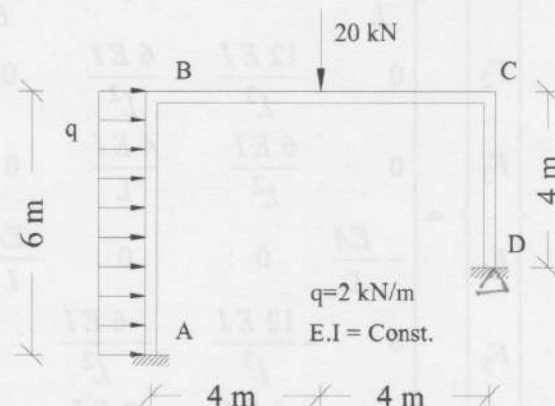
b) Desenhe o diagrama de momentos nas barras AB e BD



Problema 2 (5,0 valores) Método das Forças – Para a estrutura representada na Fig. 3 determine as reações nos apoios. Na solução deve abordar as seguintes questões:

a) Desenhe os diagramas de momentos no sistema de base quando carregado pelas cargas reais e pela(s) ação (ou ações) unitária(s) considerada(s). No traçado do diagrama de momentos deve utilizar as propriedades dos diagramas de momentos que permitam um traçado expedito dos mesmos sempre que possível.

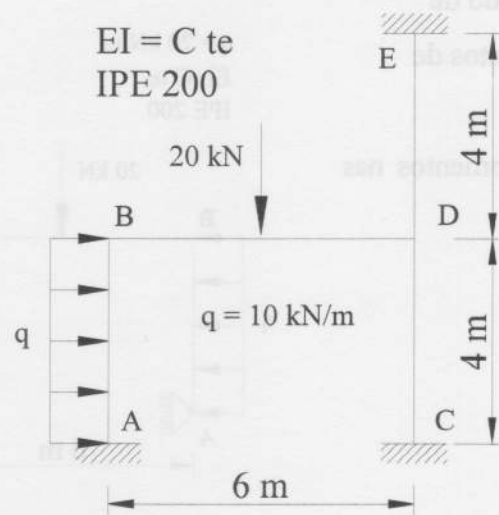
b) (1,5 valores) Sempre que possível utilize o método de Bonfim Barreiros para a determinação dos coeficientes de flexibilidade.



Problema 3 (5 valores) – a) Utilizando uma formulação direta pelo Método dos Deslocamentos escreva o sistema de equações que permitem determinar a configuração de equilíbrio da estrutura. Admita que as barras são inextensíveis.

b) A partir dos deslocamentos dos nós B e D, da tabela seguinte, determine os diagramas de esforços (N, V e M) nas barras AB e BD (x,y,z triedro direto, x horizontal para a direita)

	Nó B	Nó D
dx	8,48	8,35
dy	- 0,20	- 0,11
Rot zz (graus)	- 0,327	0,207



$$\begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ F_4 \\ F_5 \\ F_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & 0 & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \\ -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ d_4 \\ d_5 \\ d_6 \end{Bmatrix}$$



Duração: 30 minutos

2013-11-18

Nota 1: *Esboce de forma clara os esquemas estáticos utilizados e aplique uma notação coerente.*

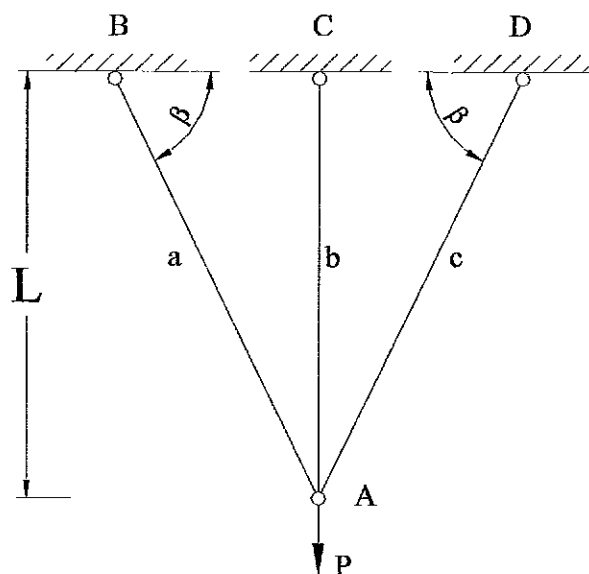
Nota 2: Não é permitida a utilização de calculadoras. As respostas serão formuladas, se necessário de forma analítica. Constantes elásticas do aço (E , ν , G).

Parte teórica

Questão 1 (3,0 valores) – Considere a estrutura de três barras da figura, do mesmo material (E , ν , G) e com a mesma secção reta (A , I).

a) Determine os esforços N_a , N_b e N_c em cada barra, em função da carga vertical P .

b) Determine o valor da carga de cedência em função da tensão de cedência do material. Que critério de resistência deve utilizar neste caso.



Questão 2 (2 valores) **Defina** tensão equivalente segundo o Critério da Tensão Tangencial Máxima? Qual o interesse na utilização do Critério da Tensão Tangencial Máxima em vez do Critério da Tensão Normal Máxima? Em que casos se deve ou pode utilizar cada um dos critérios?



Duração: 2 h e 30 minutos

2013-11-18

Nota 1: *Esboce de forma clara os esquemas estáticos utilizados e aplique uma notação coerente.*

Nota 2: Constantes elásticas do aço ($E=206 \text{ GPa}$, $\nu=0,3$, $G=80 \text{ GPa}$).

Nota 3: *Utilize para cada problema uma capa de exame em separado.*

Parte Prática

Questão 1 (6 valores) – A peça da figura é constituída por um tubo ($D_{ext}=159 \text{ mm}$, espessura $4,5 \text{ mm}$, comprimento $1,5 \text{ m}$) e está solicitada pelas ações (F_1 , F_2), atuando numa placa ABCD conforme indicado. Despreze o efeito das tensões de corte devidas ao esforço cortante. A leitura de extensómetros montados nos pontos P e Q indica os seguintes valores para deformações (deformação axial na superfície do tubo):

Ponto P $\epsilon_{xx} = 37,75 \text{ E-}05$

Ponto Q $\epsilon_{xx} = 91,0 \text{ E-}05$

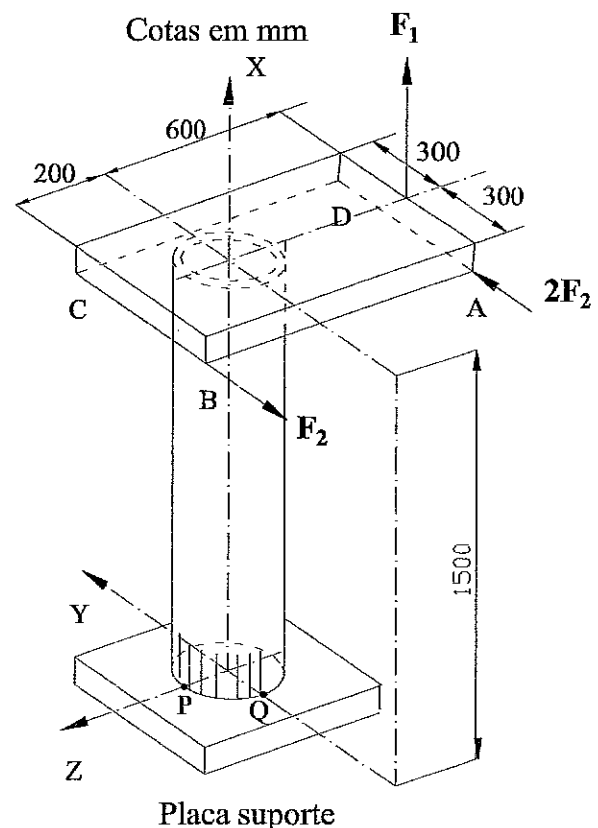
a) (2,0 valores) Determine os esforços na secção de ligação do tubo à placa de suporte. Qual o valor das forças F_1 e F_2 ?

b) (2,0 valores) **Despreze** as tensões devidas ao esforço cortante. **Considerando no entanto** a contribuição de todos os outros esforços, qual o ponto crítico? Caracterize o estado de tensão no ponto crítico. Especifique o valor da tensão de cedência do material se pretender trabalhar com um coeficiente de segurança de 1,5. Desenhe o diagrama das tensões normais e das tensões de corte na secção crítica.

c) (1,0 valor) **Qual** o valor tensão equivalente segundo o Critério da tensão tangencial Máxima, no ponto crítico da secção.

d) (1.0 valor) Desenhe o círculo de Mohr (CM) para o ponto crítico. Qual a orientação da faceta a que correspondem as tensões principais em relação à geratriz do tubo. (N.B. Não é aceite o desenho do CM a partir do conhecimento das tensões principais).

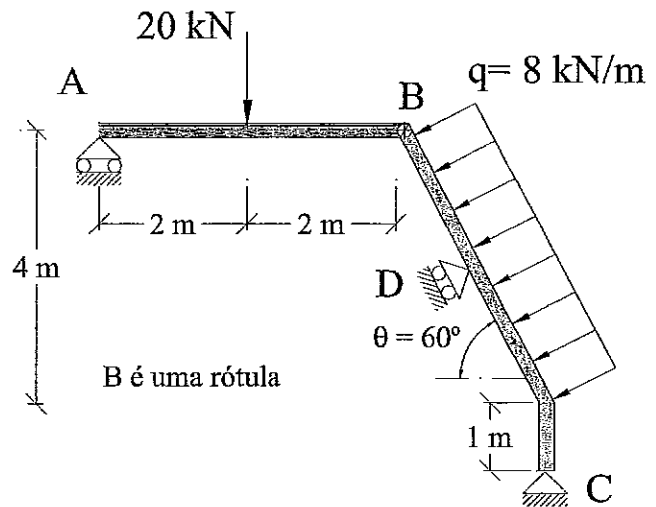
Nota: Quer a placa de suporte quer a placa ABCD são indeformáveis, estando a placa de suporte perfeitamente fixa.



Questão 2 (5,5 valores) – a) Desenhe os diagramas de esforços para a estrutura representada formada por duas barras AB e BC ligadas por uma rótula em B. Na representação dos diagramas de esforços deve utilizar uma escala adequada. Deve igualmente inscrever os valores do diagrama nas extremidades das barras e os valores máximos intermédios existentes.

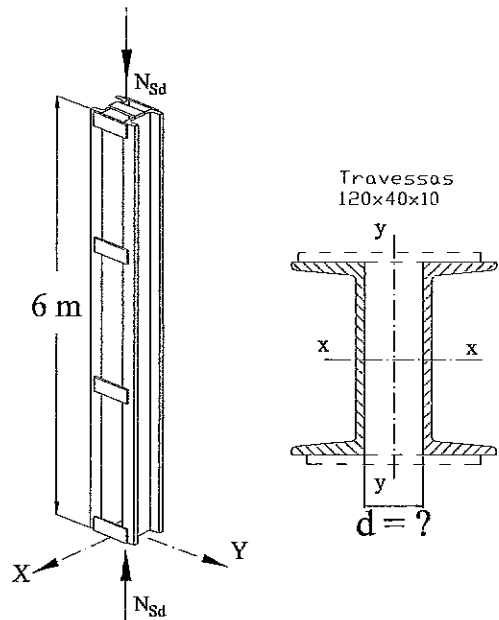
b) Explícite como a partir dos valores representados nos diagramas pode confirmar o equilíbrio dos esforços internos na secção B.

Nota: O apoio D está a meio do tramo sujeita a carga uniformemente distribuída.



Questão 2 (3,5 valores) -Uma escora de 6 m de altura é constituída por uma secção composta 2×UNP está sujeita a uma carga axial de 450 kN. Dimensione o perfil UNP a utilizar admitindo que usa o aço Fe 360 e que pretende um coeficiente de segurança de 1,5.

Defina qual o afastamento entre as duas peças e qual o afastamento e o número de travessas necessárias.



As condições fronteira estão descritas na tabela seguinte (dx, dy e dz são os deslocamentos segundo os eixos XYZ sendo o eixo dos ZZ coincidente com o eixo da escora).

	dx	dy	dz	Rot x	Rot y	Rot z
base	fixo	fixo	fixo	livre	livre	fixa
z = 6 m	fixo	fixo	livre	livre	livre	fixa



Duração: 3 Horas

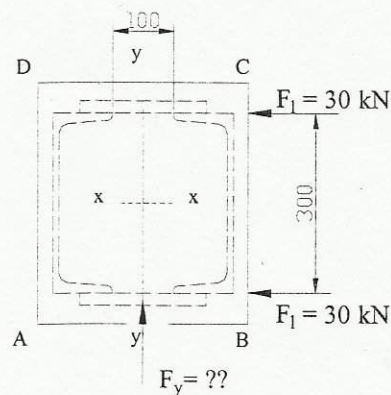
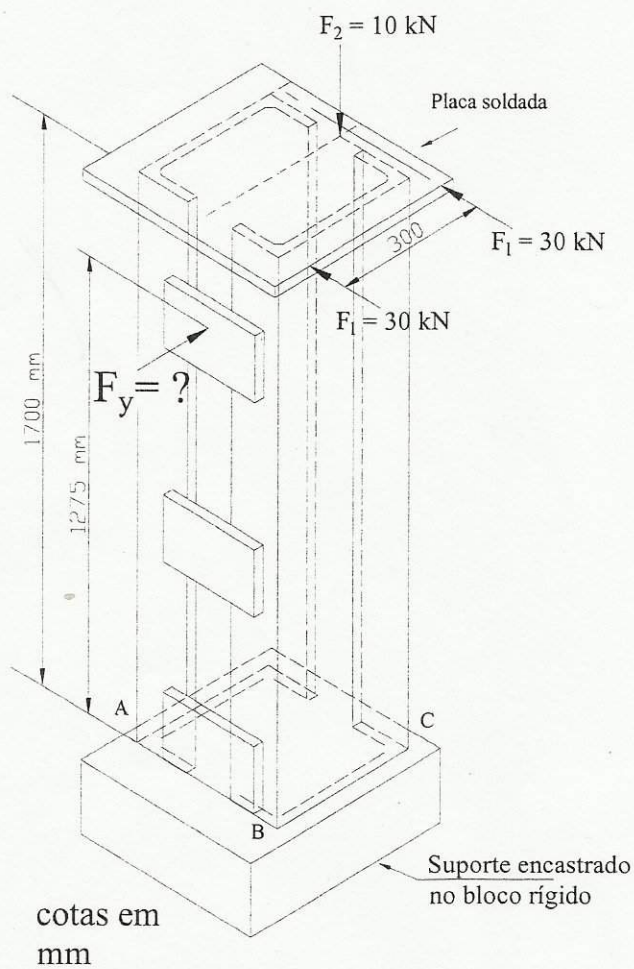
2013-03-12

Nota 1: Esboce de forma clara os esquemas estáticos utilizados e aplique uma notação coerente. Justifique todas as respostas e cálculos.

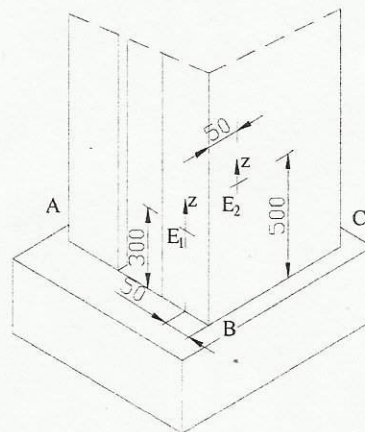
Nota 2: Constantes elásticas do aço ($E=210 \text{ GPa}$, $\nu=0,3$, $G=80 \text{ GPa}$)

Nota 2: Utilize para cada problema uma capa de exame em separado.

Problema 1 – O suporte de um equipamento industrial, é constituído por um perfil composto 2 x UNP 300, com afastamento de 100 mm (Fe 360), encastrado na base e possui uma placa soldada no topo, sobre a qual actuam as acções representadas. A ligação entre os dois perfis é efectuada por travessas conforme representado (por questões de simplificação do desenho só foram representadas as da face visível). Despreze o efeito das tensões de corte devidas ao esforço cortante.



Nota: Travessas de solidarização na face oculta não estão representadas
Forças F1 e F2 aplicadas à cota 1700 mm
Força Fy aplicada à cota 1275 mm



a) (2,5 valores) A leitura em dois extensómetros E_1 e E_2 localizados conforme figura, indica para valores da deformação linear segundo o eixo dos zz , $\epsilon_z = 4,753 \times 10^{-4}$ e $\epsilon_z = 4,27 \times 10^{-4}$.

Determine qual o valor da força F_y representada.

- b) (1,0 valores) Desenhe, a uma escala apropriada os três diagramas correspondentes à variação da tensão devido a M_y , M_z e N , na base da coluna.
- c) (1,5 valores) Caracterize o estado de tensão no ponto crítico da peça, representando, a uma escala apropriada as componentes do respectivo estado de tensão. Indique qual a orientação da primeira tensão principal desse estado de tensão em relação ao sistema de eixos x , y e z .
- d) (0,5 valores) Determine qual o coeficiente de segurança com que a peça está a trabalhar. Qual o critério de resistência que utilizou e porquê?
- e) (2,0 valores) Determine o deslocamento horizontal δ_x e a rotação θ_y sofrida pela secção superior da peça, utilizando o teorema da Carga Unitária e o Método de Bonfim Barreiros. Pretende-se valores numéricos para as duas deformações.

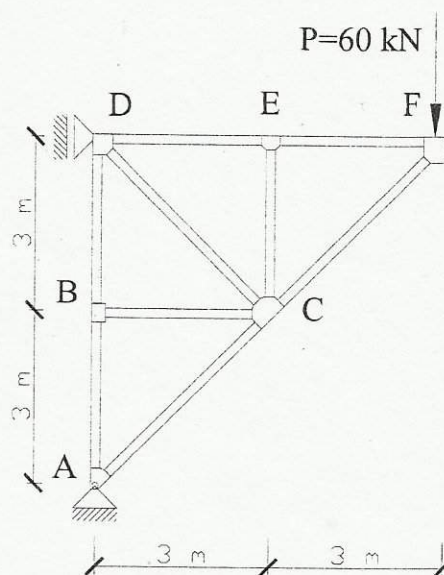
Problema 2 – a) (1,0 valores) Para a estrutura articulada representada, determine as reações nos apoios e os esforços nas barras pelo Método de Equilíbrio dos Nós. Material Fe 360.

b) (1,0 valor) Confirme o resultado anterior em três das barras, pelo método das secções.

c) (2,5 valores) Considere que todos os nós da estrutura se encontram contraventados no plano perpendicular à estrutura. Dimensione as barras à compressão, admitindo que pretende utilizar a mesma secção, UNP simples, de modo a garantir o menor peso.

c_1 – Indique qual o tipo de montagem: orientação considerada para as barras de modo a aumentar a sua resistência e portanto permitir utilizar um perfil de menor área.

c_2 – Indique qual o modo crítico de encurvadura (modo de deformação) porquê.



Problema 3 (8,0 valores) – Para a estrutura representada na figura, em aço e de secção constante, determine as reações nos apoios.

Notas : 1) Deve apresentar no máximo por cada incógnita hiperestática **dois esquemas estáticos e só dois**, um com a geometria perfeitamente definida, cotas e reacções, na notação utilizada para a resolução do problema. O segundo esquema deve representar o diagrama de momentos flectores. Os caracteres devem ser legíveis à primeira vista e **não após um exercício de adivinhação pelo docente**.

2) -Deve utilizar uma escala apropriada para o traçado dos diagramas

3) Sempre que possível utilize o método de Bonfim Barreiros para a determinação dos coeficientes de flexibilidade

Parte I

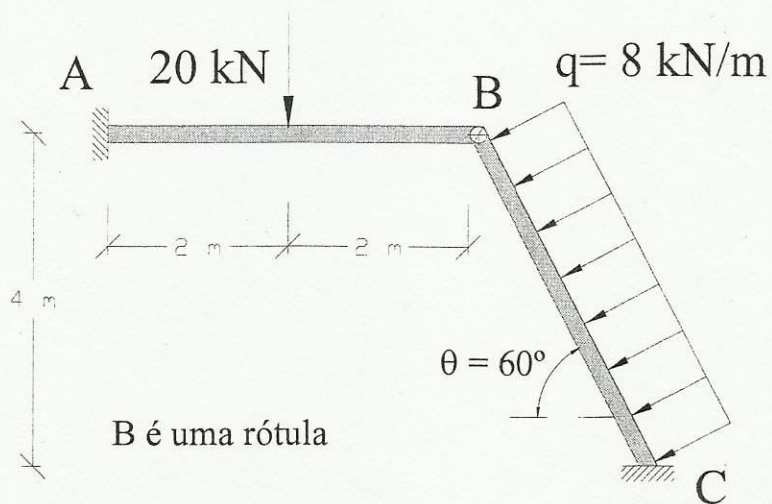
a) (1,5 valores) Apresente duas soluções possíveis para reduzir o grau de hiperestaticidade da estrutura na resolução do problema:

– Solução A – Sem a criação de mais nenhuma rótula.

– Solução B – Com a introdução de pelo menos uma rótula num dos apoios.

Qual o significado físico de cada uma das equações que escreveu para a determinação das incógnitas hiperestáticas e dos diferentes coeficientes utilizados?

Apresente um esquema estático para o sistema de base utilizado para cada uma das Soluções A e B. Defina nesse esquema estático o significado físico dos diferentes coeficientes de flexibilidade.



Parte II

Adote uma das soluções propostas na Parte I.

N.B. Despreze a contribuição do esforço cortante e do esforço normal no cálculo dos integrais de Mohr.

- (4 valores) Desenhe os diagramas de momentos no sistema de base quando carregado pelas cargas reais e pela(s) ação (ou ações) unitária(s) considerada(s).
- (1,5 valores) Defina Método de Bonfim Barreiros. Qual a justificação teórica para o método? Quais as condições de aplicabilidade do método?
- (1,0 valor) Desenhe à escala o diagrama de momentos final na estrutura.



Duração: 2,5 Horas

2012-11-05

Nota 1: *Esboce de forma clara os esquemas estáticos utilizados e aplique uma notação coerente.*

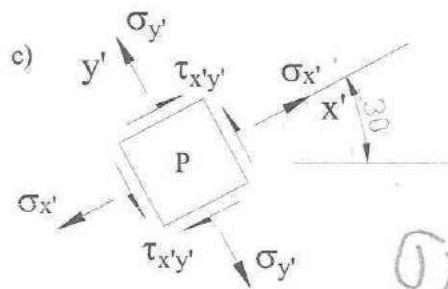
Nota 2: Constantes elásticas do aço ($E=206 \text{ GPa}$, $\nu=0,3$, $G=80 \text{ GPa}$).

Nota 3: *Utilize para cada problema uma capa de exame em separado.*

Versão B

Questão 1 (7,0 valores) – Um perfil composto IPE 200 + UNP 160, em Fe 430 está sujeito a flexão simples (M_y). Para uma roseta montada na alma, ponto P, a 25 mm da base da secção e a três metros do apoio (ver figura) e inclinada a 30° com a horizontal, obtivemos para componentes das tensões:

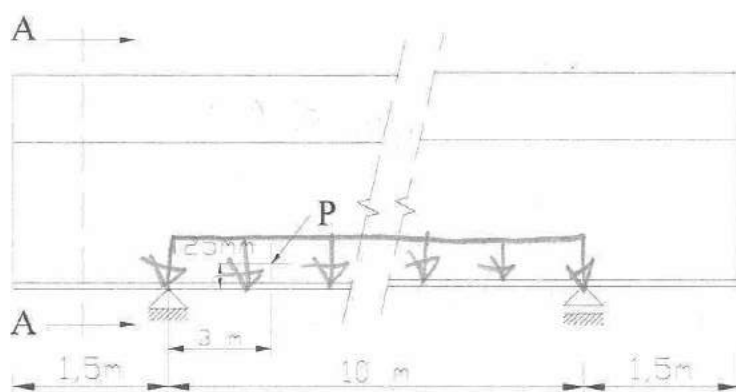
$$\sigma_{x'} = 77,9 \text{ N/mm}^2 ; \sigma_{y'} = 28,5 \text{ N/mm}^2 ; \tau_{x'y'} = -47,3 \text{ N/mm}^2$$



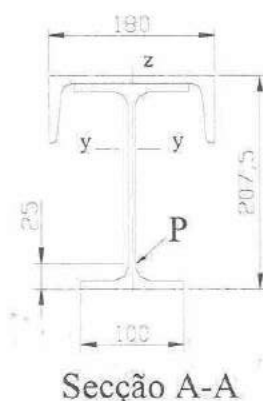
σ_{xx}
 σ_{yy}
 τ_{xy}

- Utilizando o círculo de Mohr e deduzindo a partir deste as expressões necessárias, determine as tensões de flexão e a tensão de corte numa faceta perpendicular ao eixo da peça. Faça um pequeno relatório do processo seguido no desenho do CM e na determinação das tensões.
- Determine os módulos de resistência à flexão W_y e W_z da secção representada. Determine o valor dos *Momentos de Cedência* no caso de flexão simples segundo o eixo dos yy e, segundo o eixo dos zz .
- Conhecido o estado de tensão definido em a) determine qual o valor da carga q_z aplicada.
- Admitindo que atua simultaneamente uma carga $q_y = 0,5 \times q_z$ determine qual o ponto crítico da peça e qual o coeficiente de segurança com que está a trabalhar. Desenhe os diagramas da variação da tensão de flexão na secção crítica devidos a M_y e a M_z (desenhe portanto dois diagramas).

Nota: Caso não tenha resolvido a alínea c) tome $q_y = 2,5 \text{ kN/m}$



a)



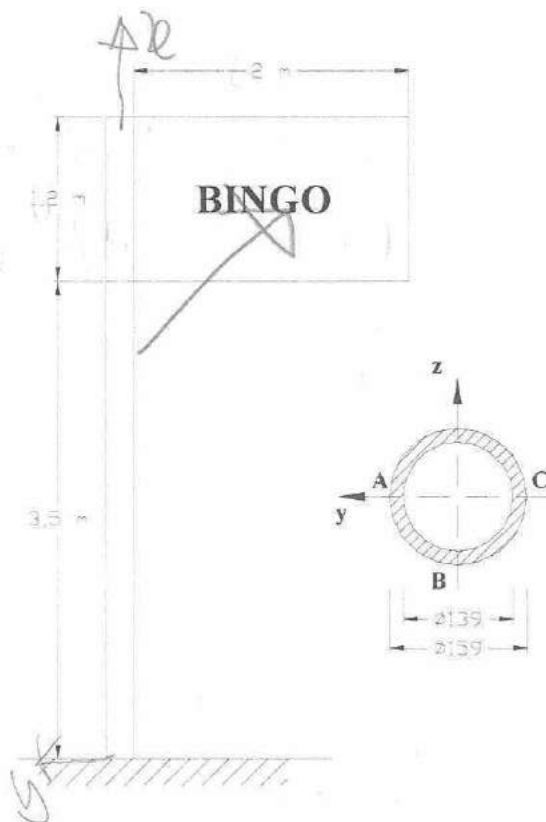
b)

Questão 3 (7 valores) – Uma coluna de secção tubular ($D_{ext} = 159 \text{ mm}$, $t = 10 \text{ mm}$), serve de suporte a uma placa publicitária de $(2,0 \times 1,2 \text{ m})$. Os esforços sobre a coluna resultam essencialmente do peso da placa ($7,50 \text{ kN}$) e da ação do vento sobre a placa. a) Desenhe os diagramas de esforços sobre a coluna.

b) Determine o estado de tensão nos pontos A, B e C, da secção de encastramento.

c) Desenhe o círculo de Mohr respetivo. Para o ponto crítico da secção determine: i) A tensão tangencial máxima; ii) O valor da tensão equivalente segundo o critério da Tensão Tangencial Máxima.

Admita que o valor de cálculo da pressão do vento é de $2,0 \text{ kN/m}^2$.



Questão 2 (5 valores) – A secção de uma viga simplesmente apoiada de 10 m de vão é constituída por um perfil IPE 600 reforçado por placas 200×10 mm, soldadas aos banzos conforme se indica.

a) Uma análise experimental de tensões efetuada com incrementos quasi-estáticos da carga q representada indica para valores da tensão no ponto P

$$\sigma_{x'} = -79,7 \text{ N/mm}^2; \tau_{x'y'} = 48,5 \text{ N/mm}^2; \sigma_{y'} = -17,3 \text{ N/mm}^2$$

Nota: Tal como indicado na figura, o ponto P está a 200 mm do eixo da viga sobre a superfície da alma e numa secção a 2,0 m do apoio esquerdo. Os eixos x' e y' são eixos ortogonais e o eixo dos x' faz um ângulo de 45° com o eixo horizontal da viga.

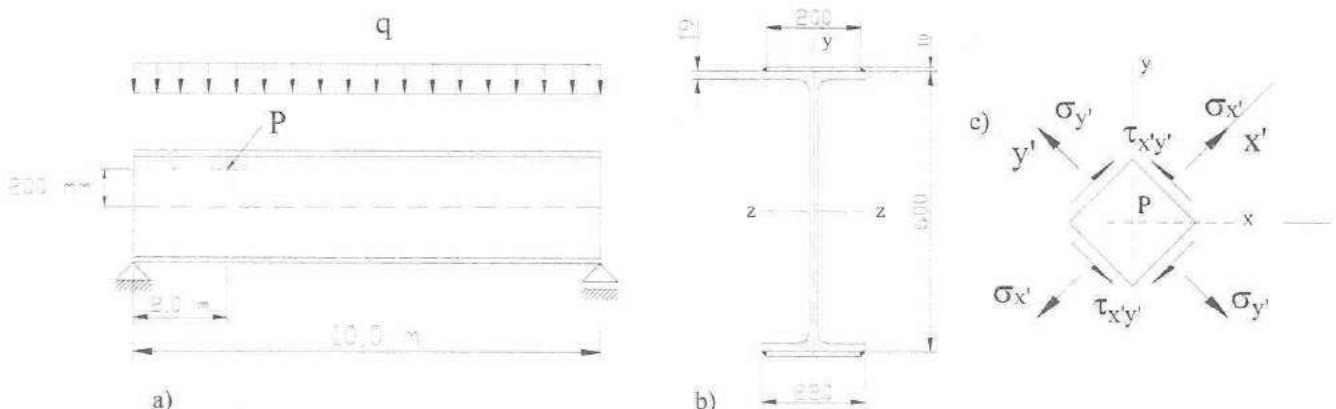
a.1 (1,5 valores) Desenhe o Círculo de Mohr para o estado de tensão no ponto P. Determine a partir do Círculo de Mohr o valor das tensões principais no ponto P. Determine as componentes da tensão no ponto P referidas ao sistema de eixos Oxy.

Nota – não é aceite a representação do Círculo de Mohr a partir das tensões principais.

a.2 (1 valor) Determine qual o valor da carga aplicada na altura do registo das tensões indicadas.

b) (1 valor) Determine o valor da tensão máxima verificada na secção crítica da viga.

c) (1,5 valores) Defina tensão equivalente segundo o critério da tensão tangencial máxima. Explícite o seu significado físico no caso de um estado de tensão plano. Admita que pretende trabalhar com um coeficiente de segurança de 1,5 determine qual o valor da tensão de cedência mínima do aço para o material da viga, de acordo com o critério da Tensão Tangencial Máxima.





Duração: 3 Horas

2ª PARTE

2012-01-17

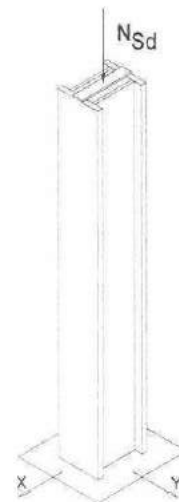
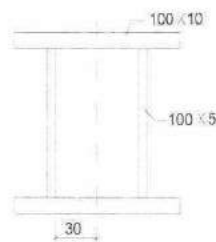
Nota 1: Esboce de forma clara os esquemas estáticos utilizados. Aplique uma notação coerente.

Nota 2: Constantes elásticas do aço ($E=206 \text{ GPa}$, $\nu=0,3$, $G=80 \text{ GPa}$).

Nota 3: Utilize para cada problema uma capa de exame em separado.

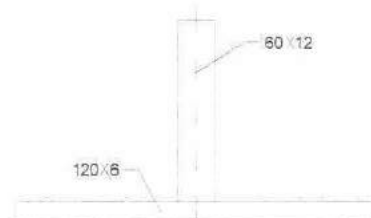
1. i) (1 valor) O que entende por problema de Euler. Defina carga crítica de Euler. Para que condições o REAPE utiliza o cálculo da carga crítica de Euler. Qual a relação entre a carga crítica de Euler e o cálculo efectuado pelo REAPE.
- ii) (3 valores) Uma coluna de 4m de comprimento, com as condições fronteira definidas na tabela anexa, é constituída por chapas de aço Fe360, soldadas. A sua secção recta está representada na figura. Apresente um esquema com os modos de deformação possíveis da peça de acordo com as condições fronteira explicitadas na tabela. Maximize o esforço de compressão orientando convenientemente a coluna. Apresente um esboço da orientação escolhida. Qual o valor da carga máxima admissível de acordo com o REAPE?

	dX	dY	dZ	Rot X	Rot Y	Rot Z
base	fixo	fixo	fixo	livre	fixo	fixo
Z = 4m	fixo	fixo	livre	livre	livre	livre



- 2 (3 valores) - Uma peça solicitada à flexão pura (aço Fe360) é constituída por duas chapas soldadas (ver figura).

- i) Determine a posição do eixo neutro elástico.
- ii) O que entende por momento de cedência. Calcule o seu valor.
- iii) Explícite o valor da resultante do esforço normal para cada uma das áreas à tracção e compressão quando da formação da rótula plástica (i.e. plastificação de todos os pontos da secção recta). Qual a posição do eixo neutro plástico?
- iv) Determine o valor do momento plástico.

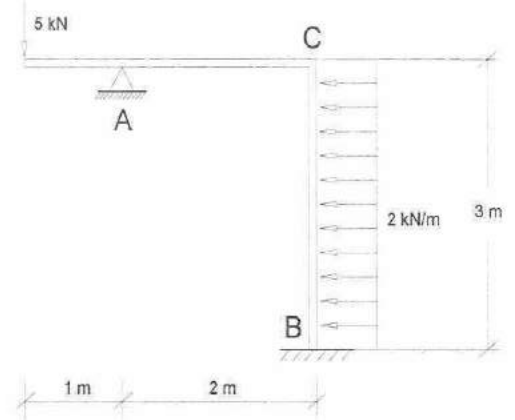


3. Considere a estrutura hiperestática representada na figura

- i) Apresente dois sistemas de base possíveis para a resolução pelo método das forças. Qual dos dois sistemas propostos é o mais aconselhável para aplicação do método de Bonfim Barreiros na determinação dos $\delta\delta$. Qual o significado físico da equação canónica do método das forças para o sistema de base a adoptar na resolução do problema. Qual o significado físico de δ_{10} e de δ_{12} . (1,5 valores)

- ii) Determine as reacções nos apoios. Apresente todos os cálculos e desenhe de forma clara todos os diagramas de esforços necessários à resolução. No cálculo dos integrais de Mohr utilize sempre que possível o método de Bonfim Barreiros. (4 valores)

- iii) Desenhe o diagrama de momentos flectores final da estrutura. (1,5 valores)



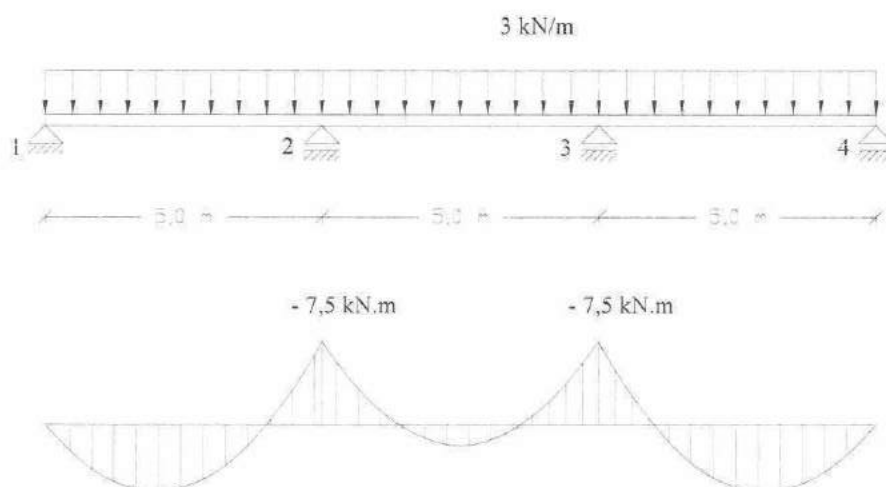
4. (6 valores) – A figura representa o diagrama de momentos flectores para uma viga contínua de três tramos (secção IPE140, Fe 360) com uma carga uniformemente distribuída constante $q=3 \text{ kN/m}$. A análise de esforços na estrutura mostra que o momento flector nos apoios é de $M_2=M_3 = -7,5 \text{ kN.m}$.

a) Conhecidos os valores de M_2 e M_3 , determine qual o valor das reacções nos apoios.

b) Qual o valor máximo do momento flector entre apoios em cada um dos três tramos da viga? Qual o valor da tensão máxima de flexão na viga.

c) Desenhe o diagrama de esforços cortantes.

d) Determine a flechas máximas a meio vão entre os apoios 2 e 3 utilizando o Teorema da Carga Unitária e o conceito de sistema base do Método das Forças.





Duração: 3 Horas

2012-04-27

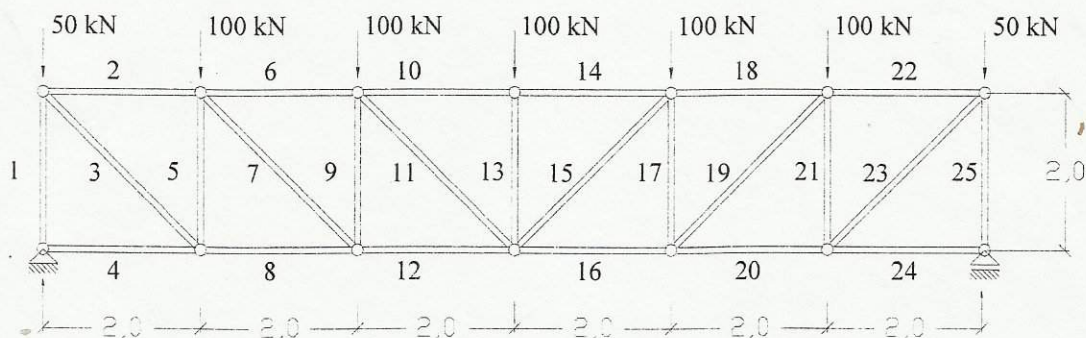
Nota 1: *Esboce de forma clara os esquemas estáticos utilizados e aplique uma notação coerente.*

Nota 2: Constantes elásticas do aço ($E=206\text{ GPa}$, $\nu=0,3$, $G=80\text{ GPa}$).

Nota 3: *Utilize para cada problema uma capa de exame em separado.*

Questão 1. – A figura representa uma viga articulada em que todos os nós estão devidamente contraventados no plano perpendicular à estrutura.

- (1 valor) Defina método de equilíbrio de nós. Qual a convenção de sinais utilizada neste método e porquê?
- (1,5 valor) Determine os esforços nas barras 10, 11 e 12 utilizando o método das secções.
- (1,5 valores) Determine os esforços nas barras 6, 7, 8 e 9 utilizando o método de equilíbrio dos nós.
- (1 valor) Dimensione as barras 10 e 12 utilizando perfis IPE (Fe 430).



Questão 2 (5 valores) – A secção de uma viga simplesmente apoiada de 10 m de vão é constituída por um perfil IPE 600 reforçado por placas 200×10 mm, soldadas aos banzos conforme se indica.

a) Uma análise experimental de tensões efetuada com incrementos quasi-estáticos da carga q representada indica para valores da tensão no ponto P

$$\sigma_{x'} = -79,7 \text{ N/mm}^2; \tau_{x'y'} = 48,5 \text{ N/mm}^2; \sigma_{y'} = -17,3 \text{ N/mm}^2$$

Nota: Tal como indicado na figura, o ponto P está a 200 mm do eixo da viga sobre a superfície da alma e numa secção a 2,0 m do apoio esquerdo. Os eixos x' e y' são eixos ortogonais e o eixo dos x' faz um ângulo de 45° com o eixo horizontal da viga.

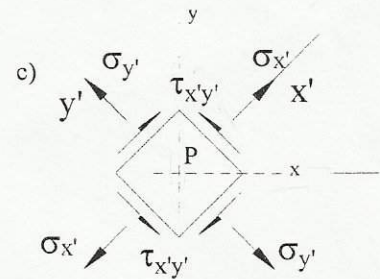
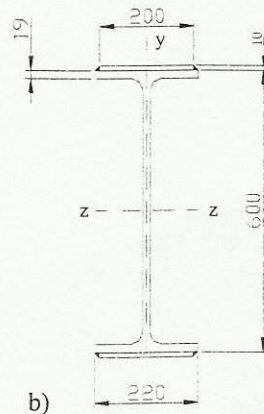
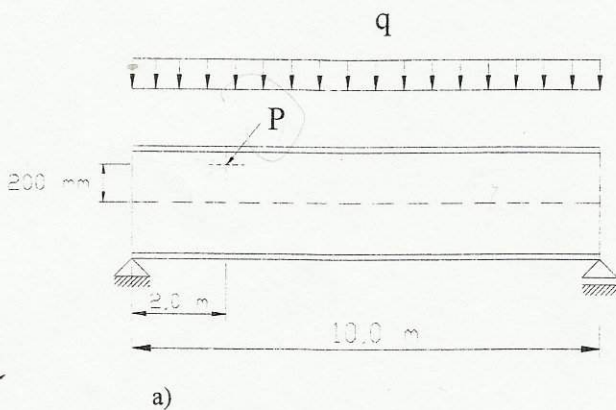
a.1 (1,5 valores) Desenhe o Círculo de Mohr para o estado de tensão no ponto P. Determine a partir do Círculo de Mohr o valor das tensões principais no ponto P. Determine as componentes da tensão no ponto P referidas ao sistema de eixos Oxy.

Nota – não é aceite a representação do Círculo de Mohr a partir das tensões principais.

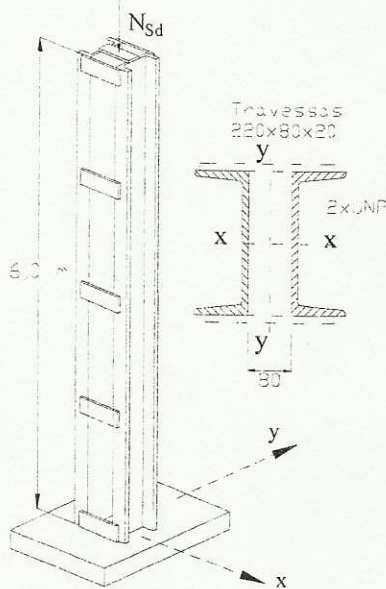
a.2 (1 valor) Determine qual o valor da carga aplicada na altura do registo das tensões indicadas.

b) (1 valor) Determine o valor da tensão máxima verificada na secção crítica da viga.

c) (1,5 valores) Defina tensão equivalente segundo o critério da tensão tangencial máxima. Explícite o seu significado físico no caso de um estado de tensão plano. Admita que pretende trabalhar com um coeficiente de segurança de 1,5 determine qual o valor da tensão de cedência mínima do aço para o material da viga, de acordo com o critério da Tensão Tangencial Máxima.



Questão 3 (4 valores)



Uma coluna de 6 m, base encastrada, é constituída por dois perfis UNP em Fe360, solidarizados por intermédio de travessas. No caso em estudo o afastamento dos perfis é de 80 mm. As condições fronteira no topo da coluna são definidas na tabela abaixo.

- a) (2,5 valores) Dimensione o perfil necessário admitindo que o valor de cálculo do esforço de compressão é de 1500 kN (valor que já inclui o coeficiente usual de majoração de cargas).
- b) (1,5 valores) Determine qual o número de travessas que deve considerar. Justifique a resposta.

Desloc x	Desloc y	Rotação seg x	Rotação seg y
fixo	fixo	livre	livre

Condições fronteira no topo da coluna.

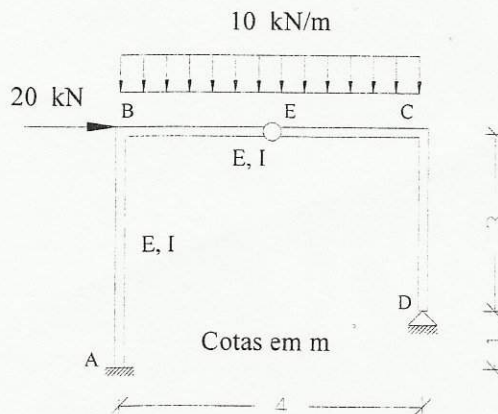
Questão 4

- a) (5,0 valores) Determine as reações nos apoios para a estrutura hiperestática da figura, utilizando o Método das Forças. Considere o sistema de base que lhe parece mais simples e que todas as barras têm a mesma secção ($EI = \text{const.}$).

Desenhe o diagrama de momentos fletores respeitantes às cargas reais e à ação unitária considerada. (Utilize o papel quadriculado de exame e adote uma escala conveniente para o traçado dos diagramas)

No cálculo dos coeficientes de flexibilidade utilize o método de Bonfim Barreiros, sempre que possível.

- b) (1,0 valor) Em que consiste o método de Bonfim Barreiros e quais as condições de aplicabilidade.





Duração: 3 Horas

EXAME GLOBAL

2012-01-17

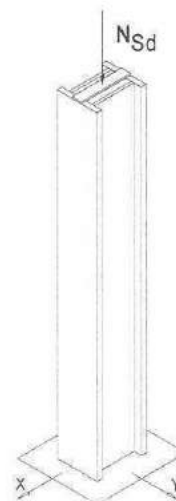
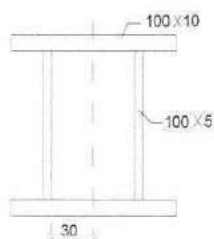
Nota 1: Esboce de forma clara os esquemas estáticos utilizados. Aplique uma notação coerente.

Nota 2: Constantes elásticas do aço ($E=206\text{ GPa}$, $\nu=0,3$, $G=80\text{ GPa}$).

Nota 3: Utilize para cada problema uma capa de exame em separado.

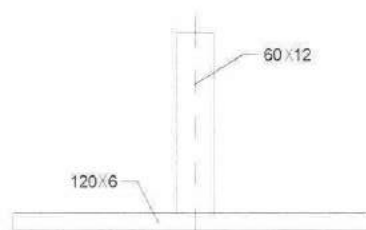
1. i) (1 valor) O que entende por problema de Euler. Defina carga crítica de Euler. Para que condições o REAPE utiliza o cálculo da carga crítica de Euler. Qual a relação entre a carga crítica de Euler e o cálculo efectuado pelo REAPE.
- ii) (3 valores) Uma coluna de 4m de comprimento, com as condições fronteira definidas na tabela anexa, é constituída por chapas de aço Fe360, soldadas. A sua secção recta está representada na figura.
- Apresente um esquema com os modos de deformação possíveis da peça de acordo com as condições fronteira explicitadas na tabela. Maximize o esforço de compressão orientando convenientemente a coluna. Apresente um esboço da orientação escolhida. Qual o valor da carga máxima admissível de acordo com o REAPE?

	dX	dY	dZ	Rot X	Rot Y	Rot Z
base	fixo	fixo	fixo	livre	fixo	fixo
Z = 4m	fixo	fixo	livre	livre	livre	livre



2 (3 valores) - Uma peça solicitada à flexão pura (aço Fe360) é constituída por duas chapas soldadas (ver figura).

- Determine a posição do eixo neutro elástico.
- O que entende por momento de cedência. Calcule o seu valor.
- Explicito o valor da resultante do esforço normal para cada uma das áreas à tracção e compressão quando da formação da rótula plástica (i.e. plastificação de todos os pontos da secção recta). Qual a posição do eixo neutro plástico?
- Determine o valor do momento plástico.

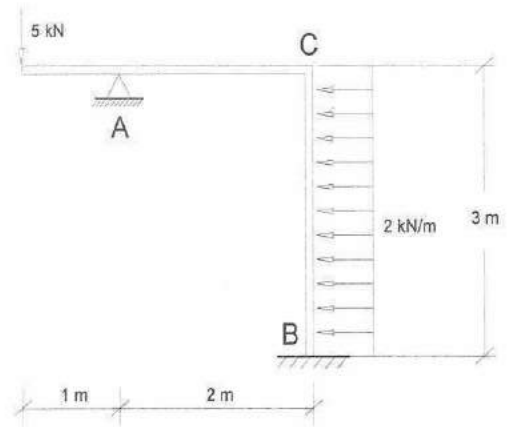


3. Considere a estrutura hiperestática representada na figura

- i) Apresente dois sistemas de base possíveis para a resolução pelo método das forças. Qual dos dois sistemas propostos é o mais aconselhável para aplicação do método de Bonfim Barreiros na determinação dos $\delta\delta$. Qual o significado físico da equação canónica do método das forças para o sistema de base a adoptar na resolução do problema. Qual o significado físico de δ_{10} e de δ_{12} . (1,5 valores)

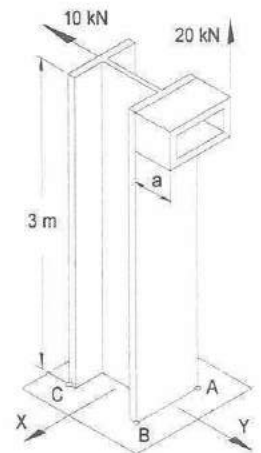
- ii) Determine as reacções nos apoios. Apresente todos os cálculos e desenhe de forma clara todos os diagramas de esforços necessários à resolução. No cálculo dos integrais de Mohr utilize sempre que possível o método de Bonfim Barreiros. (4 valores)

- iii) Desenhe o diagrama de momentos flectores final da estrutura. (1,5 valores)



4. (6 valores) Considere a coluna representada na figura

- i) (1 valor) Calcule os esforços na secção crítica da peça.
- ii) (2 valores) Tendo em conta a resistência da coluna (IPE 200 em Fe510) e considerando um coeficiente de segurança de 1.5, qual o valor máximo admissível para a cota a ?
- iii) (1 valor) Defina critério da Tensão Tangencial Máxima (CTTM). Defina tensão equivalente segundo o CTTM. Interprete os resultados da alínea anterior de acordo com este critério.
- iv) (1 valor) Desenhe os diagramas de variação da tensão normal devido a M_y e M_x na secção de encastramento?
- v) (1 valor) Defina eixo neutro à flexão. Obtenha e represente graficamente o eixo neutro à flexão na secção de encastramento.





Duração: 3 Horas

RECURSO

2012-02-07

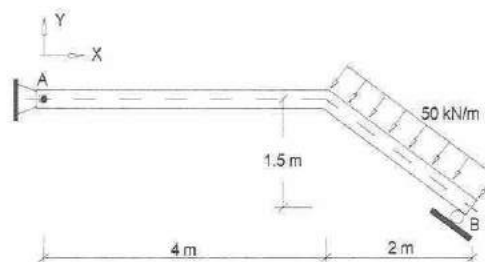
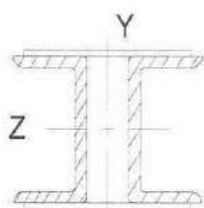
Nota 1: Esboce de forma clara os esquemas estáticos utilizados. Aplique uma notação coerente.

Nota 2: Constantes elásticas do aço ($E=206\text{ GPa}$, $\nu=0,3$, $G=80\text{ GPa}$).

1. (6 valores) Considere a barra AB e respectiva secção representada na figura (A é um apoio duplo, B é um apoio simples).

Considere que o afastamento entre os dois perfis garante iguais momentos principais centrais de inércia.

- (2 valores) Obtenha os diagramas de esforços e respectivas equações ao longo da barra
- (1 valor) Determine os esforços na secção crítica da peça.
- (1,5 valores) Dimensione a secção da viga (Perfis UNP unidos por presilhas em Fe 430), considerando um coeficiente de segurança de 1,5.
- (1,5 valores) Determine o valor da tensão no ponto crítico se para a secção crítica para além do esforços definidos em b) actuar um momento flector $M_y = 30\text{ kN.m}$. Qual o valor do afastamento entre os dois perfis que garante iguais momentos principais centrais de inércia?

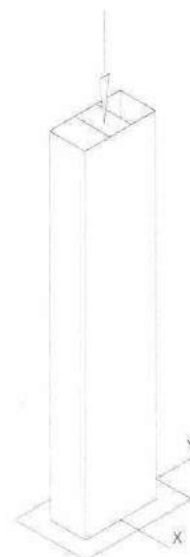
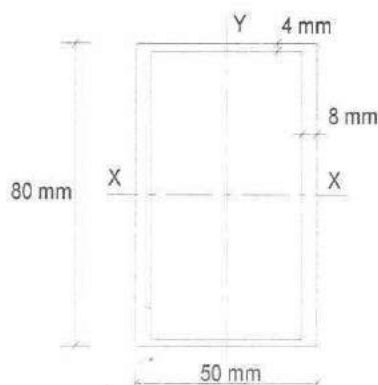


2. Uma coluna de 3m de comprimento, com as condições fronteiras definidas na tabela anexa, é constituída por um perfil tubular de aço Fe360, cuja secção recta está representada na figura.

- (2,5 valores) Apresente um esquema com os modos de deformação possíveis da peça de acordo com as condições fronteiras explicitadas na tabela. Oriente a secção relativamente aos eixos xy, de modo a maximizar a carga máxima admissível de acordo com o REAPE? Explícite o valor da carga resistente máxima (N_{Rd})

	dX	dY	dZ	Rot X	Rot Y	Rot Z
base	fixo	fixo	fixo	fixo	livre	fixo
Z = 3m	fixo	fixo	livre	livre	livre	livre

- (1,5 valores) i) Para a secção em causa, defina num gráfico (N_{Rd} , λ) o domínio de segurança de acordo com o REAPE. Marque explicitamente os pontos de transição previstos no REAPE. ii) Inclua no mesmo gráfico o domínio de segurança proposto por Euler. Para o traçado do domínio de segurança de Euler utilize os mesmos pontos já definidos em (Nota: Deve é claro escolher uma escala conveniente para o traçado dos gráficos).

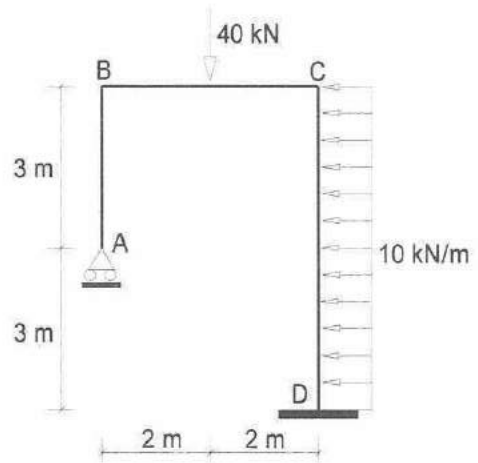


3. (5,5 valores) Considere a estrutura hiperestática representada na figura

a) (1,5 valores) Na definição do sistema base para a resolução pelo método das forças, aplique uma rótula em C. Diga qual o significado físico da equação canónica do método das forças para o sistema de base adoptado. Explique o porquê da aplicação da variável hiperestática associada à rótula em C.

b) (3 valores) Determine as reacções nos apoios. Apresente todos os cálculos e desenhe de forma clara todos os diagramas de esforços necessários à resolução.

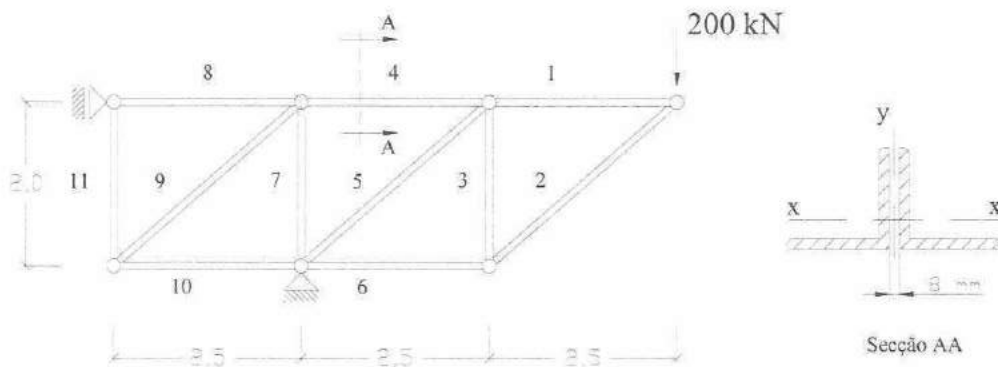
b.1) (1 valor) No cálculo dos integrais de Mohr utilize o método de Bonfim Barreiros. (Sugestão: Aplicar o Princípio de Sobreposição dos Efeitos (PSE) à decomposição dos diagramas de momentos flectores.)



4. (4,5 valores) A estrutura da figura (cotas em m) vai ser construída utilizando cantoneira dupla com afastamento de 8 mm entre abas.

- a) (1,5 valores) Determine os esforços nas barras utilizando o método do equilíbrio dos nós ou o método das secções (escolha um dos métodos).
- b) (1,5 valores) Verifique os resultados obtidos na alínea anterior em três das barras, utilizando o método que não utilizou na alínea anterior.
- c) (1,5 valores) Dimensione as secções a utilizar no banzo superior e nas diagonais admitindo que pretende trabalhar com Fe 430 e coeficiente de segurança de 1,5. Nota: Barras 1,4 e 8 têm todas a mesma secção; Barras 2, 5 e 9 têm todas a mesma secção.

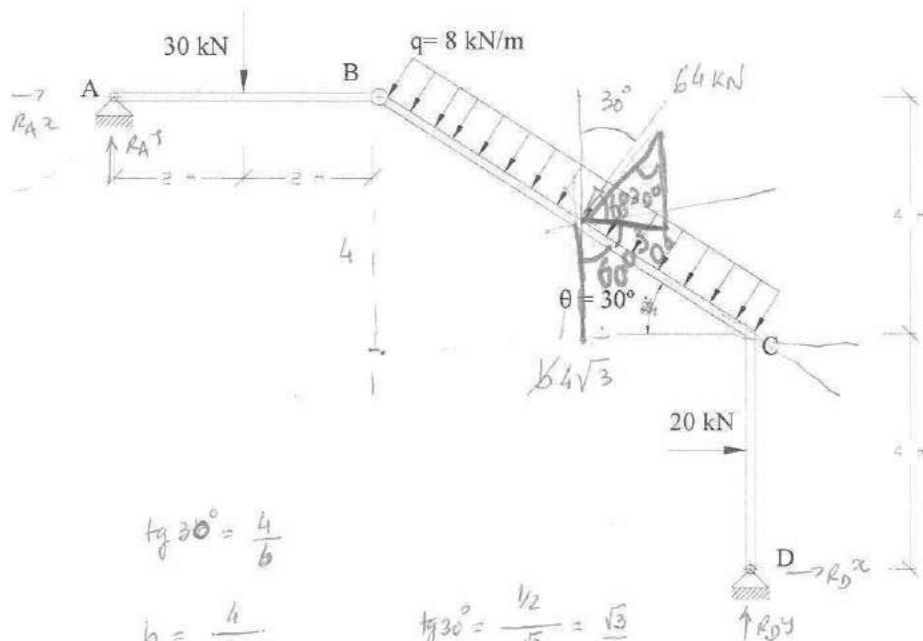
Nota: Todos os nós são contraventados no plano perpendicular à estrutura.



Questão 3 (6 valores) – a) Desenhe os diagramas de esforços para a estrutura representada formada por duas barra ligadas por uma rótula em B. Na representação dos diagramas de esforços deve utilizar uma escala adequada. Deve igualmente inscrever os valores do diagrama nas extremidades das barras e os valores máximos intermédios eventualmente existentes.

b) Explícite como a partir dos valores representados nos diagramas pode confirmar o equilíbrio dos esforços internos nas secções B e C.

$$\sqrt{4^2 + b^2} = \sqrt{4^2 + 4^2 \cdot 3} = 4\sqrt{1+3} = 8$$



$$\operatorname{tg} 30^\circ = \frac{4}{b}$$

$$b = \frac{4}{\operatorname{tg} 30^\circ}$$

$$b = \frac{4}{\frac{1}{\sqrt{3}}} = \frac{4\sqrt{3}}{1} = 4\sqrt{3}$$

$$\operatorname{tg} 30^\circ = \frac{1/2}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$R_A^x + R_D^x - 64 \operatorname{sen} 30^\circ + 20 = 0$$

$$R_A^y + R_D^y - 30 - 64 \cos 30^\circ = 0 \quad \therefore R_D^y = 30 + 64 \cos 30^\circ - 15 = 70$$

$$-(4 + 4\sqrt{3}) R_A^y - 8 R_A^x + 30(2 + 4\sqrt{3}) + 64 \cos 30^\circ \cdot 2\sqrt{3}$$

$$+ 64 \operatorname{sen} 30^\circ \times 6 - 20 \times 2 = 0$$

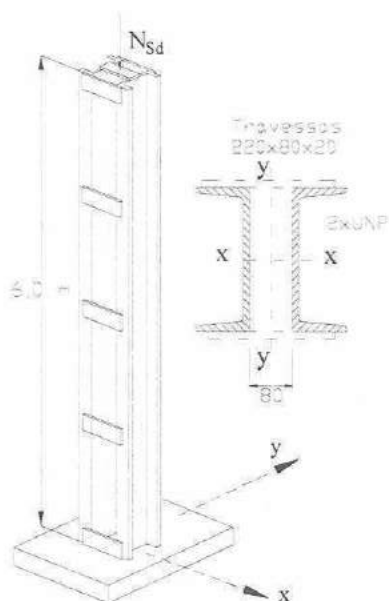
$$- 4 R_A^y + 30 \times 2 = 0 \quad \therefore R_A^y = 15$$

$$\rightarrow -10,928 R_A^y - 8 R_A^x + 611,846 = 0$$

$$R_A^x = \frac{611,846 - 10,928 \times 15}{8} \approx \frac{56}{8} = 7$$

$$R_D^x = -20 + 64 \operatorname{sen} 30^\circ - 55,991 = -44$$

Questão 3 (4 valores)



Uma coluna de 6 m, base encastrada, é constituída por dois perfis UNP em Fe360, solidarizados por intermédio de travessas. No caso em estudo o afastamento dos perfis é de 80 mm. As condições fronteira no topo da coluna são definidas na tabela abaixo.

- a) (2,5 valores) Dimensione o perfil necessário admitindo que o valor de cálculo do esforço de compressão é de 1500 kN (valor que já inclui o coeficiente usual de majoração de cargas).
- b) (1,5 valores) Determine qual o número de travessas que deve considerar. Justifique a resposta.

Desloc x	Desloc y	Rotação seg x	Rotação seg y
fixo	fixo	livre	livre

Condições fronteira no topo da coluna.

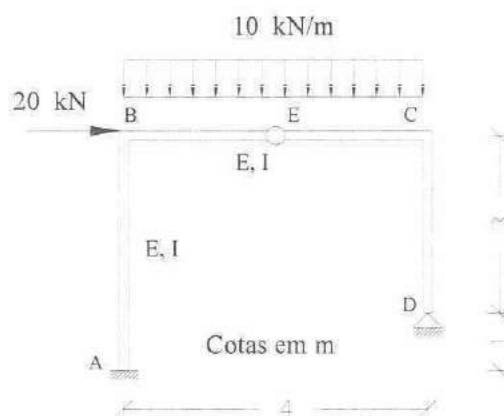
Questão 4

- a) (5,0 valores) Determine as reações nos apoios para a estrutura hiperestática da figura, utilizando o Método das Forças. Considere o sistema de base que lhe parece mais simples e que todas as barras têm a mesma secção ($EI = \text{const.}$).

Desenhe o diagrama de momentos fletores respeitantes às cargas reais e à ação unitária considerada. (Utilize o papel quadriculado de exame e adote uma escala conveniente para o traçado dos diagramas)

No cálculo dos coeficientes de flexibilidade utilize o método de Bonfim Barreiros, sempre que possível.

- b) (1,0 valor) Em que consiste o método de Bonfim Barreiros e quais as condições de aplicabilidade.





Duração: 3 Horas

2011-11-07

Nota 1: *Esboce de forma clara os esquemas estáticos utilizados e aplique uma notação coerente.*

Nota 2: Constantes elásticas do aço ($E=210 \text{ GPa}$, $\nu=0,3$, $G=80 \text{ GPa}$).

Problema 1 – A peça da figura é constituída por um tubo (Dext=110 mm, espessura 7,5 mm, comprimento 1,5 m) e está solicitada pelas acções (F_1 , F_2), actuando numa placa ABCD conforme indicado. Despreze o efeito das tensões de corte devidas ao esforço cortante. A leitura de extensómetros montados nos pontos P e Q indica os seguintes valores para deformações (deformação axial na superfície do tubo):

$$\epsilon_{xx} = 98,58 \text{ E-05}$$

$$\epsilon_{xx} = 24,65 \text{ E-05}$$

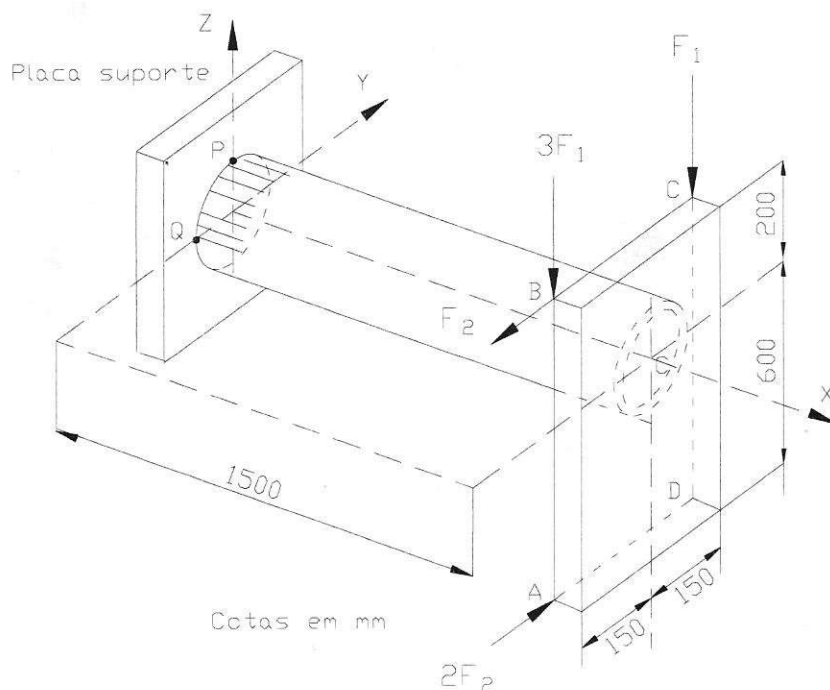
Determine: a) (2,0 valores) Qual o valor das forças F_1 e F_2 ? Determine os esforços na secção de ligação do tubo à placa de suporte.

b) (2,5 valores) Despreze as tensões de corte devidas ao esforço cortante. Qual o ponto crítico? Caracterize o estado de tensão no ponto crítico. Especifique o valor da tensão de cedência do material se pretender trabalhar com um coeficiente de segurança de 1,5. Desenhe o diagrama das tensões normais e das tensões de corte na secção crítica.

c) (1,0 valores) Defina tensão equivalente segundo o Critério da tensão tangencial Máxima. Qual o seu valor no ponto crítico da secção.

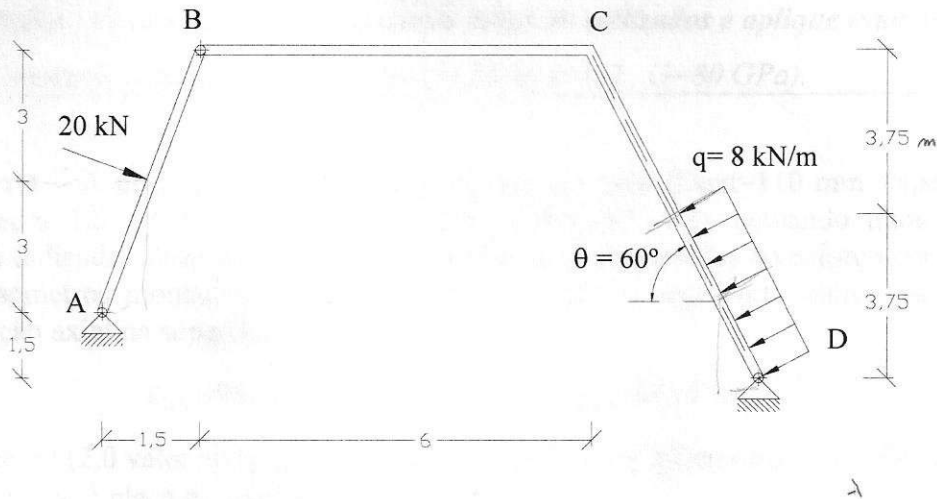
d) (1,5 valor) Desenhe o círculo de Mohr (CM) para o ponto crítico. Enuncie a convenção/metodologia utilizada para o traçado do CM, conhecido o estado de tensão no ponto crítico a partir das coordenadas cartesianas da tensão nesse ponto. (N.B. Não é aceite o desenho do CM a partir do conhecimento das tensões principais).

Nota: Quer a placa de suporte quer a placa ABCD são indeformáveis, estando a placa de suporte perfeitamente fixa. **Atenção** existem forças verticais em B e C e forças horizontais em A e B.

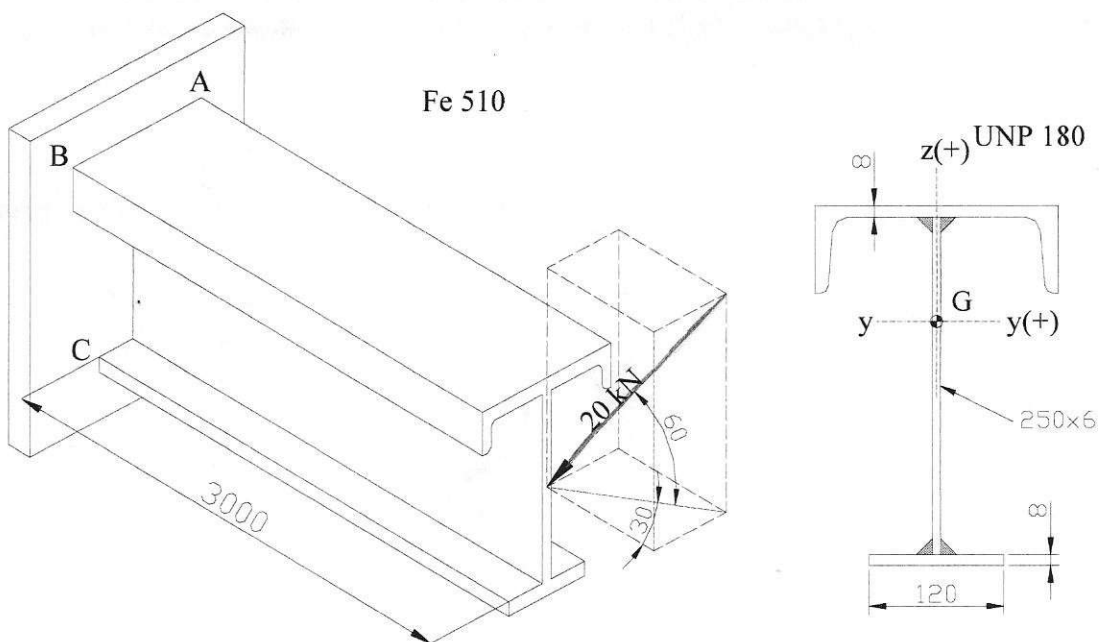


Problema 2 – (7,0 valores)

- a) Determine as reacções nos apoios para a estrutura da figura (A e D são apoios duplos, B é uma rótula). A barra BC tem uma carga uniformemente distribuída, até meio do seu comprimento. Determinadas as reacções nos apoios confirme (verifique) os resultados obtidos.
- b) Desenhe os diagramas de esforços para a barra BCD da estrutura representada.



- Problema 3 (6 valores) –** A viga em consola da figura é constituída por um perfil composto, obtido por construção soldada. A carga de 20 kN actua sobre o centro de gravidade da secção recta, no sentido e direcção representados. Determine: a) Os esforços na secção de encastramento; b). Desenhe os diagramas de variação da tensão normal, devido a N, a My e a Mz. c) Represente graficamente o eixo neutro da secção. d) Qual o coeficiente de segurança com que está a trabalhar no caso do aço Fe510. **Nota : Cotas em mm**
- (Despreze as tensões de corte devidas ao esforço cortante).



Problema 2

a) (3,5 valores) Considere a secção representada da figura, perfil composto IPE 300 e UNP200. Determine o valor do momento resistente, para os três casos seguintes de solicitação de flexão:

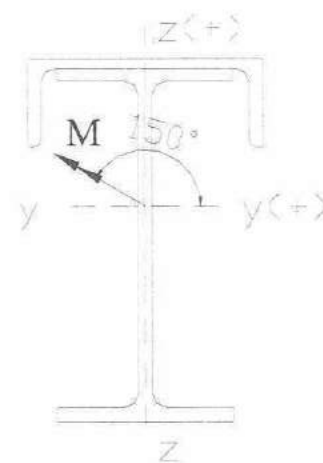
Caso A – $M = My$

Caso B – $M = Mz$

Caso C – M faz um ângulo de 150° com eixo $y(+)$, conforme a figura.

Material Fe 360.

b) (1,5 valores) Determine o deslocamento horizontal, para uma viga em consola, com a secção representada, com 2 m de balanço, quando sujeita a uma carga de $F_y = 10$ kN, aplicada na extremidade livre (utilize o método de Bonfim Barreiros, **sem recorrer a tabelas**).

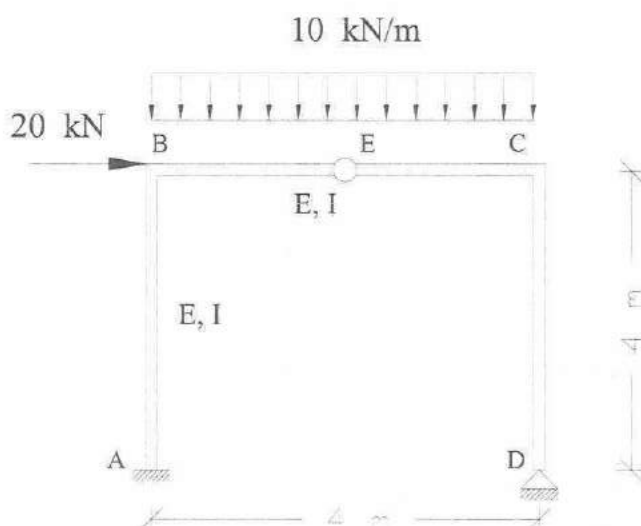


Problema 3

a) (6,0 valores) Determine as reacções nos apoios para a estrutura hiperestática da figura, utilizando o Método das Forças. Considere o sistema de base que lhe parece mais simples e que todas as barras têm a mesma secção ($EI = \text{const.}$).

Desenhe os diagramas de esforços respeitantes às cargas reais e à acção unitária considerada. (utilize o papel quadriculado de exame e adopte uma escala conveniente para o traçado dos diagramas)

No cálculo dos coeficientes de flexibilidade utilize o método de Bonfim Barreiros, sempre que possível. Em que consiste o método de Bonfim Barreiros e quais as condições de aplicabilidade.





Duração: 3,0 horas

2010-10-01

Exame para conclusão de curso

Nota 1: Esboce de forma clara os esquemas estáticos utilizados e aplique uma notação coerente. Justifique todos os cálculos.

Nota 2: - Material $E = 210 \text{ GPa}$, $G = 80,77 \text{ GPa}$

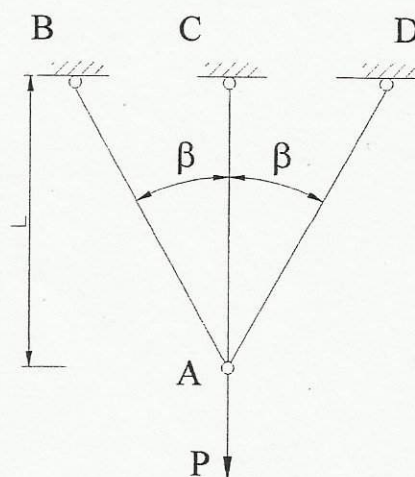
Nota 2: Utilize para cada problema uma capa de exame em separado.

Problema 1(4 valores) - As três barras são de secção constante, $\phi=10 \text{ mm}$, em aço Fe 430

- Determine o valor da carga P_{ced} para a qual se atinge a tensão de cedência numa das barras da estrutura.
- Admitindo um modelo de comportamento elasto-plástico puro, o que acontece quando a carga P continua a aumentar, para além de P_{ced} . Determine o valor da carga de colapso P_u na estrutura.

$$L = 2\,000 \text{ mm}$$

$$\beta = 30^\circ$$



Problema 2 (5 valores)

- Na resolução de problemas hiperestáticos pelo método das forças, o que entende por sistema de base. Para a estrutura representada defina dois sistemas de base possíveis. Explícite o significado físico dos coeficientes de flexibilidade e da equação canónica do Método das Forças para cada um dos sistemas de base considerados.

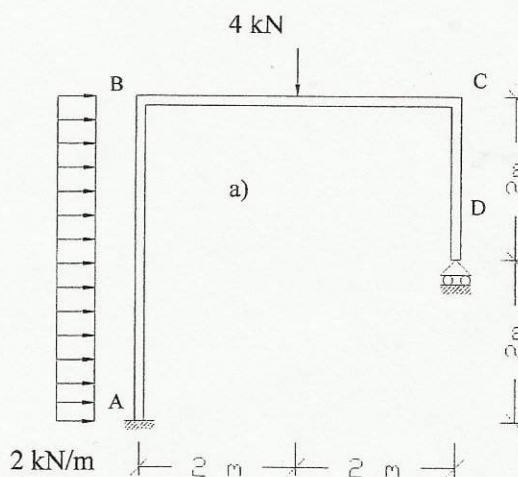
- Determine as reacções nos apoios para a estrutura hiperestática da figura, utilizando o

Método das Forças. Admita que todas as barras têm a mesma secção ($EI = \text{const.}$).

Na solução do problema deve:

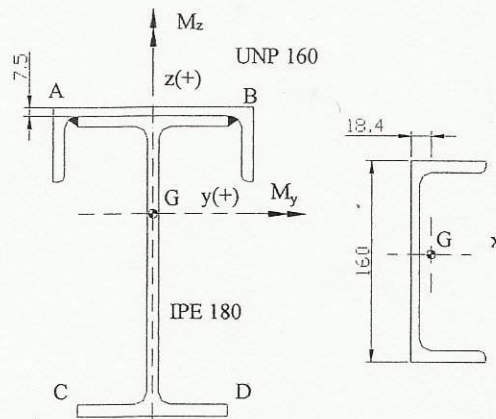
- Explicitar os diagramas de esforços devido às cargas reais e à acção unitária considerada.
- Coeficientes de flexibilidade, utilize o método de Bonfim Barreiros, sempre que possível.

- Determine o deslocamento horizontal da secção B.



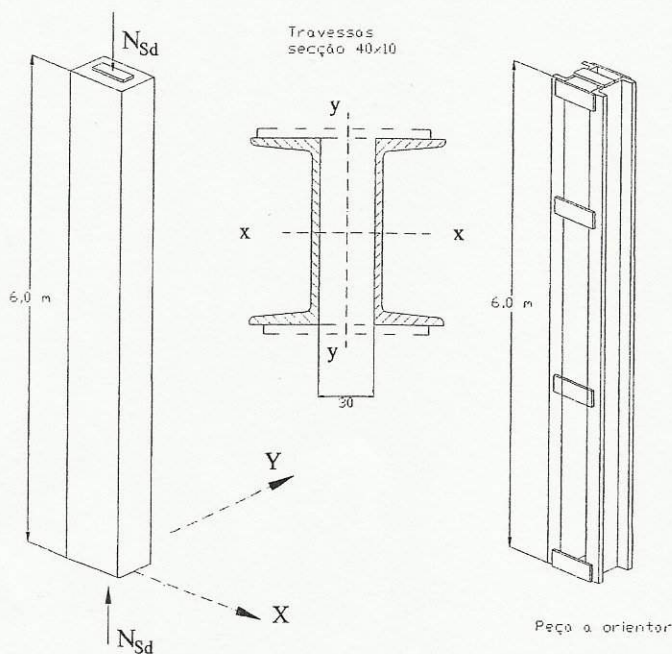
Problema 3- (6 valores) A secção resistente de uma viga é constituída por um perfil IPE180 e um UNP160 (Fe 430), conforme esquema da figura. Na secção crítica actuam: M_y , M_z e N_z sendo conhecidos os valores de $M_y = 40 \text{ kN.m}$ e $N = 200 \text{ kN}$ (tracção). $V = 40 \text{ kN}$

- Para o sistema de eixos representado e aplicando o Princípio de Sobreposição dos Efeitos indique qual a expressão que lhe permite calcular a tensão num ponto genérico da secção recta.
- Admitindo um valor crescente de M_z determine qual o valor para o qual se atinge a tensão de cedência no ponto crítico da secção.
- Desenhe os diagramas das tensões de flexão devidos a M_y e M_z . **Escolha uma escala adequada para a sua representação e inscreva os valores máximos nos diagramas.**
- Caracterize o estado de tensão no ponto crítico da secção e, num ponto Q da alma que dista 100 mm da base da secção. Defina tensão equivalente segundo o critério da tensão tangencial máxima para esses mesmos pontos.



Problema 4 (5,0 valores) - Uma escora de 6m de altura é constituída por dois perfis UNP 200 afastados de 30 mm, solidarizados por travessas espaçadas de 2,0 m. As condições fronteira são descritas na tabela seguinte (dX , dY e dZ são os deslocamentos segundo os eixos XYZ sendo o eixo dos ZZ coincidente com o eixo da escora). Material Fe 360

	dX	dY	dZ	Rot X	Rot Y	Rot Z
base	fixo	fixo	fixo	fixa	livre	fixo
$z = 6 \text{ m}$	fixo	fixo	livre	livre	livre	livre



- Determine qual a orientação dos eixos locais xy da secção resistente, em relação aos eixos XY de referência para as condições fronteira, de modo a maximizar a resistência da escora.
- Determine qual o valor da carga de compressão admissível e explicita qual o modo de encurvadura crítico.
- Para a carga determinada na alínea anterior determina o afastamento entre travessas. Justifique a resposta.



Duração: 3 Horas

2010-01-22

Nota 1: *Esboce de forma clara os esquemas estáticos utilizados e aplique uma notação coerente.*

Nota 2: Constantes elásticas do aço ($E=206 \text{ GPa}$, $\nu=0,3$, $G=80 \text{ GPa}$).

Nota 3: *Utilize para cada problema uma capa de exame em separado.*

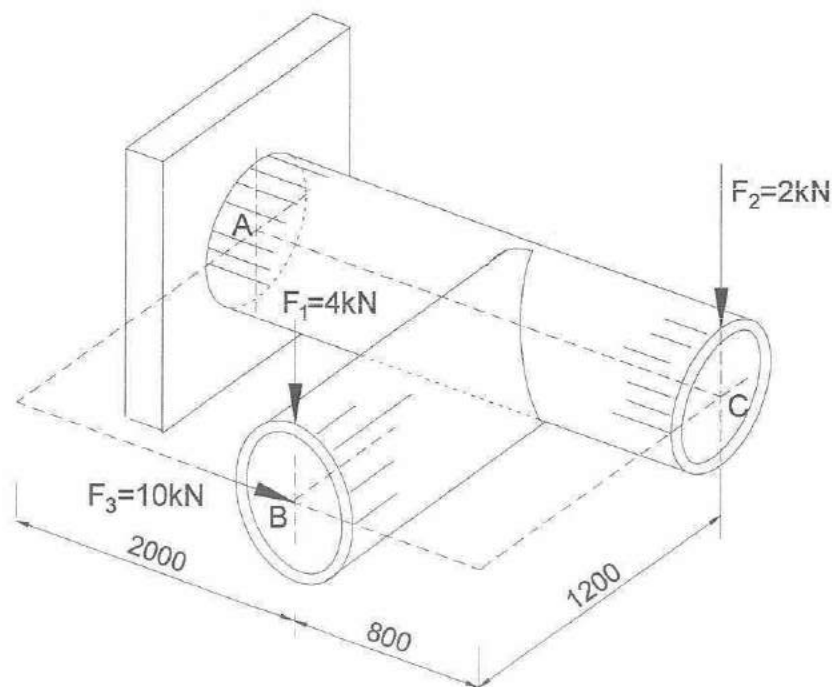
Problema 1 – A peça da figura é constituída por dois troços de tubo ortogonais soldados (Dext=110 mm Dint=90 mm) e está solicitada pelas três acções representadas ($F_1 = 4 \text{ kN}$, $F_2=2 \text{ kN}$ e $F_3 = 10 \text{ kN}$). Despreze o efeito das tensões de corte devidas ao esforço cortante.

Determine: a) (2,5 valores) Qual a secção crítica da peça e qual o ponto crítico. Determine os esforços nessa secção. Caracterize o estado de tensão no ponto crítico. Especifique o valor da tensão de cedência do material a utilizar supondo que quer trabalhar com um coeficiente de segurança de 1,5.

b) (1 valor) Desenhe o círculo de Mohr para o ponto crítico. Faça um relatório sobre a metodologia utilizada para o desenho do C. de Mohr, conhecido o estado de tensão no ponto crítico.

c) (3,0 valores) Determine o deslocamento vertical do ponto de aplicação da força F_1 , utilizando o teorema da Carga Unitária e o Método de Bonfim Barreiros. Em que consiste o método de Bonfim Barreiros e quais as condições de aplicabilidade do método?

Cotas em mm



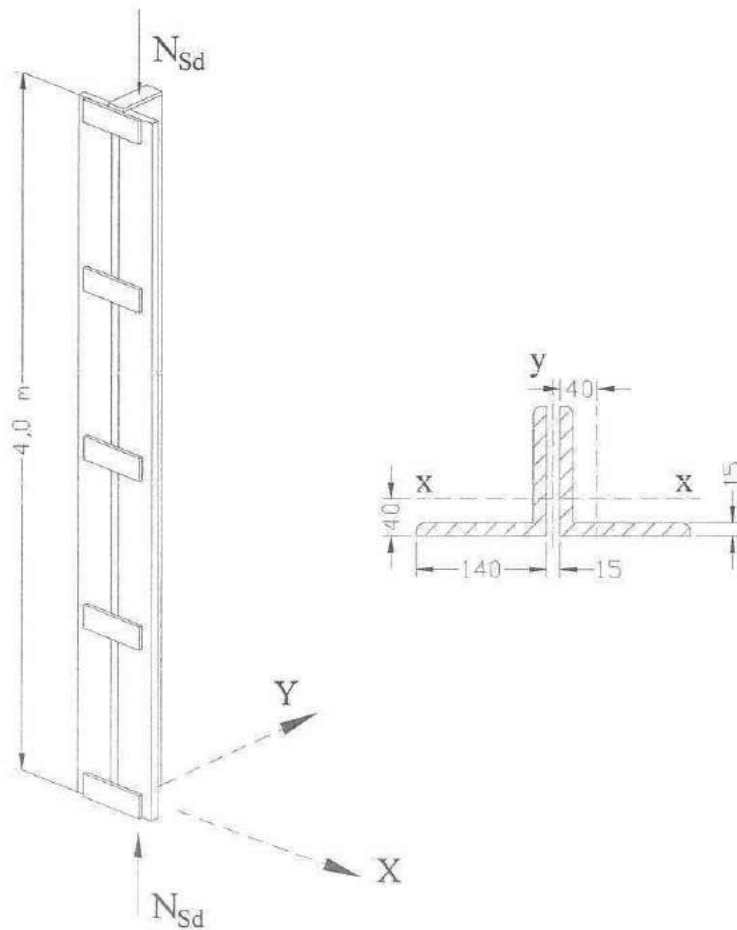
Problema 2 – (4,0 valores)

Uma escora de 4m de comprimento, com as condições fronteira definidas na tabela anexa, é constituída por duas cantoneiras LNP 140.15, solidarizadas por presilhas adequadamente espaçadas de modo a garantir que as duas peças trabalhem em conjunto. Para a **montagem A** **seleccione a orientação ⁽¹⁾ da peça, de modo a maximizar o esforço de compressão resistente**. Qual o valor da carga máxíma admissível de acordo com o REAPE? Qual o afastamento máxímo entre presilhas?

	dX	dY	dZ	Rot X	Rot Y	Rot Z
base	fixo	fixo	fixo	livre	livre	fixo
z =4 m	fixo	fixo	livre	fixo	livre	livre

Nota (1): Orientar a peça significa orientar os eixos locais da secção (x,y) segundo o sistema de eixos global X,Y,Z em que foram definidas as condições fronteira.

LNP 140.15	Área	I _x	i _x	e
	mm ²	mm ⁴	mm	mm
	4000	7,23×10 ⁶	42,5	40

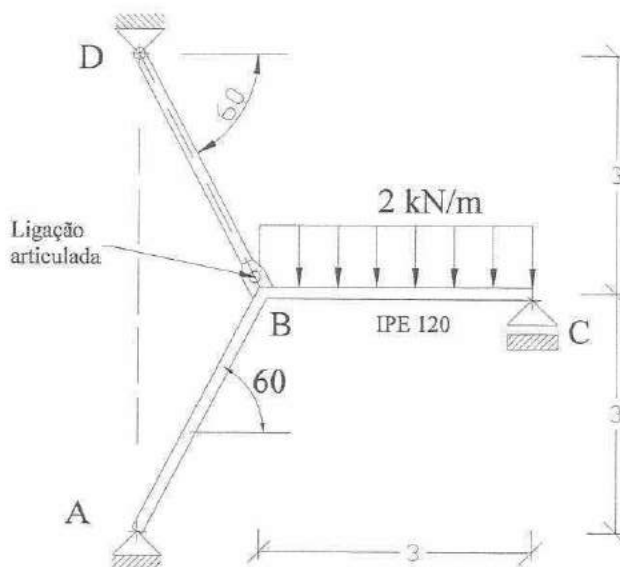


Problema 3 - (6,5 valores) A estrutura hiperestática representada na figura é constituída por uma barra rígida ABC (perfil IPE 120) e por um tirante BD (varão $\phi=8$ mm) A ligação entre as duas peças é efectuada por uma articulação em B. O apoio A é um apoio duplo e o apoio C um apoio simples.

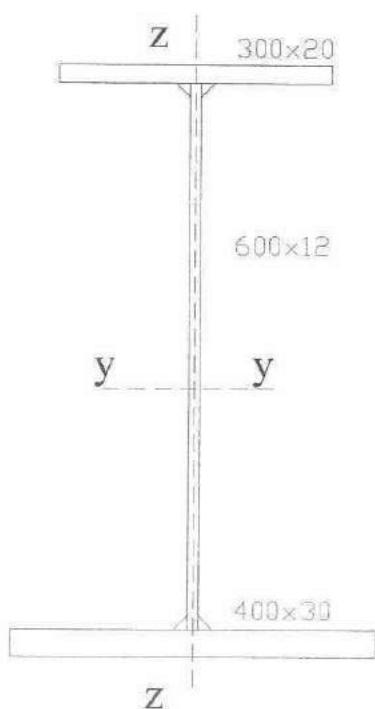
a) Desenhe os diagramas de esforços finais na estrutura.

Na solução do problema deve apresentar todos os resultados intermédios. Isto é, deve apresentar os diagramas de esforços pertinentes para a resolução do problema, bem como os cálculos dos coeficientes de flexibilidade.

IPE 120 $A = 1320 \text{ mm}^2$; $I_x = 3,18 \times 10^6 \text{ mm}^4$; $I_y = 0,277 \times 10^6 \text{ mm}^4$



Problema 4 - (3 valores) Determine o módulo de resistência elástico e o módulo de resistência plástico para a secção representada, para o caso de flexão plana devido a M_y . Admita que se trata de um aço Fe430. Desenhe o diagrama de tensões associado a cada um dos estados limites considerado.





Duração: 3 Horas

2010-11-08

Nota 1: *Esboce de forma clara os esquemas estáticos utilizados e aplique uma notação coerente.*

Nota 2: Constantes elásticas do aço ($E=206 \text{ GPa}$, $\nu=0,3$, $G=80 \text{ GPa}$).

Nota 3: *Utilize para cada problema uma capa de exame em separado.*

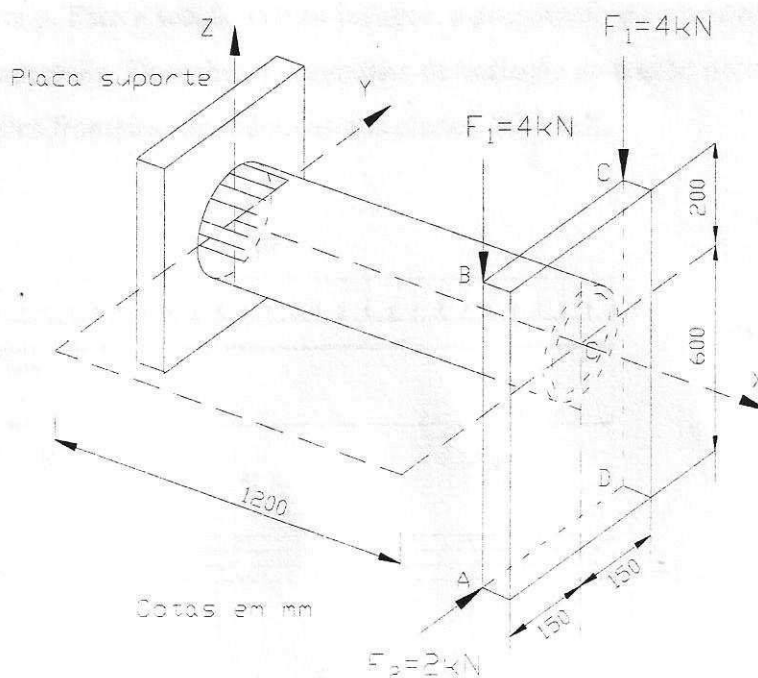
Problema 1 – A peça da figura é constituída por um tubo ($D_{ext}=110 \text{ mm}$, espessura $7,5 \text{ mm}$, altura $1,2 \text{ m}$) e está solicitada pelas acções ($F_1 = 4 \text{ kN}$, $F_2=2 \text{ kN}$), actuando numa placa ABCD conforme indicado. Despreze o efeito das tensões de corte devidas ao esforço cortante.

Determine: a) (4,0 valores) Qual a secção crítica da peça? Determine os esforços nessa secção. Qual o ponto crítico? Caracterize o estado de tensão no ponto crítico. Especifique o valor da tensão de cedência do material se trabalhar com um coeficiente de segurança de 1,5. Desenhe o diagrama das tensões normais e das tensões de corte na secção crítica.

b) (1.5 valor) Desenhe o círculo de Mohr para o ponto crítico (**N.B. Não é aceite o desenho do C.M a partir do conhecimento das tensões principais**). Faça um relatório sobre a metodologia utilizada para o desenho do C. de Mohr, conhecido o estado de tensão no ponto crítico.

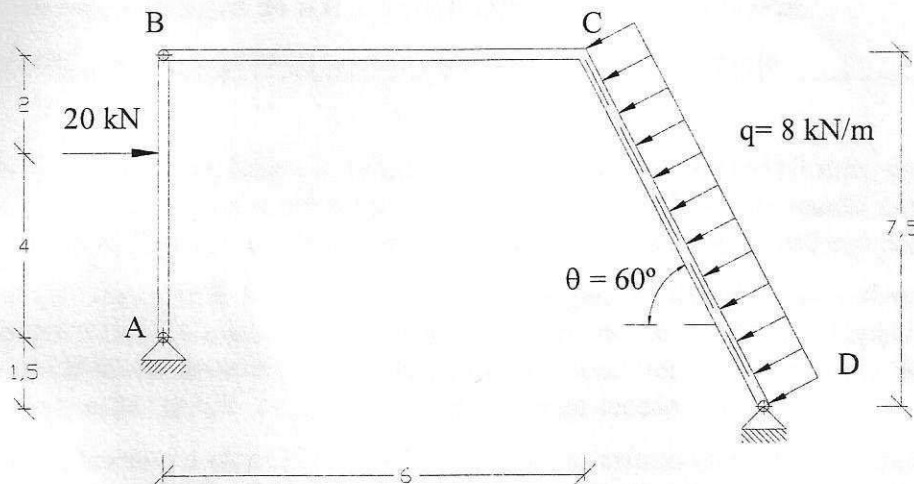
c) (1,5 valor) Defina critério da Tensão Tangencial Máxima. Qual o significado físico deste critério e qual a lógica da sua utilização. Explícite esse significado utilizando o Círculo de Mohr para o ponto crítico da peça e para o ensaio de tracção do material.

Nota: Considere que, quer a placa de suporte quer a placa ABCD onde são aplicadas as forças são indeformáveis, estando a placa de suporte perfeitamente fixa.

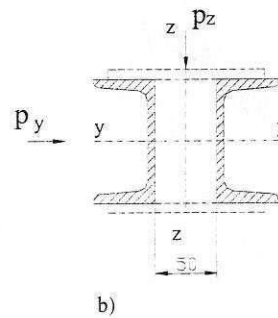
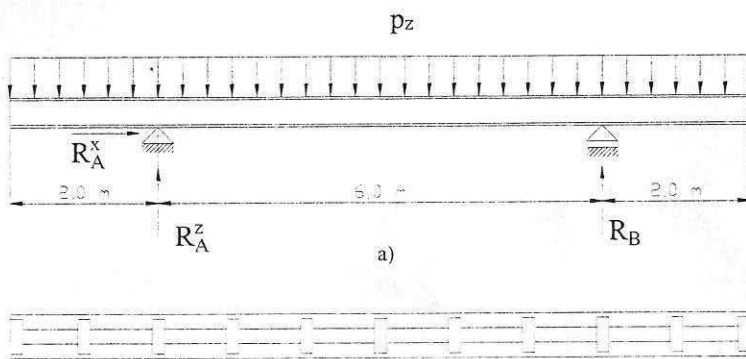


Problema 2 – (7,0 valores)

- Determine as reacções nos apoios para a estrutura da figura (A e D são apoios duplos, E é uma rótula). Na determinação das reacções nos apoios explique como procederia para conferir os resultados obtidos.
- Desenhe os diagramas de esforços para a barra BCD da estrutura representada.
- Dimensione o perfil IPE necessário para a barra CD (aço Fe 430).



Problema 3 (6 valores) – A viga da figura está sujeita a uma carga uniformemente distribuída, segundo os planos XY e XZ (portanto com componentes (p_y e p_z), respectivamente. Admita que $p_y = 0,2 p_z$ e que a secção resistente é constituída por dois perfis UNP140 (Fe 360) afastados de 50 mm e solidarizados por travessas, conforme representado. Determine o valor máximo da carga admissível p . Para a secção crítica indique: a posição do eixo neutro, as zonas da secção à tracção e à compressão. Desenhe os diagramas de variação da tensão normal, devido a M_y e a M_z . As condições fronteira são idênticas nos planos XZ e YZ.





Duração: 3 Horas

2011-11-07

Nota 1: *Esboce de forma clara os esquemas estáticos utilizados e aplique uma notação coerente.*

Nota 2: Constantes elásticas do aço ($E=210 \text{ GPa}$, $\nu=0,3$, $G=80 \text{ GPa}$).

Problema 1 – A peça da figura é constituída por um tubo ($D_{ext}=110 \text{ mm}$, espessura $7,5 \text{ mm}$, comprimento $1,5 \text{ m}$) e está solicitada pelas acções (F_1 , F_2), actuando numa placa ABCD conforme indicado. Despreze o efeito das tensões de corte devidas ao esforço cortante. A leitura de extensómetros montados nos pontos P e Q indica os seguintes valores para deformações (deformação axial na superfície do tubo):

$$\epsilon_{xx} = 98,58 \text{ E-05}$$

$$\epsilon_{xx} = 24,65 \text{ E-05}$$

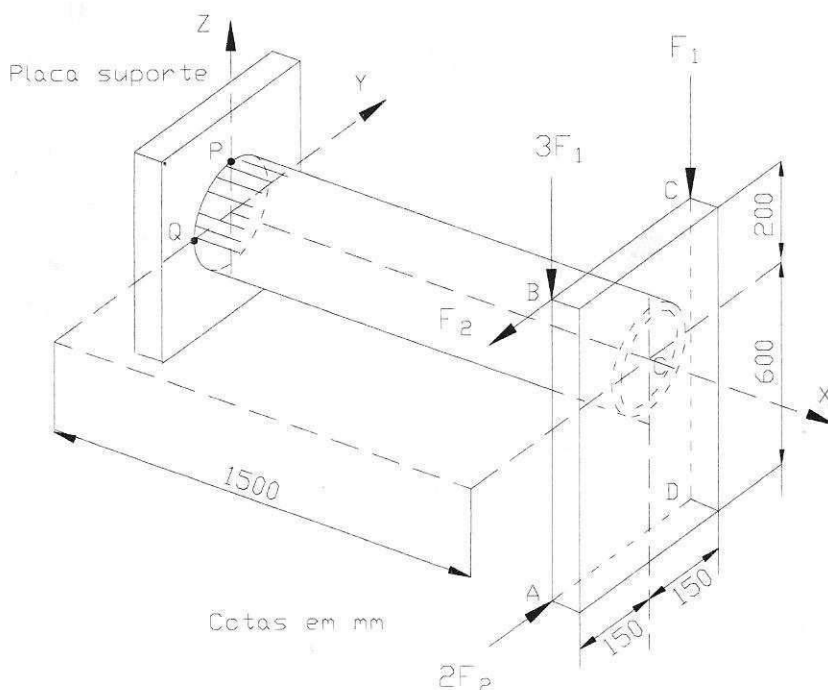
Determine: a) (2,0 valores) Qual o valor das forças F_1 e F_2 ? Determine os esforços na secção de ligação do tubo à placa de suporte.

b) (2,5 valores) Despreze as tensões de corte devidas ao esforço cortante. Qual o ponto crítico? Caracterize o estado de tensão no ponto crítico. Especifique o valor da tensão de cedência do material se pretender trabalhar com um coeficiente de segurança de 1,5. Desenhe o diagrama das tensões normais e das tensões de corte na secção crítica.

c) (1,0 valores) Defina tensão equivalente segundo o Critério da tensão tangencial Máxima. Qual o seu valor no ponto crítico da secção.

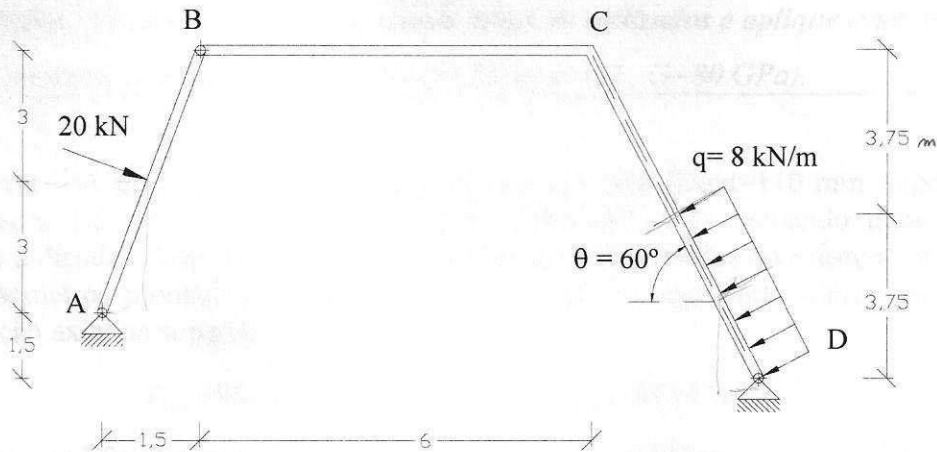
d) (1,5 valor) Desenhe o círculo de Mohr (CM) para o ponto crítico. Enuncie a convenção/metodologia utilizada para o traçado do CM, conhecido o estado de tensão no ponto crítico a partir das coordenadas cartesianas da tensão nesse ponto. (N.B. Não é aceite o desenho do CM a partir do conhecimento das tensões principais).

Nota: Quer a placa de suporte quer a placa ABCD são indeformáveis, estando a placa de suporte perfeitamente fixa. **Atenção** existem forças verticais em B e C e forças horizontais em A e B.

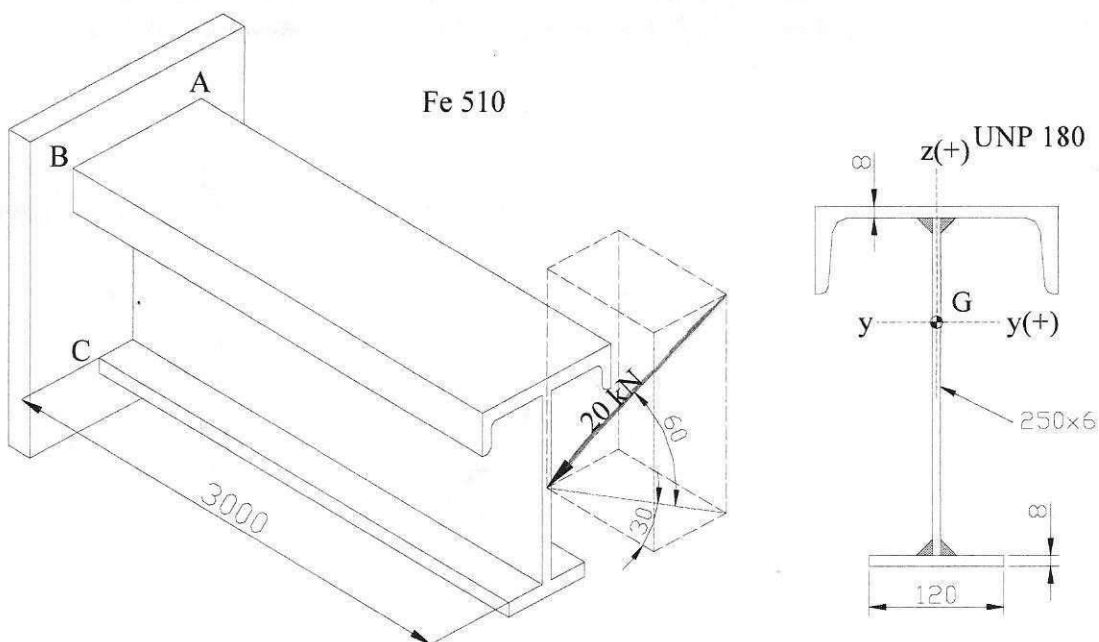


Problema 2 – (7,0 valores)

- a) Determine as reacções nos apoios para a estrutura da figura (A e D são apoios duplos, B é uma rótula). A barra BC tem uma carga uniformemente distribuída, até meio do seu comprimento. Determinadas as reacções nos apoios confirme (verifique) os resultados obtidos.
- b) Desenhe os diagramas de esforços para a barra BCD da estrutura representada.



- Problema 3 (6 valores) –** A viga em consola da figura é constituída por um perfil composto, obtido por construção soldada. A carga de 20 kN actua sobre o centro de gravidade da secção recta, no sentido e direcção representados. Determine: a) Os esforços na secção de encastramento; b). Desenhe os diagramas de variação da tensão normal, devido a N, a My e a Mz. c) Represente graficamente o eixo neutro da secção. d) Qual o coeficiente de segurança com que está a trabalhar no caso do aço Fe510. **Nota : Cotas em mm**
- (Despreze as tensões de corte devidas ao esforço cortante).





Duração: 3 Horas

2009-02-19

Nota 1: *Esboce de forma clara os esquemas estáticos utilizados e aplique uma notação coerente.*

Nota 2: Constantes elásticas do aço ($E=206 \text{ GPa}$, $\nu=0,3$, $G=80 \text{ GPa}$).

Nota 3: *Utilize para cada problema uma capa de exame em separado.*

Problema 1 – A peça da figura é constituída por dois troços de tubo ortogonais soldados ($D_{ext}=70 \text{ mm}$, $D_{int}=60 \text{ mm}$) e está solicitada pelas três acções representadas ($F_1=4 \text{ kN}$, $F_2=2 \text{ kN}$ e $F_3=3 \text{ kN}$).

Determine: a) (1 valor) Os esforços na secção de encastramento. (A peça encontra-se soldada ao bloco paralelepípedo, suposto infinitamente rígido).

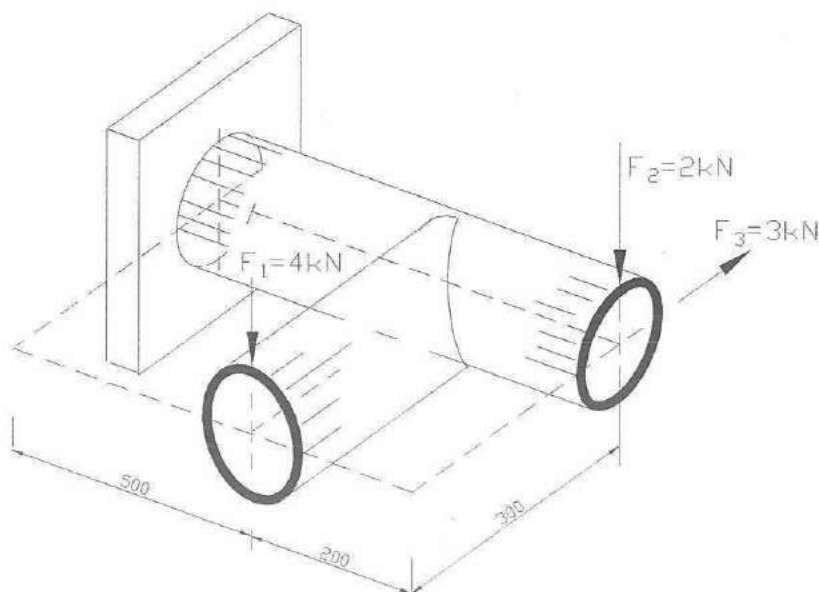
b) (2 valores) O ponto crítico da secção.

c) (1 valor) Desenhe o círculo de Mohr para o ponto crítico. Faça um relatório sobre a metodologia utilizada para o desenho do C. de Mohr, conhecido o estado de tensão no ponto crítico. Qual o valor da tensão equivalente de acordo com o critério da Tensão Tangencial Máxima.

d) (1 valor) Qual dos dois critérios, Critério da Tensão Tangencial Máxima ou Critério da Tensão Normal Máxima, é mais correcto no dimensionamento de peças. Justifique a resposta?

e) (2 valores) Determine o deslocamento vertical do ponto de aplicação da força F_1 , utilizando o teorema da carga unitária.

Cotas em cm



Problema 2 (3,5 valores) – A secção composta representada na figura é obtida por soldadura de chapas e de um perfil UEP 160 em FE510.

Perfil UEP : Geometria, e posição do centro de massa definidos na figura b) (Cotas em mm)

$$A = 2170 \text{ mm}^2$$

$$I_{xLocal} = 9,11 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

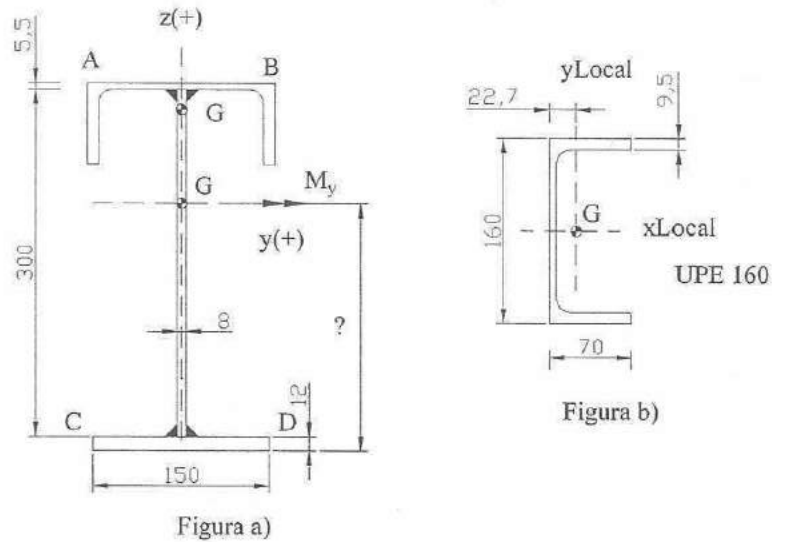
$$I_{yLocal} = 1,07 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

(eixos Local da figura b).

Determine :

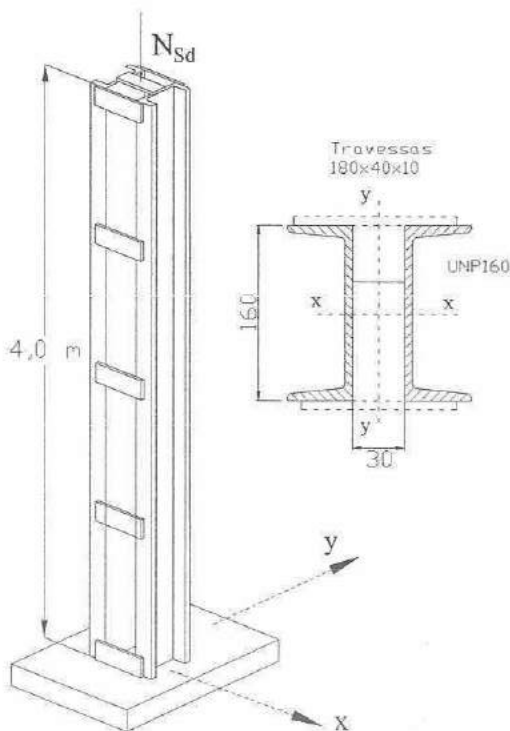
a) (1,5 valores) O valor do Momento de Cedência $M_{y,ced}$. Represente o diagrama de tensões normais devidas a $M_{y,ced}$.

b) (2,0 valores) Determine o Momento Plástico da secção $M_{y,pl}$ e represente o diagrama de tensões normais associado.



Problema 3 (3,5 valores)

a) (1 valor) Defina carga crítica de Euler. Qual a relação entre a carga crítica de Euler e o valor da carga resistente prevista no R.E.A.P.E. para colunas à compressão



b) (1,5 valores) Na figura está representada a secção de uma coluna com 4 m de altura, de base encastrada, constituída por dois perfis UNP160 em Fe360, solidarizados por intermédio de travessas. No caso em estudo o afastamento dos perfis é de 30 mm. Para o caso em estudo foram ponderados três casos de montagem (A, B e C) com condições fronteira no topo da coluna definidas na tabela baixo. Indique quais os casos de montagem, são possíveis de acordo com o REAPE e qual o valor da carga máxima admissível para cada um deles. **Justifique as respostas.**

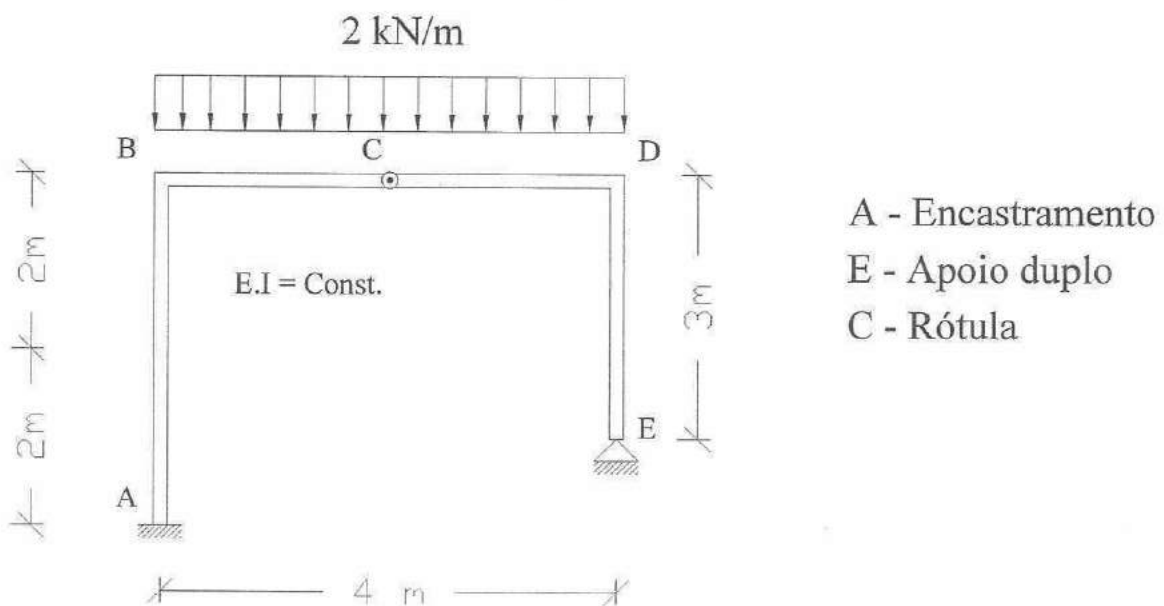
c) (1 valor) Que modificações faria à coluna para aumentar a eficiência de funcionamento sem alterar as condições fronteira.

Caso	Desloc x	Desloc y
A	livre	livre
B	fixo	livre
C	livre	fixo

Rotações y e z livres em qualquer dos casos.

Problema 4 (6,0 valores) – Determine as reacções nos apoios para a estrutura representada. Na solução deve abordar as seguintes questões:

- (1 valor) Será possível considerar como sistema de base um arco de três rótulas? Se sim utilize preferencialmente este sistema de base na solução do problema (0,5 valores). Qual o significado físico de cada uma das equações que escreveu para a determinação das incógnitas hiperestáticas e dos diferentes coeficientes utilizados?
- (2 valores) Desenhe os diagramas de momentos no sistema de base quando carregado pelas cargas reais e pela(s) acção(ou acções) unitária(s) considerada(s). No traçado do diagrama de momentos deve utilizar as propriedades dos diagramas de momentos que permitam um traçado expedito dos mesmos sempre que possível.
- (1,0 valores) Defina Método de Bonfim Barreiros. Quais as condições de aplicabilidade do método?
- (2 valores) Utilize o método de Bonfim Barreiros para a determinação dos coeficientes de flexibilidade.





Duração: 3 Horas

2008-09-29

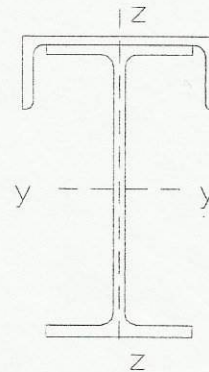
Nota 1: Esboce de forma clara os esquemas estáticos utilizados e aplique uma notação coerente.

Nota 2: Não havendo indicação explícita utilize como material o Fe360 ($\sigma_{ced}=235$ MPa, $E=206$ GPa, $\nu=0,3$, $G=80$ GPa).

Nota 3: Utilize para cada problema uma capa de exame em separado.

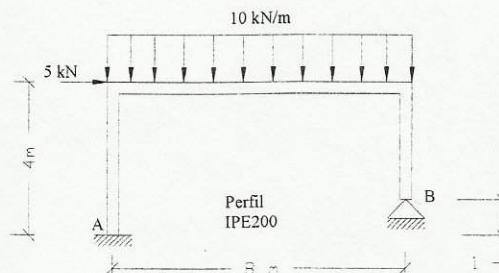
Problema 1 - (5 valores) A secção recta de uma viga é constituída por um perfil UNP 240 e um perfil IPE 300 (ver figura).

- Determine os módulos de resistência à flexão, W_y e W_z para a secção representada
- Escreva a fórmula da flexão desviada que lhe permite determinar a tensão num ponto genérico, de coordenadas (y,z) . Justifique a fórmula escrita indicando quais os pontos à tracção e à compressão, devido a momentos M_y e M_z positivos.
- Admitindo que M faz um ângulo de 30° com a horizontal determine o valor do momento de cedência.
- Determine o momento plástico no caso de flexão plana (cargas no plano xz).



Problema 2 - (6 valores) Considere a estrutura porticada representada na figura.

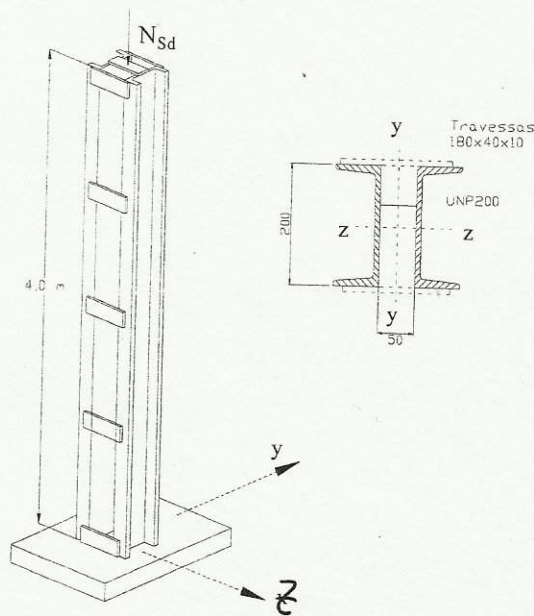
- Defina: o sistema de base utilizado na solução pelo método das forças.
- Determine os diagramas de momentos do sistema de base, carregado pelas cargas reais, e pelas cargas unitárias.
- Determine os coeficientes de flexibilidade δ_{io} e δ_{ij} , com $i \neq j$.



Problema 3 - (4,5 valores) Na figura está representada a secção de uma coluna com 4,0 m de altura, constituída por dois perfis UNP 200 em Fe 360, solidarizados por intermédio de presilhas. No caso em estudo, o afastamento entre perfis é de **50 mm**. Para o caso em estudo foram ponderadas dois tipos de montagem, **casos A e B** descritos na tabela anexa. Para estes dois casos indique quais os que são permitidos pelo REAPE, e qual o valor da carga máxima admissível. Justifique a respostas.

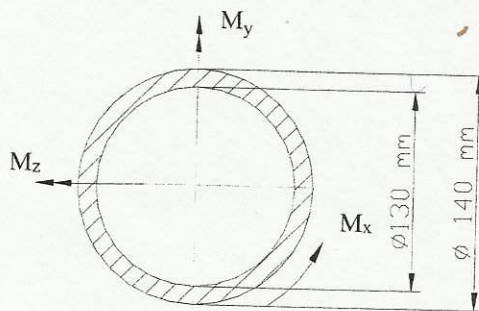
		y-y	z-z
Caso A	desloc.	livre	fixo
	rotação	Fixa=0	livre
Caso B	desloc.	fixo	livre
	rotação	livre	Fixa=0

Tabela – Condição fronteira da extremidade superior da coluna.



Problema 4 - (4,5. valores) - a) Considere um veio de secção tubular, cuja secção crítica está representada na figura sob a acção dos seguintes esforços: $M_x = 5 \text{ kN.m}$, $M_y = 15 \text{ kN.m}$ e $M_z = 20 \text{ kN.m}$.

- Para os esforços representados determine o ponto crítico. Utilizando o Critério da Tensão Tangencial Máxima determine a tensão de cedência mínima do aço, admitindo que pretende trabalhar com um coeficiente de sergurança de 1,5.
- Para o ponto crítico desenhe o círculo de mohr representativo do estado de tensão nesse ponto.
- Justifique através do Círculo de Mohr as fórmulas utilizadas na determinação da tensão tangencial máxima.

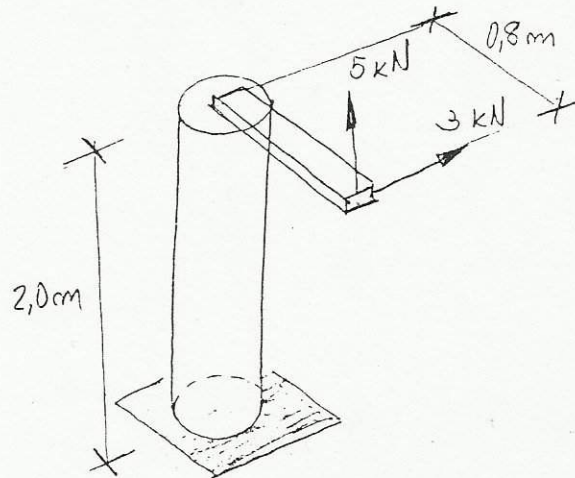


IMPORTANTE: Apresente todos os cálculos de forma clara.

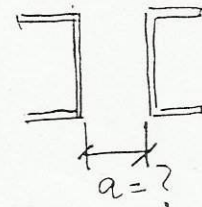
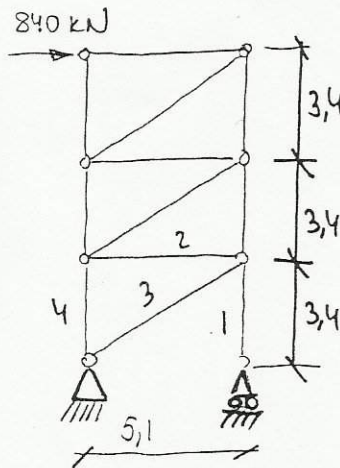
Duração: 2.30mn

NOTA: Em todos os problemas, considere para o Fe 360, $\sigma_{rot} = 360 \text{ N/mm}^2$, $\sigma_{ced} = 235 \text{ N/mm}^2$, $E = 210 \text{ Gpa}$ e $\nu = 0,3$.

- 1) Considere a peça representada na Fig. 1.
 - a) (1,0 val) Quais os esforços a que está sujeita a secção da base da coluna. Admitindo tratar-se de um aço Fe 360 determine o diâmetro da coluna utilizando o critério da Tensão Tangencial Máxima.
 - b) (1,5 val) Para a secção do encastramento indique a posição do eixo neutro e qual a zona à tracção e à compressão.
 - c) (1,5 val) Desenhe o círculo de Mohr para o ponto crítico. Defina as tensões principais e a sua orientação em relação à peça.



- 2) (3,5 val) A estrutura metálica da figura é utilizada como elemento de contraventamento numa torre de processamento (Indústria Química). Considere que a solicitação crítica é a indicada na figura, já afectada pelos necessários factores de majoração. Dimensione de acordo com o REAPE, a barra 2.
 - i) Os nós da estrutura são travados (articulados) na direcção perpendicular ao plano da figura.
 - ii) Admita ainda que por condicionalismos de mercado terá de utilizar uma peça composta criada a partir de perfis UNP. Escolha o perfil e o afastamento a necessário para obter a solução mais económica.



$$20 \leq \lambda \leq 105$$

$$\varphi = 1,1328 - 0,00664 \lambda$$

$$\lambda > 105$$

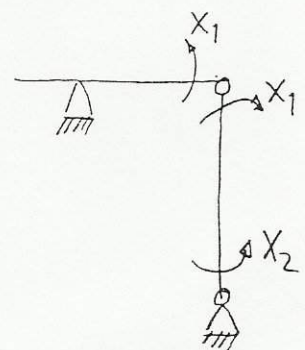
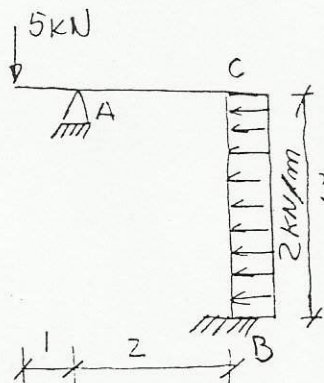
$$\varphi = 4802 / \lambda^2$$

- 3) Considere a estrutura hiperestática e o sistema de base representados .

I a) (3.5 val) Determine as reacções nos apoios. Apresente todos os cálculos e desenhe de forma clara todos os diagramas de esforços necessários à resolução .

II Caso não tenha resolvido a) tome $X_1 = 0,382 \text{ kN.m}$ e $X_2 = -2,441 \text{ kN.m}$

- b) (1,5 val) Desenhe o diagrama de esforços final da estrutura.
- c) (1,5 val) Dimensione a estrutura utilizando perfis UNP simples ou duplos se necessário.
- d) (2.0 val) Determine o valor do declive da viga AC na secção C.

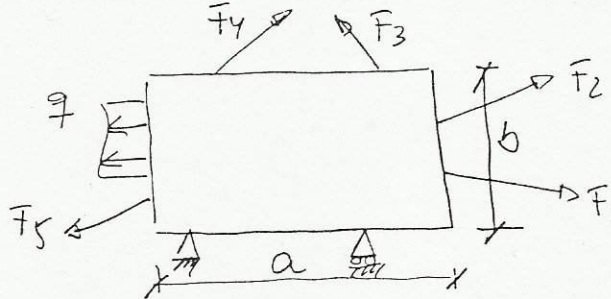


IMPORTANTE: Apresente todos os cálculos de forma clara.

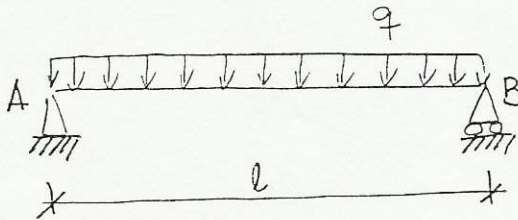
Duração: 30 mn

NOTA: Em todos os problemas, considere para o Fe 360, $\sigma_{rot} = 360 \text{ N/mm}^2$, $\sigma_{ced} = 235 \text{ N/mm}^2$, $E = 210 \text{ Gpa}$ e $\nu = 0,3$.

1- (2,0 val) Considere uma placa rectangular $a \times b$ de espessura constante t , solicitada por acções no seu plano. Estabeleça as relações entre as componentes de tensão e de deformação não nulas, a partir da definição de Módulo de Young E e de Coeficiente de Poisson ν e Módulo de Elasticidade Transversal .



2- (2,0 val) Enuncie o 2º Teorema de Castigliano. Aplicando este teorema e para o caso da viga simplesmente apoiada da figura, sujeita a uma carga uniformemente distribuída, determine o declive da linha elástica no apoio A.





Duração: 3 Horas

2008-02-14

Nota 1: Esboce de forma clara os esquemas estáticos utilizados e aplique uma notação coerente.

Nota 2: Não havendo indicação explícita utilize como material o Fe360 ($\sigma_{ced}=235$ MPa, $E=206$ GPa, $\nu=0,3$, $G=80$ GPa).

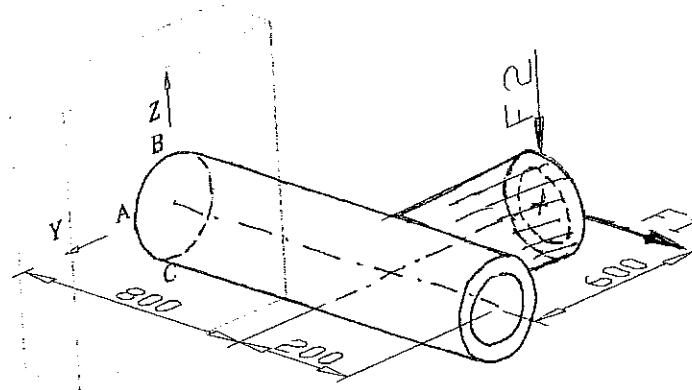
Nota 3: Utilize para cada problema uma capa de exame em separado.

Problema 1 (5 valores) A peça da figura é construída a partir de uma secção tubular, $\phi_{int} = 100$ mm e $\phi_{ext} = 150$ mm. A leitura de três extensómetros montados nos pontos A, B e C, da secção de encastramento⁽¹⁾ mostra os seguintes valores para a deformação no sentido do eixo dos XX. A localização dos pontos A, B e C, na secção de encastramento, está definida na figura b). Os pontos B e C estão sobre o eixo dos ZZ, o ponto A está sobre o eixo dos YY. Os três pontos sobre a superfície exterior do tubo.

$$\epsilon_A = -0,628 \times 10^{-3},$$

$$\epsilon_B = 0,744 \times 10^{-3}$$

$$\epsilon_C = -0,685 \times 10^{-3}.$$

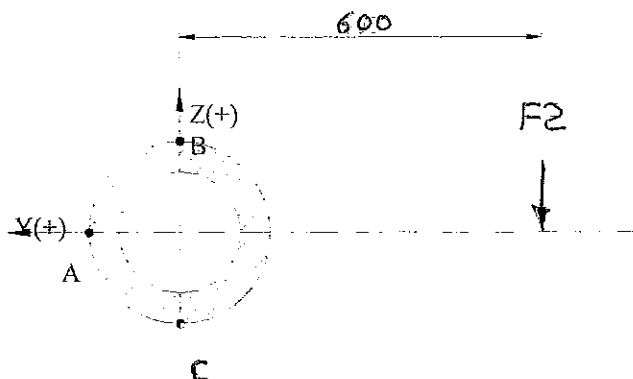


Noata (1) – O tubo encontra-se soldado à base

a) Determine o valor das forças F1 e F2 aplicadas.

b) Caracterize o estado de tensão para o ponto crítico da secção de encastramento.

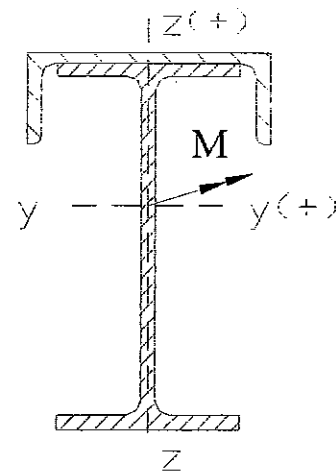
Utilizando o Critério da Tensão Tangencial Máxima defina qual o valor da tensão de cedência do aço a utilizar, supondo que pretende trabalhar com um coeficiente de segurança de 2.



Handwritten signature

Problema 2 (5 valores) - A secção recta de uma viga, sujeita a flexão desviada (com $M_z = 0,2 M_y$) é constituída por um perfil UNP 240 e um perfil IPE 300 (ver figura), aço Fe 510.

- Utilizando o Critério da Tensão Tangencial Máxima e um coeficiente de majoração das cargas de 1,5 determine qual o valor máximo do momento flector (componentes M_z e M_y) aplicável à secção.
- Na solução deve explicitar: a posição do eixo neutro na secção e indicar quais as zonas da secção recta à tracção e quais as zonas à compressão. Desenhe os diagramas de tensões normais devidas a M_z e M_y .
- Para o ponto crítico indique qual o estado de tensão nesse ponto. Desenhe o círculo de Mohr correspondente.



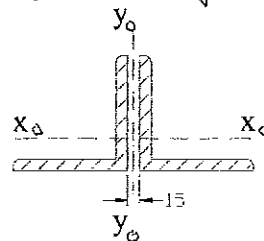
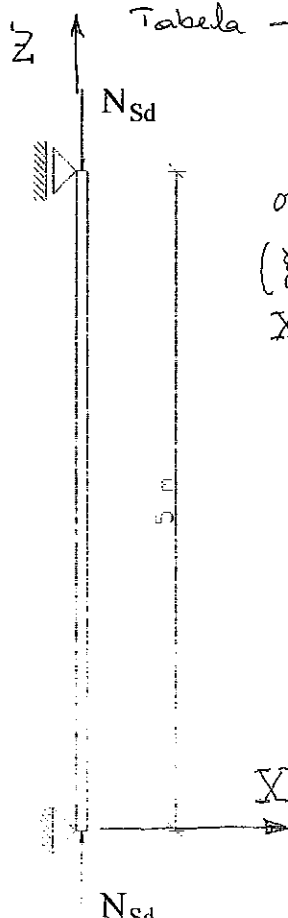
Problema 2 (4,0 valores)

- (a) (2,5 valores) Uma escora de 5m de comprimento, com as condições fronteira definidas na tabela anexa, é constituída por duas cantoneiras LNP 140.15, solidarizadas por presilhas adequadamente espaçadas de modo a garantir que as duas peças trabalhem em conjunto. Das duas montagens a) e b) possíveis, **selecione a montagem e a orientação da peça, de modo a maximizar o esforço de compressão resistente.**

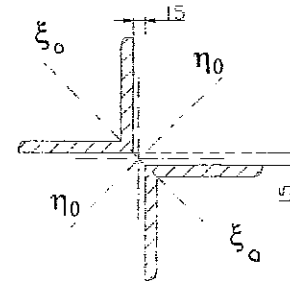
	dx	dy	dz	Rot x	Rot y	Rot z
base	fixo	fixo	fixo	livre	livre	fixo
$z = 5 \text{ m}$	fixo	fixo	livre	fixo	livre	livre

Tabela - condições fronteira definidas segundo um sistema $X Y Z$ directo.

NOTA - * - Orientação da peça significa orientar os eixos locais da secção (x_0, y_0) ou (ξ_0, η_0) - segundo o sistema de eixos global $X Y Z$ em que foram definidas as condições fronteira.



Montagem A

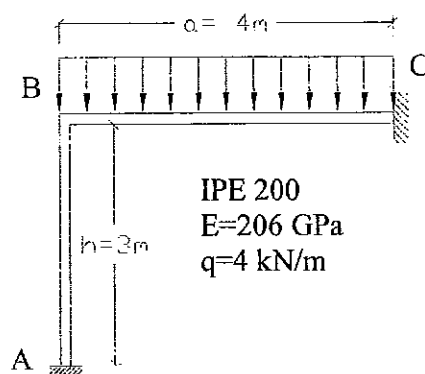


Montagem B

Kj

Problema 4 (6,0 valores) - Determine as reacções nos apoios para a estrutura representada.

- Indique quais as incógnitas hiperestáticas que utilizou. Justifique a sua escolha.
- Utilize o método de Bonfim Barreiros para a determinação dos coeficientes de flexibilidade. Qual o significado físico de uma das equações que escreveu para a determinação das incógnitas hiperestáticas e dos diferentes coeficientes utilizados?
- Desenhe os diagramas de momentos devido às cargas reais e às cargas unitárias consideradas.
- Utilizando o Princípio de sobreposição dos efeitos desenhe o diagrama de momentos finais na estrutura.



14



Universidade do Porto
FEUP Faculdade de Engenharia

Departamento de Engenharia
Mecânica e Gestão Industrial

Mecânica das Estruturas I

Duração: 3 Horas

2008-01-25

Nota 1: *Esboce de forma clara os esquemas estáticos utilizados e aplique uma notação coerente.*

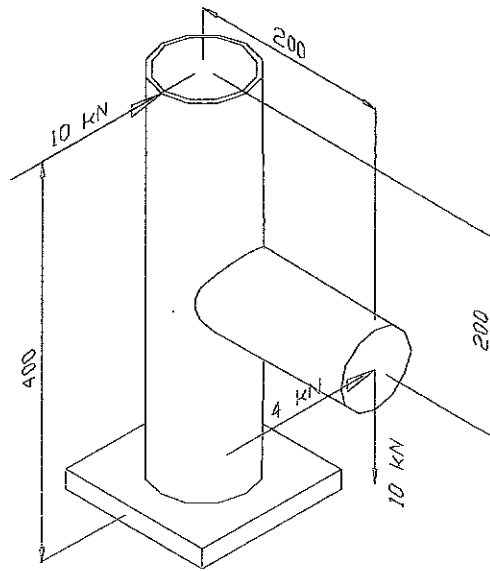
Nota 2: *Não havendo indicação explícita utilize como material o Fe360 ($\sigma_{ced}=235$ MPa, $E=206$ GPa, $\nu=0,3$, $G=80$ GPa).*

Nota 3: *Utilize para cada problema uma capa de exame em separado.*

Problema 1 –(5 valores)

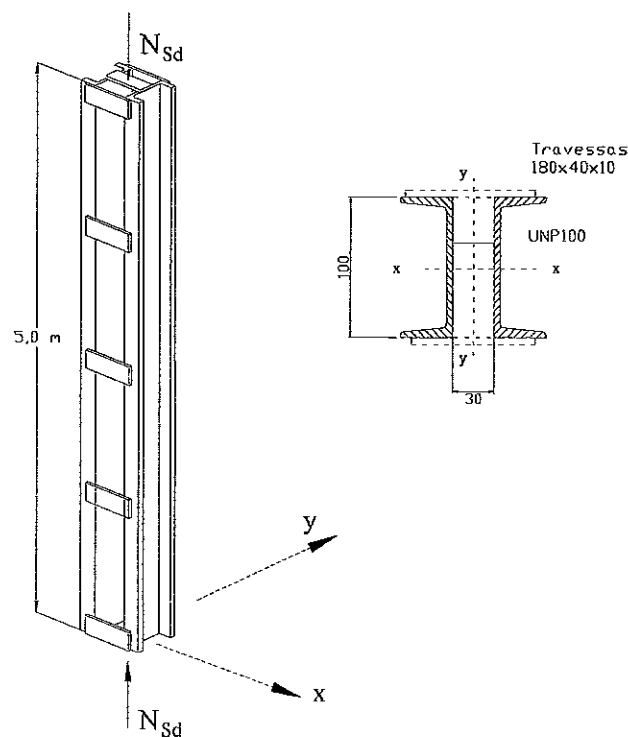
A estrutura representada na figura, encastrada pela base, é constituída por perfis de secção tubular, e as cargas indicadas estão já majoradas por um coeficiente de segurança. As **cotas estão em cm**.

- Qual o valor da tensão de cedência e da tensão de rotura do material utilizado, um aço FE 430. Se não sabe utilize os dados do aço Fe360.
- Determine os esforços na secção de encastramento e na ligação dos dois tubos.
- Dimensione o perfil necessário para cada um dos troços da peça, utilizando o Critério da Tensão Tangencial Máxima. Utilize a tabela de perfis ROR fornecida.
- Para a secção de encastramento (a base) Determine o ponto crítico da secção e a posição do eixo neutro.
- Caracterize o estado de tensão no ponto crítico. Desenhe o respectivo círculo de Mohr, indicando em relação à peça, a orientação das facetas utilizadas para a definição do estado de tensão.
- A encurvadura é (ou foi na alínea c) um dos modos de ruína a considerar no dimensionamento da peça? Sim ou não, como e porquê (i. e., justifique a resposta).



Problema 2 (5,0 valores) - Uma escora de 5m de altura é constituída por dois perfis UNP 100 afastados de 30 mm, solidarizados por travessas espaçadas de 1,25 m. As condições fronteira estão descritas na tabela seguinte (dx , dy e dz são os deslocamentos segundo os eixos XYZ sendo o eixo dos zz coincidente com o eixo da escora).

	dx	dy	dz	Rot x	Rot y	Rot z
base	fixo	fixo	fixo fixo	fixo	fixo	fixo
$z = 2.5$ m	fixo	livre	livre	livre	livre	livre
$z = 5$ m	fixo	fixo	livre	livre	livre	livre



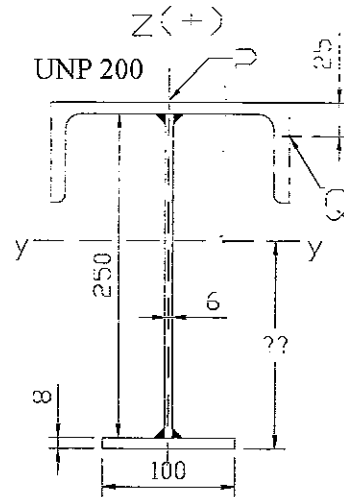
- Esboce quais os modos de encurvadura potenciais nos planos YZ e XZ.
- Determine qual o modo de encurvadura crítica, justifique a resposta.
- Determine qual o valor da carga máxima de compressão admissível na escora, de acordo com o REAPE.
- A configuração proposta, (afastamento entre travessas de 1,25 m) é adequada, tendo em conta o valor da carga determinada na alínea anterior? Justifique.
- Será possível com a mesma secção, 2 UNP100, melhorar a resistência da escora? Como e porquê?
- Determine qual a secção HEA equivalente à configuração proposta.

Problema 3 (5 valores). A secção recta de uma viga é constituída por um perfil UNP 200 e um perfil em T soldado (ver figura, secção 250x6 e 100x8, **cotas em mm**). A leitura de extensómetros montados nos pontos P e Q indicam os seguintes valores para a deformação longitudinal (eixo da peça)

$$\varepsilon_P = 0,318 \times 10^{-3} \quad \varepsilon_Q = 0,790 \times 10^{-3}$$

Determine:

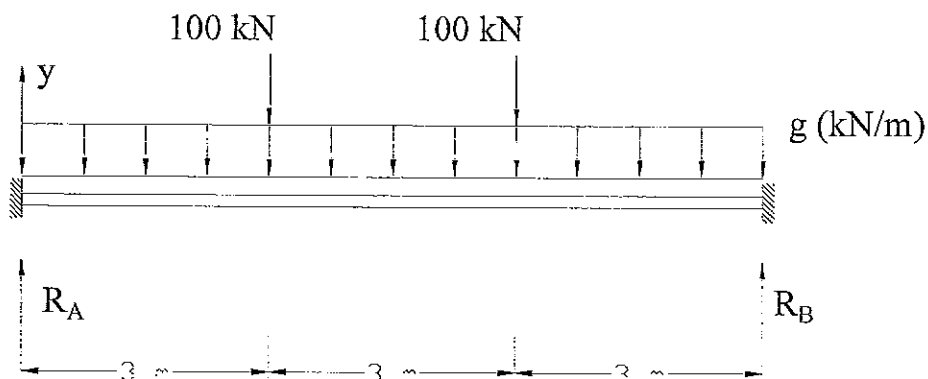
- Os módulos de resistência à flexão, W_y e W_z para a secção representada (dimensionamento ao estado limite último de resistência sem plastificação).
- O valor das componentes M_y e M_z do momento flector.
- A tensão máxima de tracção e compressão na secção e os pontos onde se localizam essas tensões.
- Determine o valor do módulo de resistência plástico teórico da secção representada, quando sujeita a cargas só **segundo o eixo dos zz**.



Problema 4 – (5 valores) Dimensione uma viga bi-encastada com 9,0 m de vão, sujeita a uma carga uniformemente distribuída de 4 kN/m e a cargas concentradas de 100 kN, conforme a figura. As cargas concentradas são resultantes de apoios de vigas secundárias, IPE 300, que travam transversalmente a viga principal objecto do dimensionamento.

Na resolução deve apresentar os seguintes pontos:

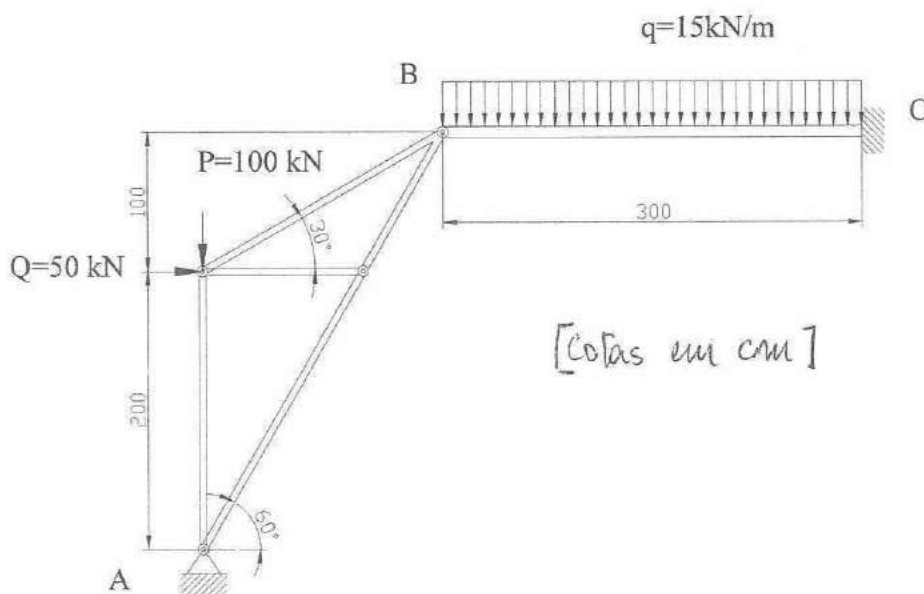
- Os diagramas de esforços devidos às cargas reais e às incógnitas hiperestáticas utilizadas.
- A determinação dos coeficientes de flexibilidade pelo método de Bonfim Barreiros.
- O diagrama de momentos flectores final da estrutura.



Problema 3 - (6,0 valores) A estrutura hiperestática representada na figura é constituída por um perfil IPE120 (barra BC) e por um conjunto de barras articuladas em UNP80, que constitui um sistema articulado AB. A ligação entre as duas peças é efectuada por uma articulação em B. O apoio A é um apoio duplo e o apoio C um encastramento.

- Desenhe os diagramas de esforços finais na estrutura (escolha uma escala minimamente representativa, de modo a que os diagramas façam sentido).
- Qual o significado dos coeficientes de flexibilidade e das equações de compatibilidade utilizadas na resolução do problema.

Note bem: Na solução do problema deve apresentar todos os resultados intermédios. Diagrama de esforços devido às cargas reais e às cargas unitárias eventualmente utilizadas. Isto é, deve apresentar os diagramas de esforços pertinentes para a resolução do problema, bem como os cálculos dos coeficientes de flexibilidade. No cálculo dos coeficientes de flexibilidade é exigida a aplicação do método de Bonfim Barreiros.



Problema 4 (4 valores) – Para o problema anterior explique como efectuaria a verificação da resistência para as diferentes barras da estrutura, em função dos diferentes esforços e mecanismos de ruína possíveis. Se resolveu o Problema 3 utilize estes resultados para verificar a resistência das secções utilizadas.



Duração: 3 Horas

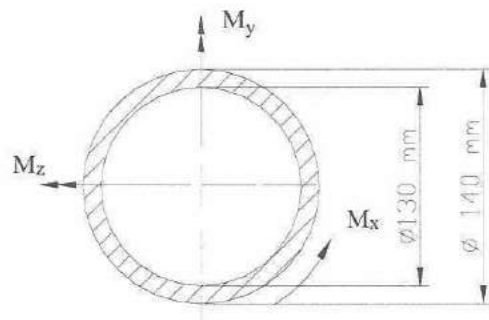
2007-07-16

Nota 1: Esboce de forma clara os esquemas estáticos utilizados e aplique uma notação coerente.

Nota 2: Não havendo indicação explícita utilize como material o Fe360 ($\sigma_{ced}=235$ MPa, $E=206$ GPa, $\nu=0,3$, $G=80$ GPa).

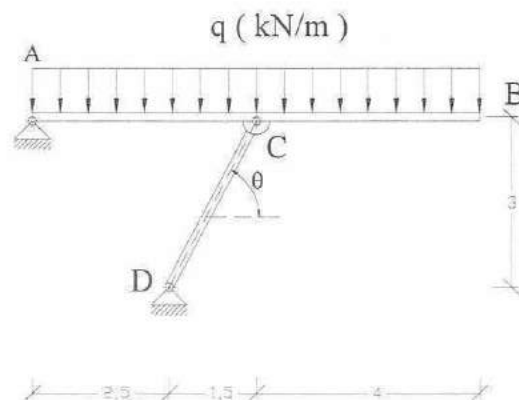
Nota 3: Utilize para cada problema uma capa de exame em separado.<

1 (4,5 valores) - a) Considere um veio de secção tubular, cuja secção crítica está representada na figura sob a acção dos seguintes esforços: $M_x = 5$ kN.m, $M_y = 15$ kN.m e $M_z = 20$ kN.m.



- a) Para os esforços representados determine o ponto crítico. Desenhe o Círculo de Mohr para o estado de tensão no ponto crítico. Utilizando o Critério da Tensão Tangencial Máxima determine a tensão de cedência mínima do aço, admitindo que pretende trabalhar com um coeficiente de segurança de 1,5.
- b) O que entende por tensão equivalente segundo o critério da Tensão Tangencial Máxima? Qual dos critérios, o da Tensão Normal Máxima (CTNM) e o da Tensão Tangencial Máxima (CTTM) é mais seguro em termos de dimensionamento? Justifique.

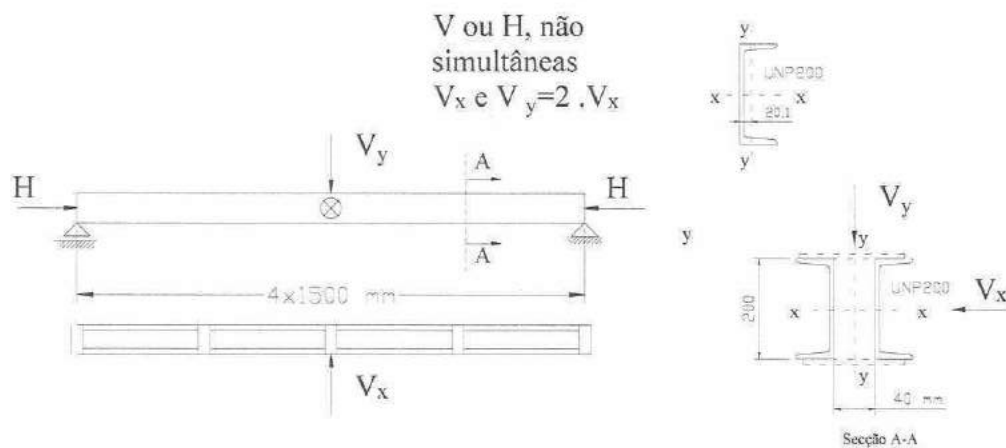
2 (4,5 valores) - A estrutura representada na figura é constituída por uma viga AB (perfil IPE 200) e por uma peça tubular CD (Diâmetro \times espessura = 108×3.6 mm, $A=1180$ mm², $I_x=1,61 \times 10^6$ mm⁴). A ligação em C é articulada.



- a) Desenhe os diagramas de esforços.
- b) Determine o valor da carga máxima admissível para a estrutura.

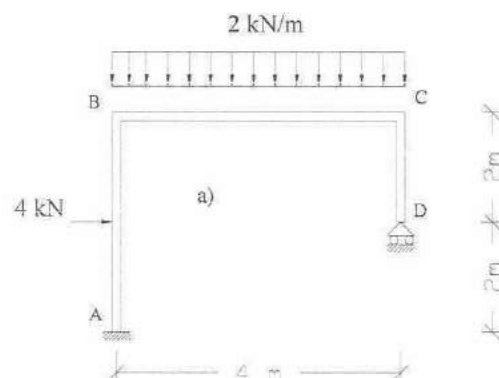
3 (5 valores) - A peça da figura é utilizada em **duas situações distintas**. **Caso A** Uma solicitação constituída por duas cargas V_x e V_y normais ao eixo da peça e a meio vão. **Caso B** – Uma solicitação axial H de compressão.

- Determine para cada um dos casos o valor da carga máxima aplicável, considerando um coeficiente de majoração de cargas de 1,5.
- No caso da solicitação de flexão determine o ponto crítico e desenhe o diagrama de variação das tensões normais para a secção crítica.
- No caso da solicitação H explique qual a importância do afastamento das travessa na resistência da peça. Justifique se o afastamento previsto de 1500 mm entre travessas é satisfatório ou se será possível reduzir (ou necessário aumentar) o número de travessas.



4 (6 valores) – Determine as reacções nos apoios para a estrutura hiperestática da figura, utilizando o Método das Forças. Considere o sistema de base que lhe parece mais simples e que todas as barras têm a mesma secção ($EI = \text{const.}$).

- Desenhe os diagramas de esforços respeitantes às cargas reais e à acção unitária considerada.
- No cálculo dos coeficientes de flexibilidade utilize o método de Bonfim Barreiros, sempre que possível. Em que consiste o método de Bonfim Barreiros e quais as condições de aplicabilidade.





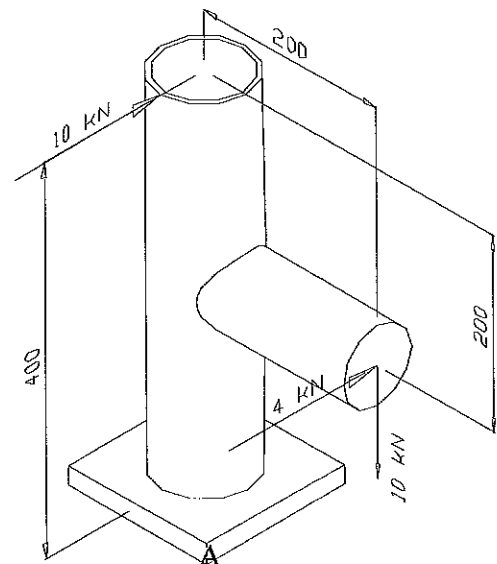
Nota 1: Esboce de forma clara os esquemas estáticos utilizados e aplique uma notação coerente.

Nota 2: Não havendo indicação explícita utilize como material o Fe360 ($\sigma_{ced}=235$ MPa, $E=206$ GPa, $\nu=0,3$, $G=80$ GPa).

Nota 3: Utilize para cada problema uma capa de exame em separado.

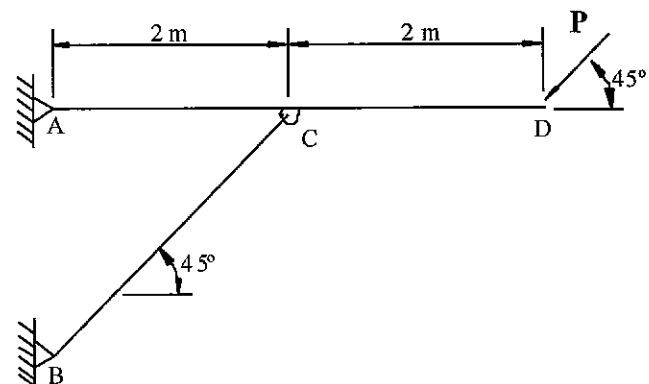
1) (6 valores) A peça representada na figura é constituída por perfis de secção tubular ($\phi_{int}=90$ mm, $\phi_{ext}=100$ mm).

- Determine os esforços na secção de encastramento A.
- Determine o ponto crítico da secção e a posição do eixo neutro. (despreze as tensões de corte devido ao esforço cortante)
- Caracterize o estado de tensão no ponto crítico. Desenhe o respectivo círculo de Mohr, indicando em relação à peça, a orientação das facetas utilizadas para a definição do estado de tensão. Calcule as tensões principais e defina a orientação dos eixos principais de tensão.
- Utilizando o Critério da Tensão Tangencial Máxima, determine qual o coeficiente de segurança do ponto crítico admitindo que a peça é fabricada com Fe 360 ($f_y=235$ MPa).



2) (5 valores) A figura mostra uma estrutura isostática constituída por duas barras AD, e BC. A ligação em C é uma articulação plana entre AD e BC. Todas as barras são em perfil IPE120.

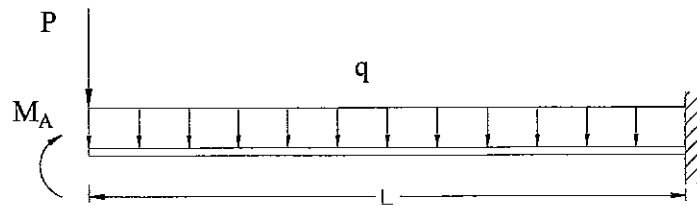
Determine o valor máximo da carga P admissível a ser aplicada à estrutura considerando um coeficiente de segurança de 1,5 de forma a garantir que não haja risco de encurvadura na barra BC. (a estrutura encontra-se devidamente contraventada no plano perpendicular à figura).



3) (4 valores) Determine a flecha e a rotação, verificadas na extremidade livre da viga em consola da figura utilizando o teorema da carga unitária.

(Nos cálculos que efectuar utilize sempre que possível o método de Bonfim Barreiros)

$P = 5 \text{ kN}$; $M_A = 4 \text{ kN.m}$; $L = 4 \text{ m}$; $q = 2 \text{ kN.m}$; $E = 210 \text{ GPa}$; $I = 100 \times 10^6 \text{ mm}^4$

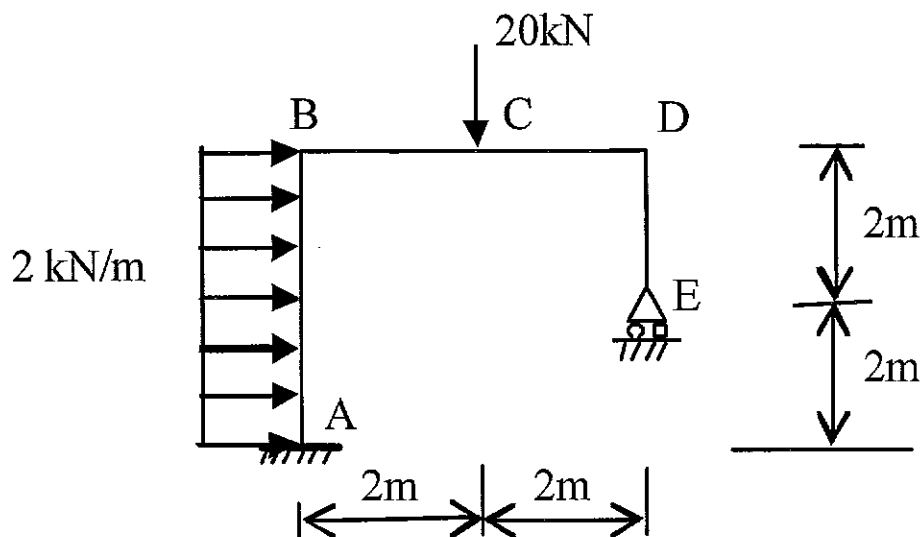


4) (5 valores) A estrutura hiperestática representada é constituída por perfis IPE.

(Nos cálculos que efectuar utilize sempre que possível o método de Bonfim Barreiros)

a) Determina as reacções nos apoios.

b) Desenhe os diagramas de esforços.





Duração: 3 Horas

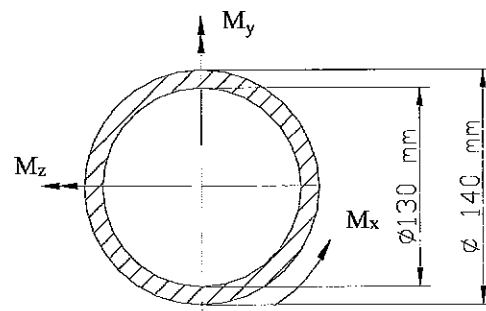
2007-07-16

Nota 1: *Esboce de forma clara os esquemas estáticos utilizados e aplique uma notação coerente.*

Nota 2: *Não havendo indicação explícita utilize como material o Fe360 ($\sigma_{ced}=235\text{ MPa}$, $E=206\text{ GPa}$, $\nu=0,3$, $G=80\text{ GPa}$).*

Nota 3: *Utilize para cada problema uma capa de exame em separado.<*

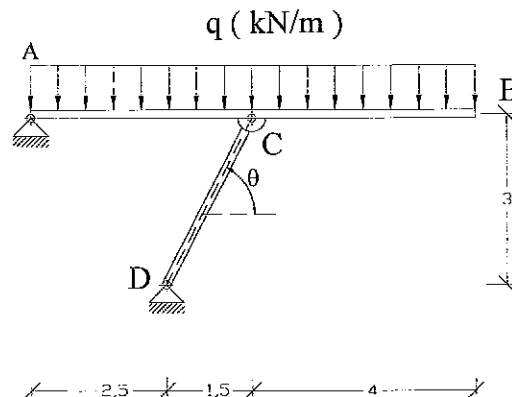
1 (4,5 valores) - a) Considere um veio de secção tubular, cuja secção crítica está representada na figura sob a acção dos seguintes esforços: $M_x = 5\text{ kN.m}$, $M_y = 15\text{ kN.m}$ e $M_z = 20\text{ kN.m}$.



- a) Para os esforços representados determine o ponto crítico. Desenhe o Círculo de Mohr para o estado de tensão no ponto crítico. Utilizando o Critério da Tensão Tangencial Máxima determine a tensão de cedência mínima do aço, admitindo que pretende trabalhar com um coeficiente de segurança de 1,5.
- b) O que entende por tensão equivalente segundo o critério da Tensão Tangencial Máxima? Qual dos critérios, o da Tensão Normal Máxima (CTNM) e o da Tensão Tangencial Máxima (CTTM) é mais seguro em termos de dimensionamento? Justifique.

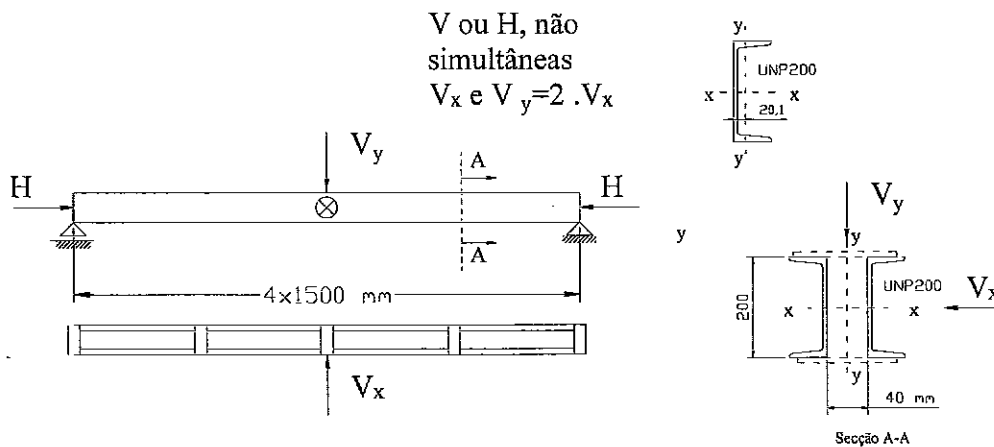
2 (4,5 valores) - A estrutura representada na figura é constituída por uma viga AB (perfil IPE 200) e por uma peça tubular CD (Diâmetro \times espessura = $108 \times 3.6\text{ mm}$, $A=1180\text{ mm}^2$, $I_x=1,61 \times 10^6\text{ mm}^4$). A ligação em C é articulada.

- a) Desenhe os diagramas de esforços.
- b) Determine o valor da carga máxima admissível para a estrutura.



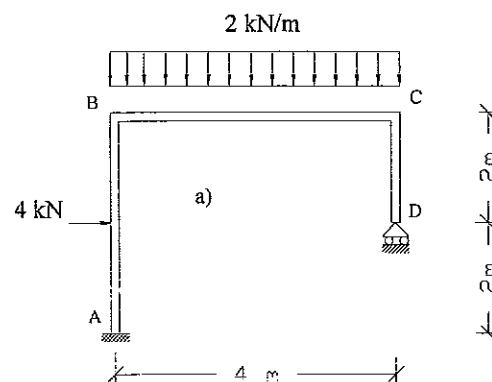
3 (5 valores) - A peça da figura é utilizada em **duas situações distintas. Caso A** Uma solicitação constituída por duas cargas V_x e V_y normais ao eixo da peça e a meio vão. **Caso B** - Uma solicitação axial H de compressão.

- Determine para cada um dos casos o valor da carga máxima aplicável, considerando um coeficiente de majoração de cargas de 1,5.
- No caso da solicitação de flexão determine o ponto crítico e desenhe o diagrama de variação das tensões normais para a secção crítica.
- No caso da solicitação H explique qual a importância do afastamento das travessa na resistência da peça. Justifique se o afastamento previsto de 1500 mm entre travessas é satisfatório ou se será possível reduzir (ou necessário aumentar) o número de travessas.



4 (6 valores) - Determine as reacções nos apoios para a estrutura hiperestática da figura, utilizando o Método das Forças. Considere o sistema de base que lhe parece mais simples e que todas as barras têm a mesma secção ($EI = \text{const.}$).

- Desenhe os diagramas de esforços respeitantes às cargas reais e à acção unitária considerada.
- No cálculo dos coeficientes de flexibilidade utilize o método de Bonfim Barreiros, sempre que possível. Em que consiste o método de Bonfim Barreiros e quais as condições de aplicabilidade.





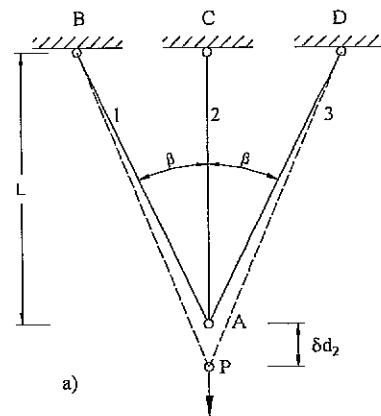
Nota 1: Esboce de forma clara os esquemas estáticos utilizados e aplique uma notação coerente

Nota 2: - Caso não seja indicado o tipo de aço considere Fe 360, $f_y=235 \text{ N/mm}^2$, $E = 210 \text{ GPa}$, $G = 80,77 \text{ GPa}$

Nota 2: Utilize para cada problema uma capa de exame em separado.

- 1) As três barras da figura são de secção constante, $\phi=10 \text{ mm}$, em aço Fe 430 ($f_y = 275 \text{ N/mm}^2$).

- a) (3,0 valores) Determine o valor da carga P_{ced} para a qual se atinge a tensão de cedência numa das barras da estrutura. (Utilize por exemplo o método das forças para a determinação dos esforços nas barras).
- b) (2,5 valores) Admitindo um modelo de comportamento elasto-plástico puro, o que acontece quando a carga P continua a aumentar, para além de P_{ced} . Determine o valor da carga de colapso P_u na estrutura. (todas as barras atingiram o valor da tensão de cedência).



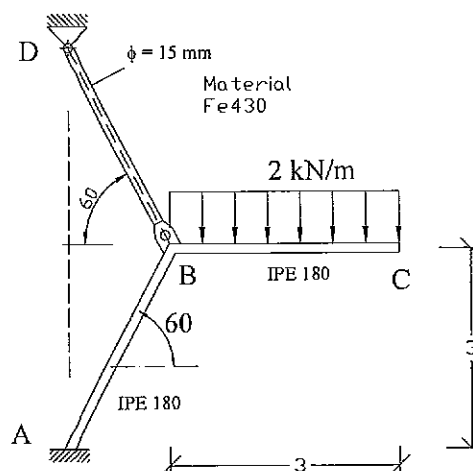
$L = 2\,000 \text{ mm}$ $\beta = 30^\circ$

- 2) (5,5 valores) a) Determine as reacções e os diagramas de esforços na estrutura hiperestática representada.

A barra ABC é uma barra contínua, secção IPE 180, soldada na secção B

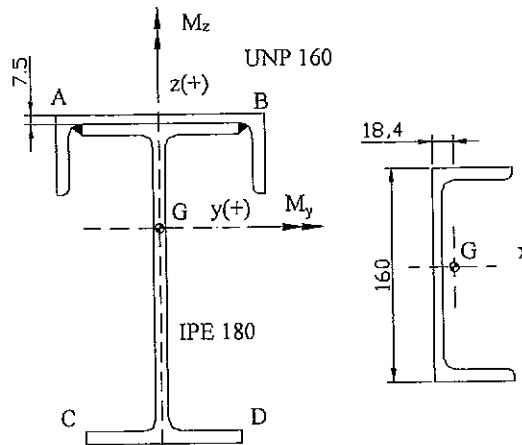
BD é um tirante, ferro redondo $\phi=15 \text{ mm}$, com os extremos articulados.

No cálculo dos coeficientes de flexibilidade δ utilize o Método de Bonfim Barreiros.

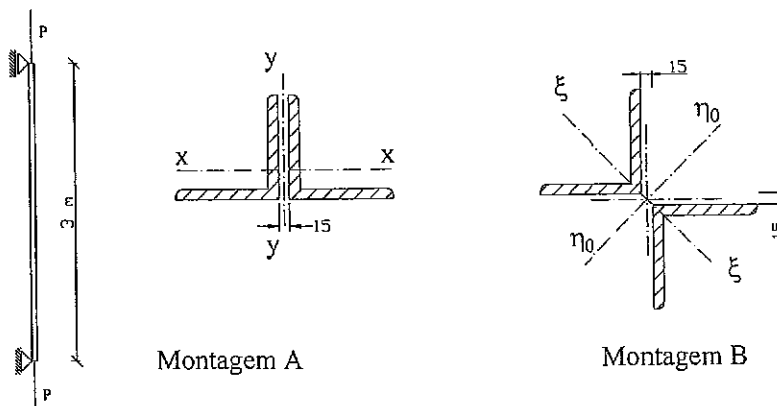


3)- (5,5 valores) A secção resistente de uma viga é constituída por um perfil IPE180 e um UNP160 (Fe 430; $f_y=275\text{N/mm}^2$), conforme esquema da figura. Na secção crítica actuam: M_y , M_z e N , sendo conhecidos os valores de $M_y= 40\text{ kN.m}$ e $N=200\text{ kN}$ (tracção).

- Para o sistema de eixos representado e aplicando o Princípio de Sobreposição dos Efeitos indique qual a expressão que lhe permite calcular a tensão num ponto genérico da secção recta.
- Desenhe os diagramas das tensões de flexão devidos a M_y e M_z . Indique quais as zonas à tracção e quais as zonas à compressão.
- Determine o valor máximo de M_z e qual o ponto onde se inicia a plastificação da peça.
- Caracterize o estado de tensão nos pontos A, B, C e D. Defina tensão equivalente segundo o critério da tensão tangencial máxima para esses mesmos pontos. (Despreze as tensões de corte devidas ao esforço cortante).



4) (3,5 valores) a) O comprimento de encurvadura de uma peça é função das condições fronteira. Apresente três casos previstos no REAPE, de variação do comprimento de encurvadura para uma barra de secção constante. Por comparação com o problema de Euler explique porque assim é. b) Uma escora bi-articulada está sujeita a uma carga axial de compressão P . Admitindo que dispõe de duas peças de 3m de comprimento com secção L140.15, em Fe 360, determine qual das duas montagens A ou B da figura deve utilizar, para maximizar o valor da carga P aplicável. Qual o valor de $P_{\text{máx}}$?



Nota: As secções são ligadas entre si por travessas, de 15mm de espessura (= ao afastamento das peças). A geometria das travessas pode ser desprezada no cálculo das propriedades da secção resistente da secção.

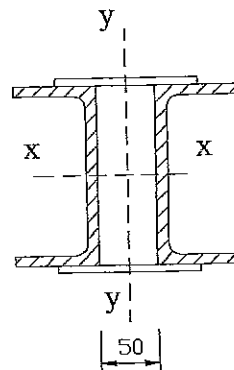


Nota 1: Esboce de forma clara os esquemas estáticos utilizados e aplique uma notação coerente.

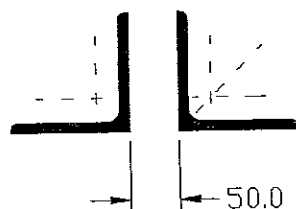
Nota 2: Não havendo indicação explícita utilize como material o Fe360 ($\sigma_{ced}=235$ MPa, $E=206$ GPa, $\nu=0,3$, $G=80$ GPa).

Nota 3: Utilize para cada problema uma capa de exame em separado.

1. (4 valores) A secção crítica de uma viga, composta de dois perfis UNP 160 está sujeita a flexão desviada, sendo $M_y = 0,2 M_x$.
- a) Admitindo que pretende utilizar um coeficiente de majoração das cargas de 1,5 determine qual o valor máximo do momento flector aplicável à secção (M_x e M_y), aplicando o critério da Tensão Tangencial Máxima.
- Na solução deve explicitar: a posição do eixo neutro na secção e indicar quais as zonas da secção recta à tracção e quais as zonas à compressão.
- b) Para o ponto crítico indique qual o estado de tensão nesse ponto. Desenhe o círculo de Mohr correspondente.



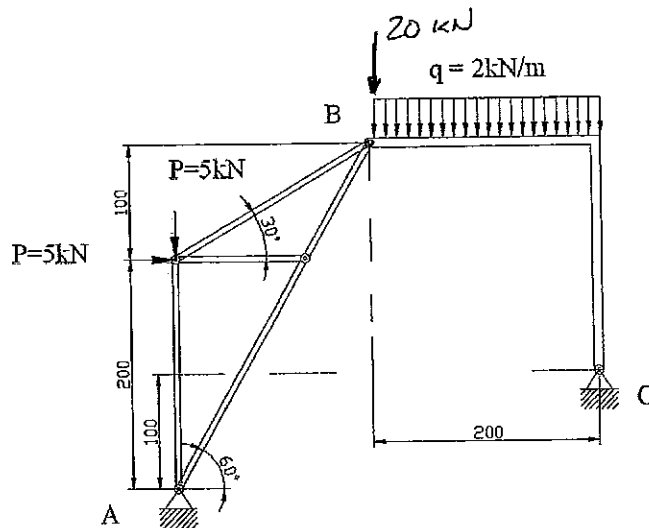
2. (3,5 valores) a) O comprimento de encurvadura de uma peça é função das condições fronteira. Apresente três casos previstos no REAPE, de variação do comprimento de encurvadura para uma barra de secção constante. Por comparação com o problema de Euler explique porque assim é. b) Uma das barras de uma estrutura articulada é constituída por duas cantoneiras LNP 120.10 com uma montagem de acordo com a figura. Sabendo que a peça tem um comprimento de 3000 mm determine qual o valor máximo do esforço axial de compressão de acordo com o REAPE.
- c) Determine o afastamento máximo entre presilhas de ligação dos dois perfis.



2 × LNP 120×10

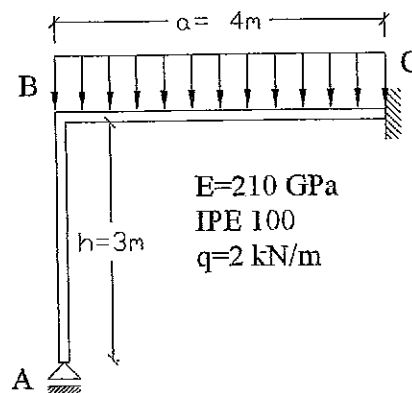
2006/12/19

- 3 (6 valores) O arco de três rótulas da figura é constituído por uma estrutura articulada AB e, uma estrutura reticulada BC. a) Calcule as reacções nos apoios. b) Desenhe os diagramas de esforços na estrutura. c) Qual a barra mais solicitada da estrutura articulada (corpo AB). Escolha o perfil adequado de entre as secções tubular ou IPE. Admita que todos os nós da estrutura estão impedidos de se deslocarem segundo a perpendicular ao plano da figura. Se a condição anterior não se verificar, que implicações tem no projecto. Dados: $P = 5 \text{ kN}$, $q = 2 \text{ kN/m}$; cotas em [cm].



4. (2 valores) O que entendo por método de Bonfim Barreiros. Quais as condições da sua aplicabilidade? Apresente um exemplo de cálculo do deslocamento em vigas recorrendo ao Método de Bonfim barreiros.

5. (4,5 valores) Determine as reacções nos apoios para a estrutura representada. Indique qual(ais) as incógnita(s) hiperestática(s) que utilizou. Justifique a sua escolha.



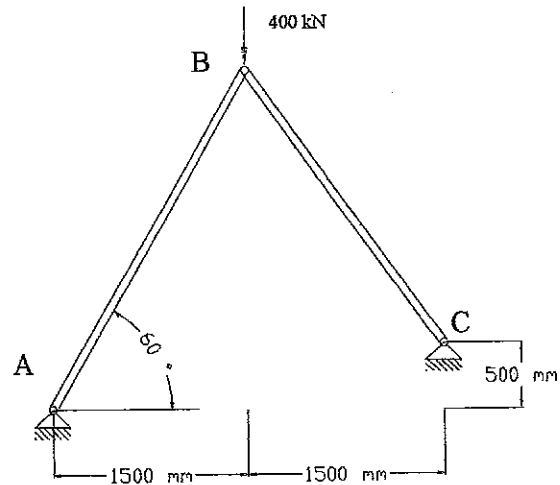


Nota 1: Esboce de forma clara os esquemas estáticos utilizados e aplique uma notação coerente.

Nota 2: Não havendo indicação explícita utilize como material o Fe360 ($\sigma_{ced}=235 \text{ MPa}$, $E=206 \text{ GPa}$, $\nu=0,3$, $G=80 \text{ GPa}$).

Nota 3: Utilize para cada problema uma capa de exame em separado.

Problema 1 (4 valores) – a) O que entende por carga crítica de Euler? Para que tipo de barras, a verificação à encurvadura no REAPE utiliza o valor da carga crítica de Euler? Qual a relação entre o valor da carga admissível segundo o REAP e a carga crítica de Euler? b) Considere a estrutura plana da figura, constituída por duas barras AB e BC, ligadas entre si por uma rótula em B, sob a acção de uma carga vertical de 450 kN. Dimensione o perfil UNP necessário a cada uma das barras.



Problema 2 (4 valores) – a) Considere a secção representada da figura, perfil composto IPE 300 e UNP200. Determine o valor do momento resistente, para os três casos seguintes de solicitação de flexão:

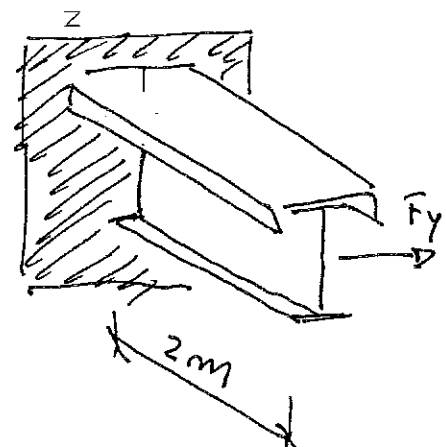
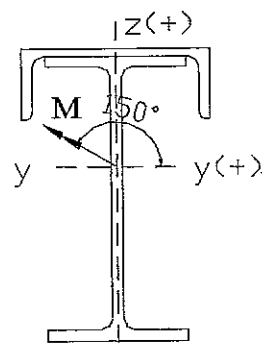
Caso A – $M = M_y$

Caso B – $M = M_z$

Caso C – M faz um ângulo de 150° com eixo $y(+)$, conforme a figura.

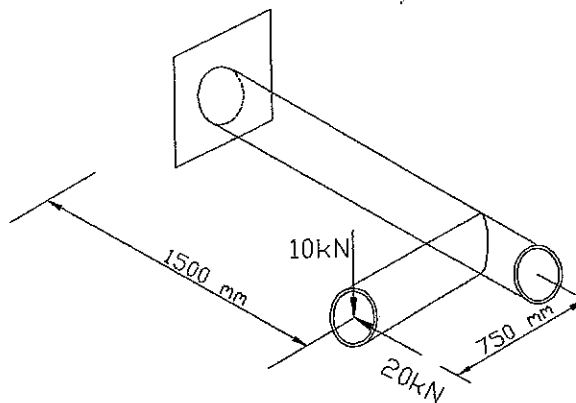
Material Fe 360.

b) O que entende por método de bonfim Barreiros. Determine o deslocamento horizontal, para uma viga em consola, com a secção representada, com 2 m de balanço, quando sujeita a uma carga de $F_y = 10 \text{ kN}$, a partir da definição do método, (sem recorrer a tabelas).



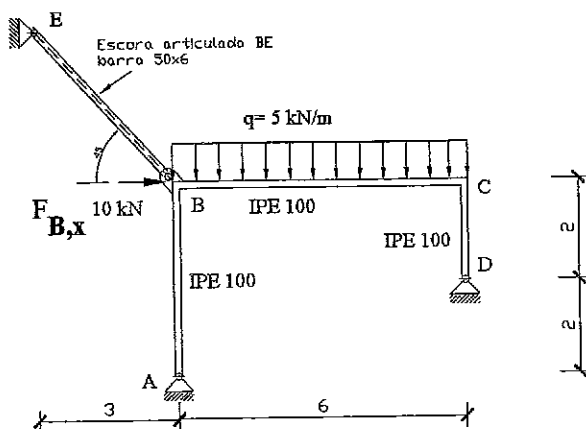
Problema 3- (6 valores) A estrutura da figura é constituída por perfis de secção tubular, $\phi_{int} = 140 \text{ mm}$ e $\phi_{ext} = 150 \text{ mm}$.

- Determine os esforços na secção de encastramento.
- Indique qual o ponto crítico (despreze as tensões de corte devidas ao esforço cortante).
- Desenhe o círculo de Mohr para o ponto crítico. Faça um pequeno relatório, indicando quais as tensões utilizadas na definição do círculo de Mohr.
- Utilizando o critério da Tensão Tangencial Máxima, especifique qual o valor da tensão de cedência mínima do aço a encomendar.
- Determine o deslocamento vertical do ponto de aplicação da carga de 10 kN.



Problema 4- (6 valores) – Determine as reacções nos apoios e o esforço na escora (barra 50x6) para a estrutura da figura. Material Aço.

- Notas:**
- Na resolução do problema deve apresentar os diagramas de esforços dos momentos flectores para o sistema de base carregado pelas cargas reais e pelas cargas unitárias associadas a cada uma das incógnitas hiperestáticas consideradas. Apresente equações de verificação do cálculo das reacções para cada um dos casos.
 - Explicite o significado físico das equações escritas e dos coeficientes de flexibilidade.
 - O cálculo dos coeficientes de flexibilidade deve ser efectuado pelo método de Bonfim Barreiros.





Nota 1: Esboce de forma clara os esquemas estáticos utilizados e aplique uma notação coerente.

Nota 2: Não havendo indicação explícita utilize como material o Fe360 ($\sigma_{ced}=235\text{ MPa}$, $E=206\text{ GPa}$, $\nu=0,3$, $G=80\text{ GPa}$).

Nota 3: Utilize para cada problema uma capa de exame em separado.

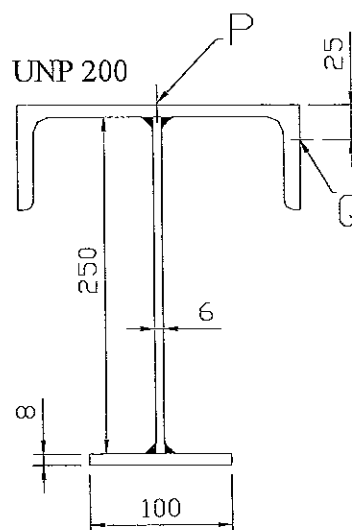
1 - (5 valores) A secção recta de uma viga é constituída por um perfil UNP 200 e um perfil em T soldado (ver figura, secção 250x6 e 100x8).

- Determine os módulos de resistência à flexão, W_y e W_z para a secção representada
- A leitura de extensómetros montados nos pontos P e Q indicam os seguintes valores para a deformação longitudinal (eixo da peça)

$$\varepsilon_P = 0,318 \times 10^{-3} \quad \varepsilon_Q = 0,790 \times 10^{-3}$$

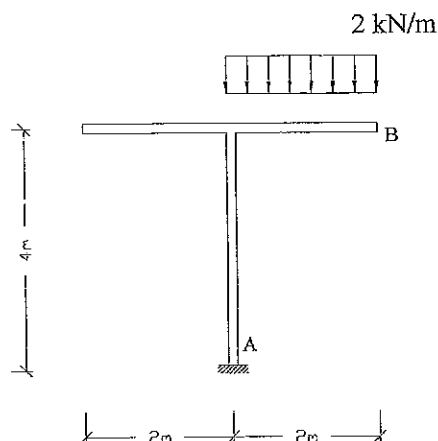
Determine:

- O valor das componentes M_y e M_z do momento flector.
- A tensão máxima de tracção e compressão na secção e os pontos onde se localizam essas tensões localizam essas tensões.



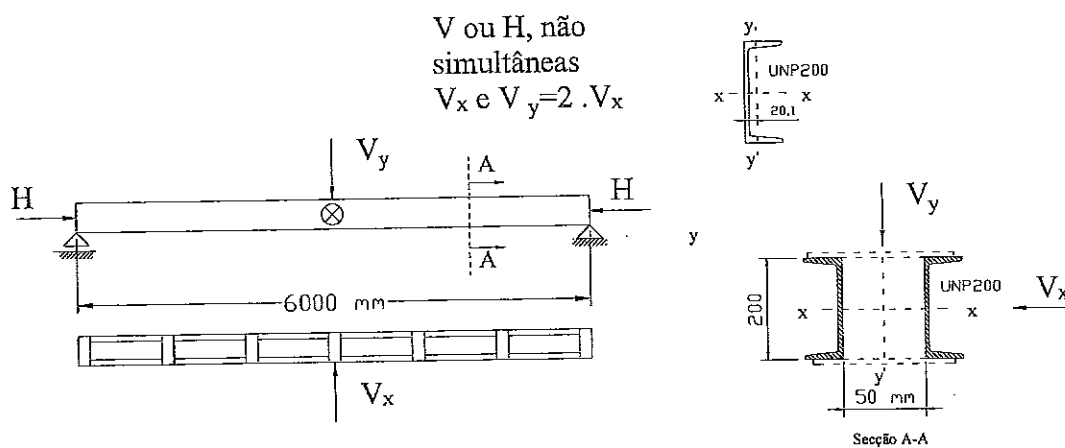
2 - (4 valores) Explique como procederá para determinar a rotação da secção B da estrutura representada na figura pelo 2º Teorema de castigliano. Determine a rotação na secção B por qualquer dos métodos que conheça. .

Secção :IPE 100



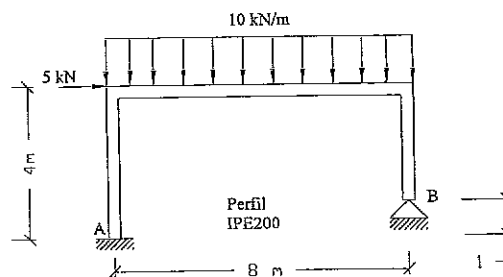
3 - (4 valores) - A peça da figura é utilizada em duas situações distintas. **Caso A** Uma solicitação constituída por duas cargas V_x e V_y normais ao eixo da peça e a meio vão. **Caso B** - Uma solicitação axial H de compressão.

- Determine para cada um dos casos o valor da carga máxima aplicável, considerando um coeficiente de majoração de cargas de 1,5.
- No caso da solicitação de flexão determine o ponto crítico e desenhe o diagrama de variação das tensões normais para a secção crítica.



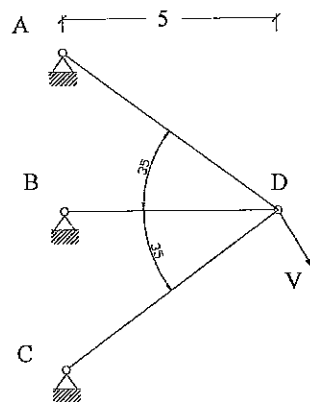
4- (4 valores) Considere a estrutura porticada representada na figura.

- Defina: o sistema de base utilizado na solução pelo método das forças.
- Determine os diagramas de momentos do sistema de base, carregado pelas cargas reais, e pelas cargas unitárias.
- Determine os coeficientes de flexibilidade δ_{io} e δ_{ij} , com $i \neq j$.



2006/06/20

5 - (3 valores) - Considere a estrutura de três barras da figura. Formule a resolução do problema, determinação dos esforços nas barras, utilizando o Teorema dos Trabalhos Virtuais. Defina deformação virtual e tensão virtual para cada barra, associado a um deslocamento virtual δx . Explícite o cálculo destas quantidades em função da geometria e das propriedades mecânicas do material das barras.
(XY é um sistema de eixos cartesianos, sendo x o eixo horizontal)





Universidade do Porto
FEUP Faculdade de Engenharia

Departamento de Engenharia Mecânica e Gestão Industrial

Mecânica das Estruturas I

Duração: 3,5 horas

2005-12-16

Época de Dezembro

Nota 1: *Esboce de forma clara os esquemas estáticos utilizados e aplique uma notação coerente.*

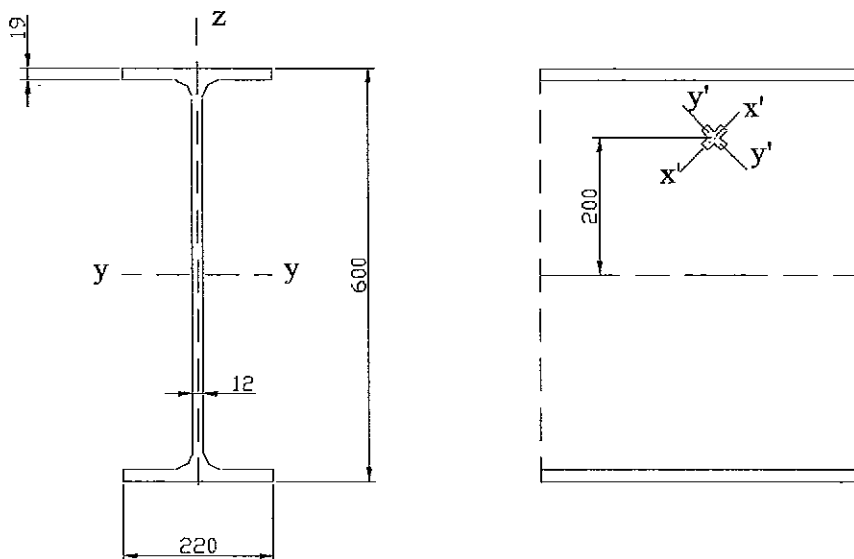
Nota 2: *Não havendo indicação explícita utilize como material o Fe360 ($\sigma_{ced}=235 \text{ MPa}$, $E=206 \text{ GPa}$, $\nu=0,3$, $G=80 \text{ GPa}$).*

Nota 3: *Utilize para cada problema uma capa de exame em separado.*

Problema 1 (5 valores) –Um perfil IPE 600 em Fe 510 está sujeito a flexão simples. Sobre a secção mais solicitada da peça foi efectuada uma leitura por análise experimental de tensões. Para uma roseta montada na alma, a 200 mm do eixo da peça e inclinada a 45° com esse mesmo eixo, obtivemos para componentes das tensões:

$$\sigma_{x'} = -47,13 \text{ N/mm}^2 ; \sigma_{y'} = -61,46 \text{ N/mm}^2 ; \tau_{x'y'} = 54,3 \text{ N/mm}^2$$

- a) Utilizando o círculo de Mohr e **deduzindo a partir deste as expressões necessárias**, determine o valor do esforço cortante e do momento flector aplicado à peça. Admita que o esforço cortante é uniformemente distribuído pela área da alma.
- b) **Faça um relatório explicando o procedimento seguido.**



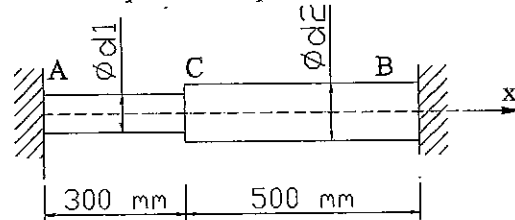
2005/12/16

Problema 2 – (4 valores) A peça da figura, de um componente de máquina, é encastrada nos seus apoios A e B, sujeita a um esforço axial $N_C=10$ na secção C. Admita que $d_2=60$ mm e que $d_1=50$ mm.

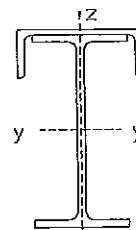
Dados: $f_y= 400$ N/mm², $E = 210$ GPa, $G = 80,77$ Gpa. Na solução do problema ignore a concentrações existente na secção de variação de secção.

Determine :

- As reacções nos apoios A e B.
- A tensão equivalente, segundo o Critério da Tensão Tangencial Máxima nos troços AB e BC.

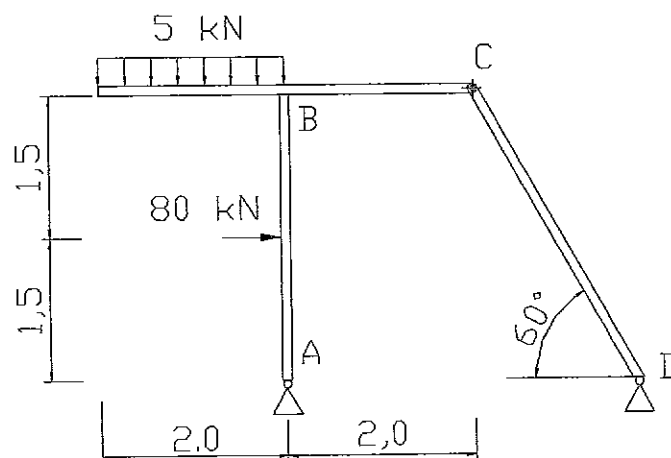


Problema 3 (3 valores) – Determine os módulos de resistência W_y e W_z para o perfil composto representado, IPE 300 e UNP 200. Qual o valor do momento resistente M_y . Material Fe 360.



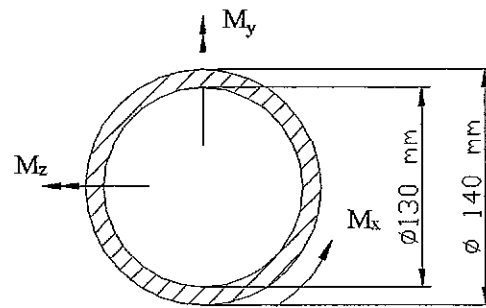
Problema 4. (5 valores) A estrutura em T representada (AB-CE), constituída por perfis IPE 160, possui um apoio duplo na base da coluna e é escorada por uma barra de secção tubular. **N.B.**- Os apoios A e D são duplos.

- a) Calcule as reacções e desenhe os esforços (N, V e M) na estrutura.
- b) Dimensione a escora **CD**.



2005/12/16

Problema 5. (3 valores) - a) Considere um veio de secção tubular, cuja secção crítica está representada na figura sob a acção dos seguintes esforços: $M_x = 5$ kN.m, $M_y = 15$ kN.m e $M_z = 20$ kN.m.
a) Para os esforços representados determine o ponto crítico. Desenhe o Círculo de Mohr para o estado de tensão no ponto crítico. Utilizando o Critério da Tensão Tangencial Máxima determine a tensão de cedência mínima do aço, admitindo que pretende trabalhar com um coeficiente de sergurança de 1,5.



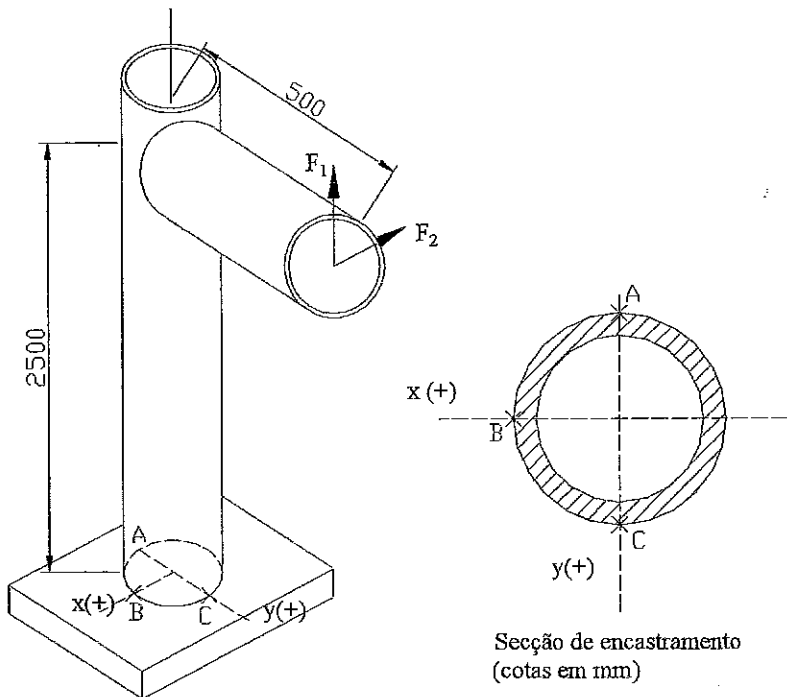


Nota 1: Esboce de forma clara os esquemas estáticos utilizados e aplique uma notação coerente.

Nota 2: Não havendo indicação explícita utilize como material o Fe360 ($\sigma_{ced}=235\text{ MPa}$, $E=206\text{ GPa}$, $\nu=0,3$, $G=80\text{ GPa}$).

Nota 3: Utilize para cada problema uma capa de exame em separado.

Problema 1 - A estrutura da figura é constituída por perfis de secção tubular, $\phi_{int} = 140\text{ mm}$ e $\phi_{ext} = 150\text{ mm}$.

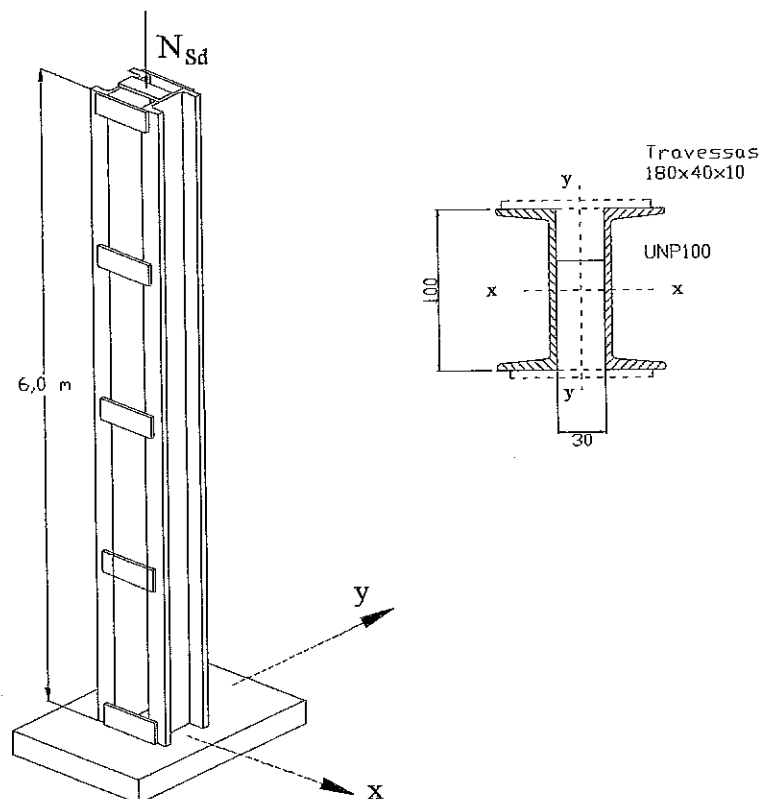


- (1,0 valores) A leitura de extensómetros montados na secção de encastramento, indicaram os seguintes valores, para deformação axial: **Ponto A** $\epsilon_z = -5,65E-04$, **Ponto B** $\epsilon_z = 15,6E-04$, **Ponto C** $\epsilon_z = +6,5E-04$. Determine as componentes F_1 e F_2 dos esforços aplicados.
- (1,0 valores) Determine os esforços na secção de encastramento. Desenhe o diagrama das tensões de flexão devidas aos esforços gerados por cada uma das forças F_1 e F_2 na secção de encastramento. (Despreze as tensões de corte devidas ao esforço cortante)

- c) (1,5 valores) Indique qual o ponto crítico da peça. Desenhe o círculo de Mohr para o ponto crítico. Faça um pequeno relatório, indicando: quais as tensões utilizadas na definição do círculo de Mohr e qual a orientação das facetas a elas associadas).
- d) (1,0 valores) Determine o valor da tensão equivalente segundo o critério da Tensão Tangencial Máxima. Especifique qual o valor da tensão de cedência mínima do aço a encomendar.
- e) (1,5 valores) Determine o deslocamento vertical do ponto de aplicação das cargas F_1 e F_2 . Despreze a parcela correspondente à contribuição do esforço cortante. Caso não tenha determinado F_1 e F_2 , tome $F_1 = 30\text{kN}$ e $F_2 = 10\text{kN}$

Problema 2 (4,0 valores) - Um pilar de 6m de altura é constituído por dois perfis UNP 100 afastados de 30 mm, soldados por presilhas espaçadas. As condições de fronteira estão descritas na tabela seguinte (dx, dy e dz são os deslocamentos segundo os eixos x,y e z sendo o eixo dos zz coincidente com o eixo do pilar).

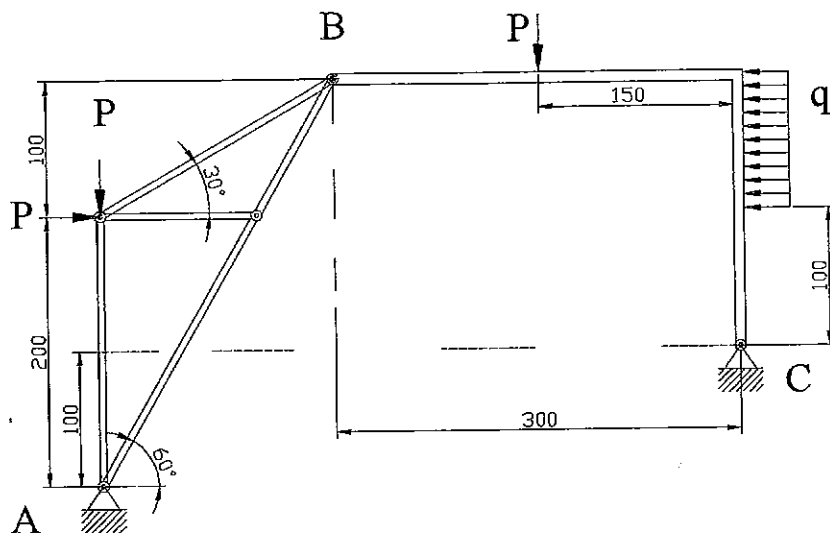
	dx	dy	dz	Rot x	Rot y	Rot z
base	fixo	fixo	fixo	fixo	fixo	fixo
$z = 3\text{ m}$	fixo	livre	livre	livre	livre	livre
$z = 6\text{ m}$	fixo	fixo	livre	livre	livre	livre



- a) Determine qual o valor da carga máxima de compressão admissível no pilar, de acordo com o REAPE. Explícite qual o eixo/plano crítico de encurvadura e porquê?

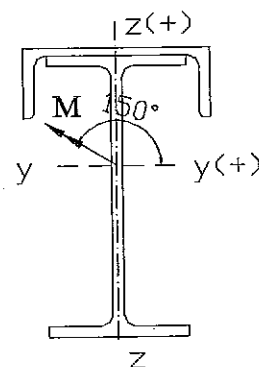
b) Qual o afastamento máximo entre presilhas (ou travessas) para que não haja encurvadura local de cada uma das pernas, para o valor da carga determinada na alínea anterior.

Problema 3 (5 valores)- O arco de três rótulas da figura é constituído por uma estrutura articulada AB e, uma estrutura reticulada BC. Calcule as reacções nos apoios. Desenhe os diagramas de esforços na estrutura. Dados: $P = 5 \text{ kN}$, $q = 2 \text{ kN/m}$



Problema 4 (5 valores) - A secção recta de uma viga é constituída por um perfil UNP 240 e um perfil IPE 300 (ver figura).

- Determine os módulos de resistência à flexão, W_y e W_z para a secção representada
- Escreva a fórmula da flexão desviada que lhe permite determinar a tensão num ponto genérico, de coordenadas (y, z) . Justifique a fórmula escrita indicando quais os pontos à tracção e à compressão, devido a momentos M_y e M_z positivos. Desenhe os diagramas de variação da tensão de flexão devida a M_z e a M_y (dois diagramas). Explícite o valor da tensão nos extremos dos diagramas, em função de M_z , M_y , W_y , W_z e das características geométricas do perfil composto
- Admitindo que M faz um ângulo de 150° com a horizontal (ver figura), e que simultaneamente actua um esforço axial de tracção de 20 kN , determine o valor do momento de cedência.
- Determine qual o valor da tensão de corte máxima na alma, devido a um esforço cortante $V_z = 10 \text{ kN}$. Onde se localiza essa tensão?





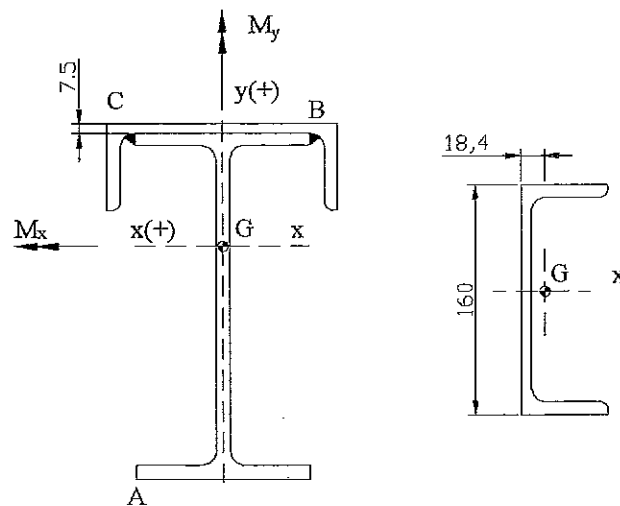
Nota 1: Esboce de forma clara os esquemas estáticos utilizados e aplique uma notação coerente.

Nota 2: Não havendo indicação explícita utilize como material o Fe360 ($\sigma_{ced}=235 \text{ MPa}$, $E=206 \text{ GPa}$, $\nu=0,3$, $G=80 \text{ GPa}$).

1) (4 valores) A secção resistente do caminho de rolamento de uma ponte grua é constituída por um perfil IPE200 e um UNP160, conforme esquema da figura. Na secção crítica actuam momentos $M_x= 40 \text{ kN.m}$ e $M_y=8 \text{ kN.m}$.

a) Para o sistema de eixos representado e aplicando o Princípio de Sobreposição dos Efeitos indique qual a expressão que lhe permite calcular a tensão num ponto genérico da secção recta. Desenhe os diagramas das tensões de flexão devidos a M_x e M_y . Indique quais as zonas à tracção e quais as zonas à compressão.

c) Caracterize o estado de tensão nos pontos A, B e C. Defina a tensão equivalente segundo o critério da tensão tangencial máxima para esses mesmos pontos. (Despreze as tensões de corte devidas ao esforço cortante). Qual é(são) o(s) ponto(s) crítico da secção?



Dados:

UNP 160 –

$A = 2400 \text{ mm}^2$;

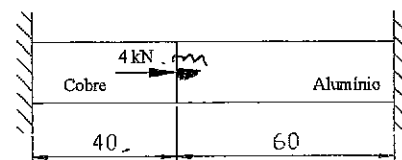
$I_x = 9,25 \text{ E}06 \text{ mm}^4$;

$I_y = 0,853 \text{ E}06 \text{ mm}^4$;

$d=7,5 \text{ mm}$

$e=18,4 \text{ mm}$

2) (3 valores) - Um tubo biencastrado ($d=60\text{mm}$) (cobre / alumínio) está sujeita a uma Momento torsor de 4 kN.m . Utilizando equações de compatibilidade de deslocamentos determine as reações nos apoios e as tensões instaladas no cobre e no alumínio?

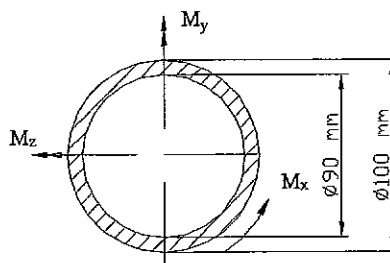


Alumínio : $E = 70 \text{ GPa}$; $G = 28 \text{ GPa}$ $f_y = 140 \text{ N/mm}^2$

Cobre : $E = 105 \text{ GPa}$; $G = 42 \text{ GPa}$ $f_y = 100 \text{ N/mm}^2$

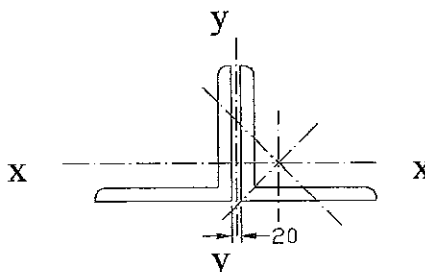
3) (4 valores) Um veio de secção tubular ($d_{ext}=100$ mm, $d_{int}=90$ mm) está sujeito na secção crítica aos seguintes esforços: $N_x = 5$ kN, $M_x=10$ kN.m, $M_y = 5$ kN.m, $M_z = 2$ kN.m. Represente o diagrama de variação de tensões devida aos diferentes esforços (Esforço Normal, Momento Flector e Momento Torsor).

Determine o ponto crítico da secção. Caracterize o estado de tensão no ponto crítico. Desenhe o respectivo círculo de Mohr. Faça um relatório, explicando o traçado do círculo de Mohr. Utilizando o Critério da tensão tangencial máxima, determine qual a tensão de cedência mínima para o aço a utilizar, admitindo que pretende trabalhar com um coeficiente de segurança de 1,5.



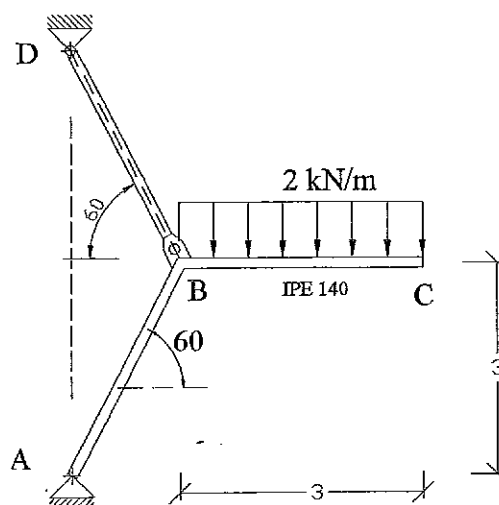
4. a) (1,5 valores) O comprimento de encurvadura de uma peça é função das condições fronteira. Apresente três casos práticos de componentes de estruturas reais, com diferentes leis para o cálculo do comprimento de encurvadura e indique qual a configuração prevista no REAPE para cada um dos casos.

b) (2,5 valores) Uma das barras de uma estrutura articulada é constituída por duas cantoneiras LNP 120.10 com uma montagem de acordo com a figura. Sabendo que a peça tem um comprimento de 3500 mm determine qual o valor máximo do esforço axial de compressão, de acordo com o REAPE.



5) (5 valores) A estrutura representada na figura é constituída por uma barra ABC (perfil IPE 140) e por um tirante BD (varão $\phi=10$ mm) A ligação entre as duas peças é efectuada por uma articulação em B.

- Desenhe os diagramas de esforços na estrutura.
- Determine o deslocamento vertical da secção C, utilizando o teorema da carga unitária.



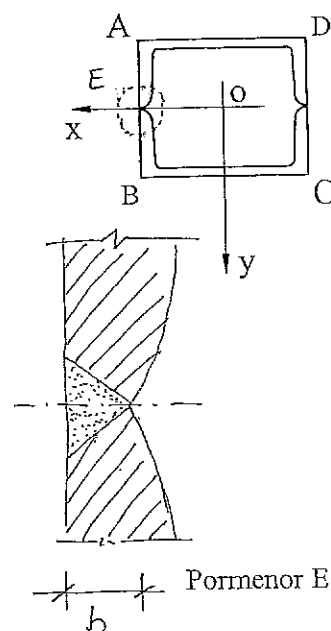
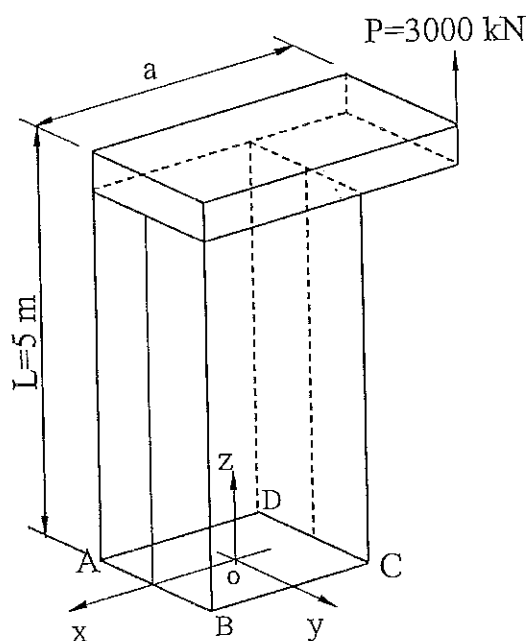


Nota 1: Esboce de forma clara os esquemas estáticos utilizados e aplique uma notação coerente.

Nota 2: Não havendo indicação explícita utilize como material o Fe360 ($f_{yd}=235$ MPa, $E=206$ GPa, $\nu=0,3$, $G=80$ GPa).

Nota 3: Utilize para cada problema uma capa de exame em separado.

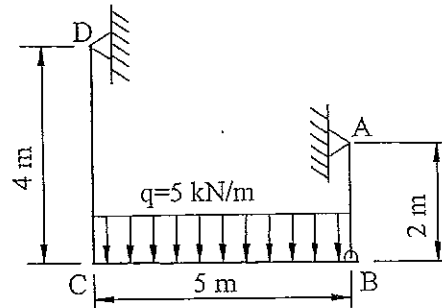
- 1- A coluna da figura, sujeita a uma carga excêntrica P é constituída por dois perfis UNP140, encastrados na base sendo ligados no topo por uma placa rígida.
- (2 Val.) a) Em função da cota a , calcule o valor da **tensão normal** nos pontos indicados (A,B,C,D).
- (1 Val.) b) Tratando-se de aço Fe360, calcule o valor da **cota a** , admitindo um coeficiente de segurança igual a 2.
- (2 Val.) c) Considerando que sobre a mesma coluna actua outro carregamento constituído apenas por uma carga uniformemente distribuída ($P=0$, $q=1.3$ kN/m) no plano yoz , determine o **valor mínimo para a espessura b** do cordão de soldadura que ligaria os dois perfis. A verificação da resistência do cordão de soldadura implica a determinação da tensão de corte no plano da garganta ($\tau_{Sd} < \tau_{Rd}$, $\tau_{Rd} = f_{yd} / \sqrt{3}$)
- (1 Val.) d) Represente os **círculos de Mohr** para os estados de tensão resultantes da alínea b), para o ponto crítico e alínea c), num ponto com cota $y=0$.



2- A estrutura representada é constituída por um L (BCD) em IPE140, suspenso por um cabo AB com 10mm de diâmetro.

(2 Val.) a) Por aplicação do Teorema da Carga Unitária, calcule o deslocamento vertical de B.

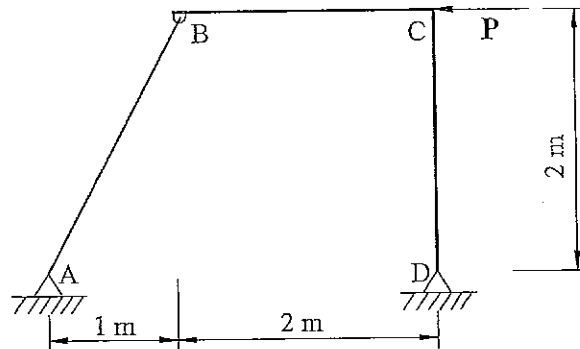
(2 Val.) b) Para o cálculo do deslocamento da alínea a) também se poderia ter aplicado o 2º Teorema de Castigliano. Enuncie esse teorema, estabelecendo a expressão que permitiria calcular o deslocamento pedido.



3- A figura mostra uma estrutura constituída por três barras. A ligação em C é uma ligação rígida e em B é uma articulação plana. Todas as barras são em perfil IPE.

(3 Val.) a) Atendendo às disposições do REAP e considerando $P=10$ kN dimensione a barra AB.

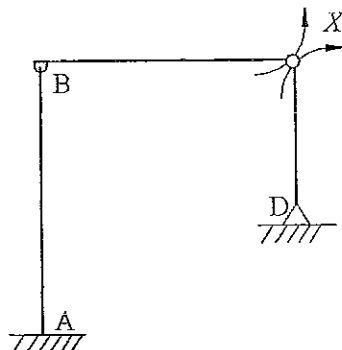
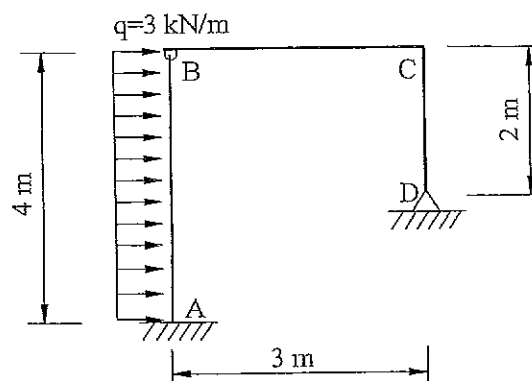
(2 Val.) b) Para o dimensionamento efectuado em a) seria possível aplicar directamente a teoria de Euler para o cálculo de colunas? Justifique a sua resposta indicando em que condições.



4- Para a estrutura hiperestática da figura indica-se um possível sistema base.

(1 Val.) a) Indique mais dois possíveis sistemas base.

(4 Val.) b) A partir do sistema base indicado, calcule as reacções no apoio duplo.





Universidade do Porto
FEUP Faculdade de Engenharia

Departamento de Engenharia
 Mecânica e Gestão Industrial

Mecânica das Estruturas I

Duração: 3 Horas

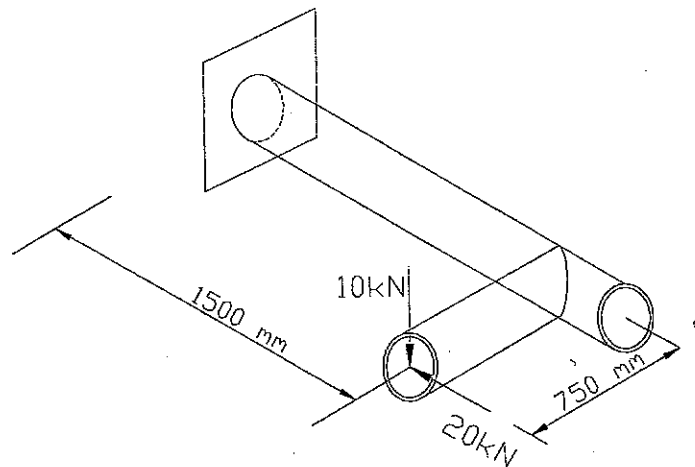
2004-07-12

Nota 1: Esboce de forma clara os esquemas estáticos utilizados e aplique uma notação coerente.

Nota 2: Não havendo indicação explícita utilize como material o Fe360 ($\sigma_{ced}=235 \text{ MPa}$, $E=206 \text{ GPa}$, $\nu=0,3$, $G=80 \text{ GPa}$).

Nota 3: Utilize para cada problema uma capa de exame em separado.

- 1) (6 valores) A estrutura da figura é constituída por perfis de secção tubular, $\phi_{int}=140 \text{ mm}$ e $\phi_{ext}=150 \text{ mm}$.

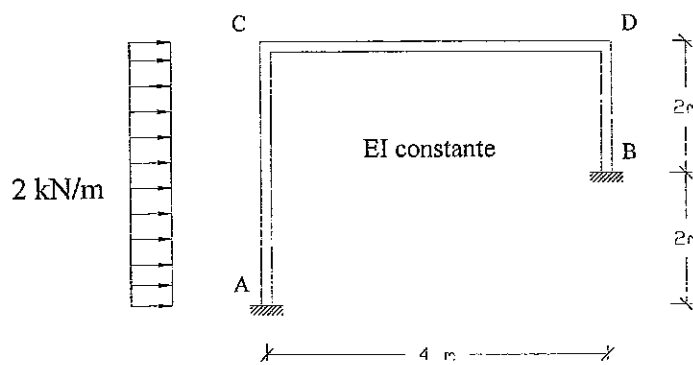


- Determine os esforços na secção de encastramento.
- Indique qual o ponto crítico (despreze as tensões de corte devidas ao esforço cortante).
- Desenhe o círculo de Mohr para o ponto crítico
- Faça um pequeno relatório, indicando: quais as tensões utilizadas na definição do círculo de Mohr e qual a orientação das facetas a elas associadas.
- Utilizando o critério da Tensão Tangencial Máxima, especifique qual o valor da tensão de cedência mínima do aço a encomendar.
- Determine o deslocamento vertical do ponto de aplicação da carga de 10 kN.

2004/07/12

- 4) (6 valores) a) Determine as reacções e os diagramas de esforços na estrutura hiperestática representada.

Utilize sempre que possível o método de Bonfim Barreiros na determinação dos coeficientes de flexibilidade.





Nota 1: Esboce de forma clara os esquemas estáticos utilizados e aplique uma notação coerente.

Nota 2: Não havendo indicação explícita utilize como material o Fe360 ($\sigma_{ced}=235 \text{ MPa}$, $E=206 \text{ GPa}$, $\nu=0,3$, $G=80 \text{ GPa}$).

Nota 3: Utilize para cada problema uma capa de exame em separado.

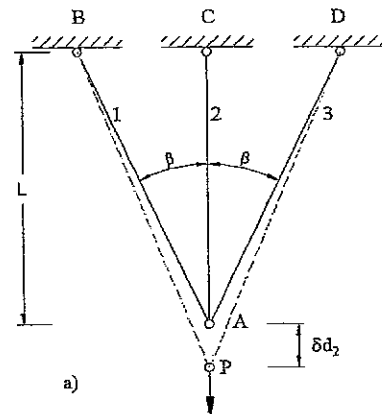
1) Na estrutura de três barras da figura, as barras 1 e 3 são em aço Fe 430 ($f_y = 275 \text{ N/mm}^2$), e barra 2 em Fe 360 ($f_y = 235 \text{ N/mm}^2$). **Note bem : Resolva só a) ou b).**

a) (3 valores) Determine os esforços nas barras, em função da carga P , utilizando o teorema dos Trabalhos Virtuais. Defina tensão virtual e deformação virtual de cada barra associada a deslocamentos virtuais δx e δy respectivamente.

b) (2 valores) **Em alternativa** à alínea anterior aceita-se igualmente a solução do problema pelo teorema da Energia Potencial Mínima ou através de uma equação de compatibilidade de deslocamentos.

c) (1.5 valores) Determine o valor da carga P para a qual se atinge a tensão de cedência numa das barras da estrutura.

d) (1.5 valores) Determine o valor da carga de colapso na estrutura.



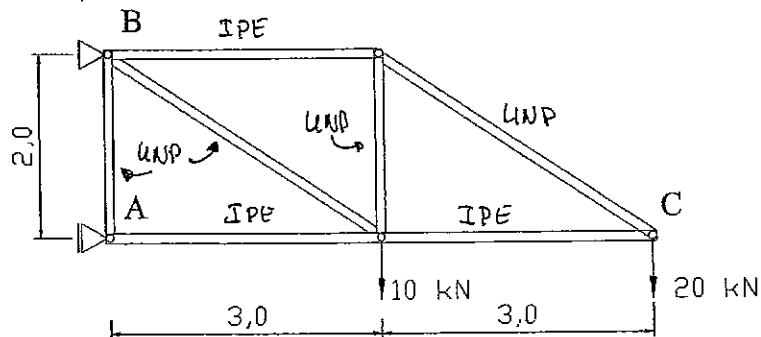
Secção recta das barras – 210 mm^2

$E = 210 \text{ GPa}$; $G = 80,77 \text{ GPa}$

$L = 2000 \text{ mm}$

$\beta = 30^\circ$

2) Considere a estrutura da figura. Admita que utiliza um aço Fe 360 e que as acções representadas são as acções críticas, já majoradas pelos respectivos coeficientes de segurança.



a) (2 valores) Determine os esforços nas barras.

b) (3 valores) Dimensione a estrutura supondo que pretende utilizar perfis IPE nos banzos e perfis UNP nas diagonais e montantes.

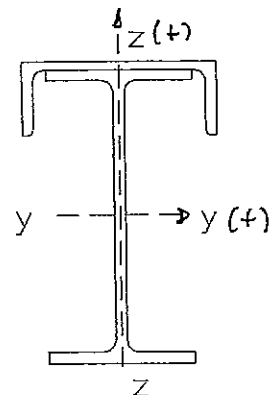
Nota: Admita que todos os nós se encontram contraventados no plano perpendicular ao da figura.

3) (4 valores) A secção recta de uma viga é constituída por um perfil UNP 240 e um perfil IPE 300 (ver figura).

a) Determine os módulos de resistência à flexão, W_y e W_z para a secção representada

b) Escreva a fórmula da flexão desviada que lhe permite determinar a tensão num ponto genérico, de coordenadas (y,z) . Justifique a fórmula escrita indicando quais os pontos à tracção e à compressão, devido a momentos M_y e M_z positivos.

c) Admitindo que M faz um ângulo de 30° com a horizontal determine o valor do momento de cedência.



4) (5 valores) a) Determine as reacções e os esforços na estrutura hiperestática representada.

