



Universidade do Porto
Faculdade de Engenharia

FEUP

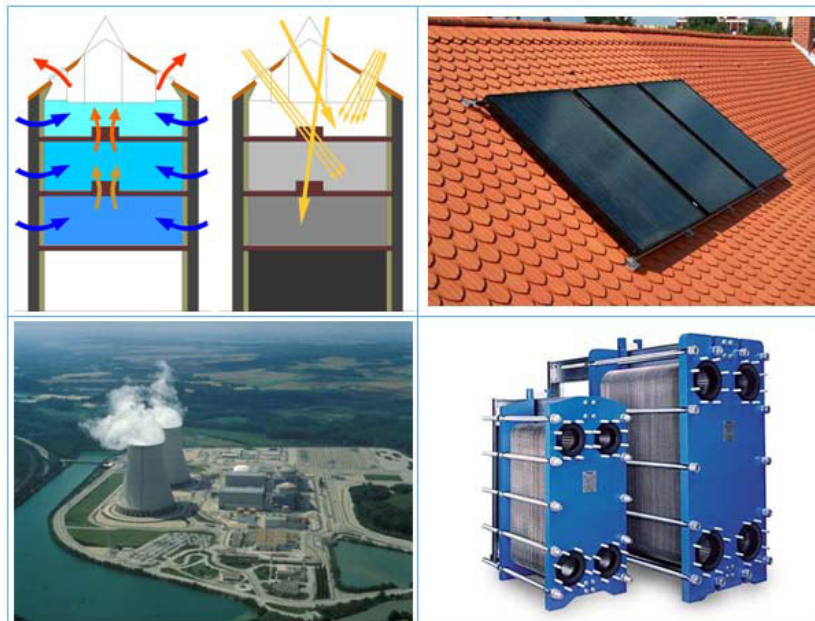


Departamento de Engenharia
Mecânica e Gestão Industrial

M.I.E.M.

(MESTRADO INTEGRADO EM ENGENHARIA MECÂNICA)

TRANSFERÊNCIA DE CALOR



2009-2010
1º SEMESTRE

Texto de Apoio às Aulas Práticas

E. Oliveira Fernandes
M. Dias de Castro

PORTO 2008

Lição nº 1

Temas: Apresentação

Enquadramento de relevância da transferência de calor

Justificação do Programa

Conhece-se da Termodinâmica o primeiro princípio ou da conservação de energia. Para um sistema isolado e na formulação diferencial:

$$\delta Q + \delta W = dU$$

Em que dU representa a variação da energia interna do sistema.

Daí resultam duas conclusões essenciais:

- O 1º princípio não faz distinção entre as duas formas de energia que atravessam a fronteira (calor – δQ ou trabalho – δW)
- O 1º princípio afirma que não há produção ou consumo de energias mas, apenas, conversões.

As conversões de energia podem implicar mudança de forma (calor, electricidade, energia mecânica, energia química, ...) mas pode também significar evolução de um sistema no espaço ou no tempo (arrefecimento de um banho; queda de um corpo).

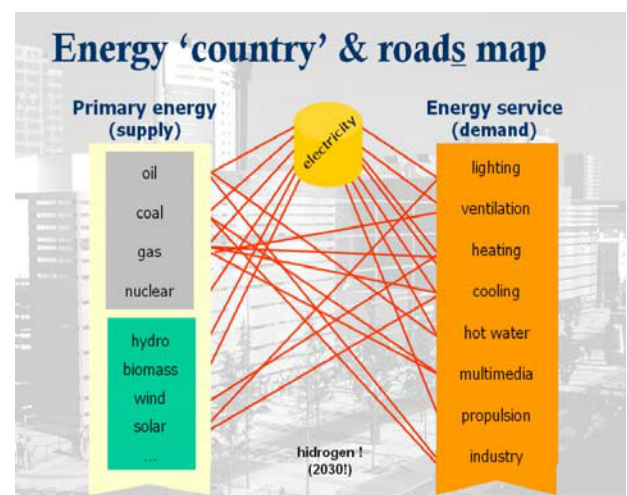
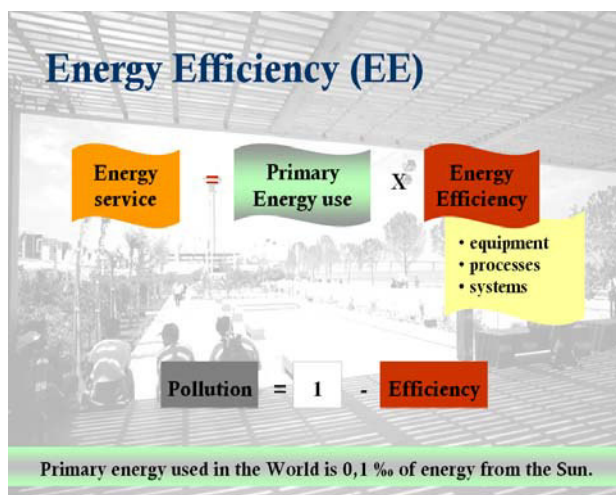
O segundo princípio, por sua vez, põe restrições ao sentido da conversão, concretamente, na conversão, da energia-calor em energia mecânica. Uma parte nunca será convertível. Há lugar a falar de um rendimento ou “factor de Carnot”. Ora, como a energia-calor está presente no “coração” de grande parte das conversões, significa que, há que prestar muita atenção aos rendimentos ou eficiência dos processos de conversão.

A Termodinâmica trata das quantidades de energia-calor envolvidas num sistema que evolui entre dois estados de equilíbrio. Não permite saber quanto tempo os processos demoram nem como influenciar os processos no sentido de controlar o tempo.

Em Engenharia é necessário saber esses tempos ou as taxas de transferência de calor em cada instante e em cada local. A Transferência de Calor é a disciplina que aborda o problema caracterizando e quantificando os processos físicos responsáveis pelo transporte de energia-calor.

Sendo a energia um recurso natural com forte impacto económico e ambiental, e estando a utilização da energia-calor sujeita às restrições da 2ª Lei da Termodinâmica, a importância da Transferência de Calor advém do contributo que pode dar para a racionalidade dos usos energéticos, nas várias fases da conversão e utilização da energia-calor presentes na maioria das actividades industriais e do quotidiano das sociedades.

Conversões de energia:



Presença da transferência de calor em grande parte da actividade humana e na fisica do ambiente:



Lição nº 2

**Temas: Mecanismos e Modos de Transferência de Calor
Noção de Resistência Térmica**

Os mecanismos de Transferência da Calor são os processos básicos de transporte da energia-calor. A condução é um mecanismo cujo suporte é de natureza molecular. A radiação é um mecanismo de natureza electromagnética que encontra as melhores condições na ausência de meios físicos (vazio).

O mecanismo da condução pode, por sua vez, dividir-se em dois **modos**. O modo da condução, a que está associada a propriedade condutibilidade térmica, corresponde ao transporte molecular. Esse efeito pode ser significativamente ampliado quando o meio físico em que ocorre se encontra em movimento. Tem-se então, o modo da **convecção**, típico dos escoamentos.

Mecanismos	Modos		
	Condução	Convecção	Radiação
Transporte molecular	✓	✓	-
Transporte por radiação	-	-	✓

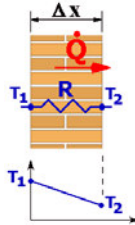
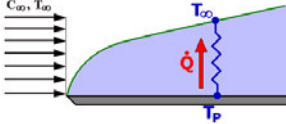



Perante a situação de "controlo" da Transferência de Calor importa poder quantificar o efeito de resistência que o meio oferece à transferência: a **resistência térmica**.

- No caso extremo dos *isolamentos térmicos* o objectivo é contrariar a transferência de calor.
- No outro extremo, diversos casos há em que o objectivo é intensificar a transferência de calor (é o caso das *alhetas*, por exemplo).

As diversas possibilidades serão genericamente tratadas ao longo deste curso.

As resistências térmicas, análogas às resistências eléctricas, podem adicionar-se se **em série**, ou associar-se se **em paralelo**, como se verá adiante.

Noção de Resistência Térmica

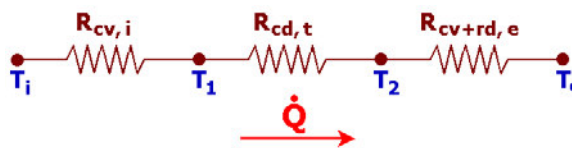
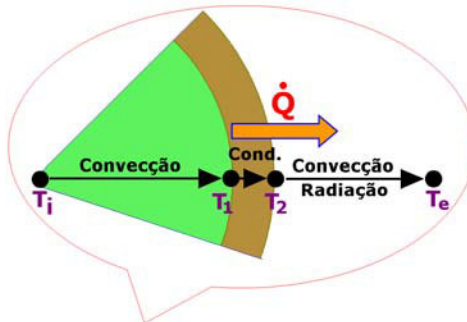
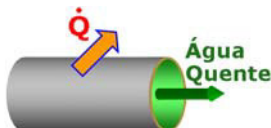
Condução	Convecção	Radiação
		<ul style="list-style-type: none"> A potência radiativa não é proporcional a uma diferença de temperaturas, a definição de RT não é tão evidente No entanto, nos casos mais simples, é possível obter-se uma resistência térmica de radiação (semelhante à de convecção)
<p>Potência transferida por condução:</p> $\dot{Q}_{cd} = \frac{\lambda}{\Delta X} A \Delta T \text{ (W)} \quad (2.1)$ $\dot{Q}_{cd} = \frac{\Delta T}{R_{cd}} \text{ (W)} \quad (2.2)$ 	<p>Potência transferida por convecção:</p> $\dot{Q}_{cv} = \alpha_{cv} A \Delta T \text{ (W)} \quad (2.6)$ $\dot{Q}_{cv} = \frac{\Delta T}{R_{cv}} \text{ (W)} \quad (2.7)$ 	<p>Potência radiativa (casos + simples):</p> $\dot{Q}_{rad} = \alpha_{rad} A \Delta T \text{ (W)} \quad (2.11)$ $\dot{Q}_{rad} = \frac{\Delta T}{R_{rad}} \text{ (W)} \quad (2.12)$ 
<p>Resistência térmica de condução:</p> $R_{cd} = \frac{\Delta T}{\dot{Q}_{cd}} = \frac{\Delta x}{\lambda A} \text{ (W/°C)} \quad (2.3)$	<p>Resistência térmica de convecção:</p> $R_{cv} = \frac{\Delta T}{\dot{Q}_{cv}} = \frac{1}{\alpha_{cv} A} \text{ (W/°C)} \quad (2.8)$	<p>Resistência térmica de radiação:</p> $R_{rad} = \frac{\Delta T}{\dot{Q}_{rad}} = \frac{1}{\alpha_{rad} A} \text{ (W/°C)} \quad (2.13)$
<p>Fluxo de calor por condução (potência de condução/unidade área):</p> $\dot{q}_{cd} = \frac{\dot{Q}_{cd}}{A} = \frac{\Delta T}{R_{cd}} \text{ (W/m}^2\text{)} \quad (2.4)$ <p>Resistência de condução específica (por unidade de área):</p> $R_{cd} = \frac{\Delta T}{\dot{q}_{cd}} = \frac{e}{\lambda} \text{ (m}^2\text{.°C/W)} \quad (2.5)$	<p>Fluxo de calor por convecção (potência de convecção/unidade área):</p> $\dot{q}_{cv} = \frac{\dot{Q}_{cv}}{A} = \frac{\Delta T}{R_{cv}} \text{ (W/m}^2\text{)} \quad (2.9)$ <p>Resistência de convecção específica (por unidade de área):</p> $R_{cv} = \frac{\Delta T}{\dot{q}_{cv}} = \frac{1}{\alpha_{cv}} \text{ (m}^2\text{.°C/W)} \quad (2.10)$	<p>Fluxo de calor por radiação (potência de radiação/unidade área):</p> $\dot{q}_{rad} = \frac{\dot{Q}_{rad}}{A} = \frac{\Delta T}{R_{rad}} \text{ (W/m}^2\text{)} \quad (2.14)$ <p>Resistência de radiação específica (por unidade de área):</p> $R_{rad} = \frac{\Delta T}{\dot{q}_{rad}} = \frac{1}{\alpha_{rad}} \text{ (m}^2\text{.°C/W)} \quad (2.15)$
	<p>Resistência térmica de convecção + radiação:</p> <ul style="list-style-type: none"> Dada a semelhança entre as RT de convecção e radiação, estes dois modos podem ser associados e tratados em simultâneo (quando as condições de TC sejam adequadas). Para isso, somam-se os respectivos coeficientes de TC: $\alpha_{global} = \alpha_{cv} + \alpha_{rad} \text{ (W/m}^2\text{.K)} \quad (2.16)$ A resistência térmica de convecção + radiação será: $R_{cv+rad} = \frac{1}{\alpha_{global}} \text{ (m}^2\text{.°C/W)} \quad (2.17)$ Potência calorífica transferida por convecção + radiação: $\dot{Q}_{cv} = \alpha_{global} A \Delta T = \frac{\Delta T}{R_{cv+rad}} \text{ (W)} \quad (2.18)$ 	

Vantagem no uso das resistências térmicas

Os processos de transferência de calor podem ser traduzidos por RT's, o que simplifica a resolução dos problemas

Exemplo:

Tubo usado no transporte de água quente (80°C) rodeado pela atmosfera (20°C):



Associação de Resistências Térmicas

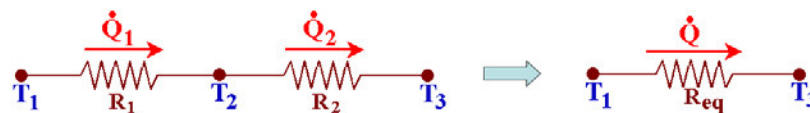
Resistência equivalente de uma associação de **n** resistências em:

Série:

$$R_{eq} = \sum_{i=1}^n R_i \tag{2.19}$$

$$\dot{Q} = \dot{Q}_i \tag{2.20}$$

Exemplo: $R_{eq} = R_1 + R_2$ e $\dot{Q} = \dot{Q}_1 = \dot{Q}_2$

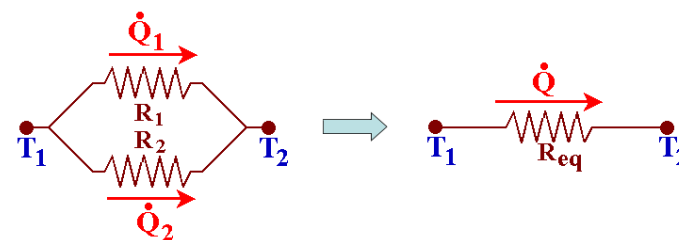


Paralelo:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i} \tag{2.21}$$

$$\dot{Q} = \sum_{i=1}^n \dot{Q}_i \tag{2.22}$$

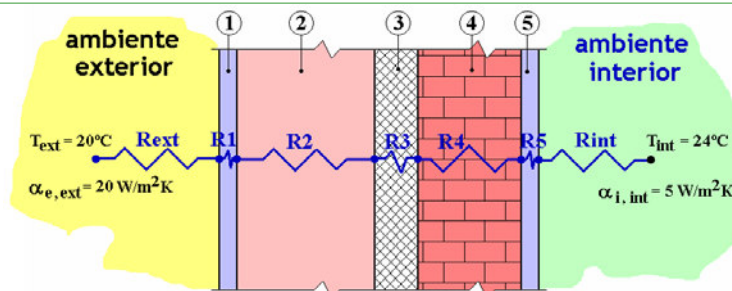
Exemplo: $\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$ e $\dot{Q} = \dot{Q}_1 + \dot{Q}_2$



Outro exemplo de uma associação de **n** resistências em série:

Parede da envolvente de um edifício, que separa os ambientes interior (a 24°C) e exterior (a 20°C)

O processo de transferência de calor entre os 2 ambientes pode descrever-se através de resistências térmicas, como se mostra ao lado.



Lição nº 3

**Temas: Condução:
Equação de Fourier
Condutibilidade Térmica
Equação Geral da Condução
Condições fronteira**

Equação de Fourier

Seja uma parede de área A com a superfície de coordenada x à temperatura T_1 e a de coordenada $x + dx$ à temperatura T_2 ($T_2 < T_1$).

$$\frac{\dot{Q}}{A} = \lambda \frac{A (T_1 - T_2)}{A \Delta x} \quad \text{ou} \quad \dot{q} = -\lambda \frac{dT}{dx} \quad (3.1)$$

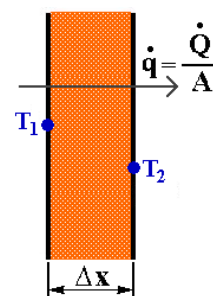
O fluxo de calor tem lugar no sentido da temperatura mais baixa, o que justifica o sinal -, e é tanto maior quanto maior for $\Delta T = T_1 - T_2$ e quanto menor for Δx .

A constante de proporcionalidade é uma característica do material: a **condutibilidade térmica** (λ).

$$\lambda = \lambda (T, p, x, y, z) \quad (3.2)$$

ou, no caso monodimensional e para a pressão normal:

$$\lambda = \lambda (T, x) \quad (3.2a)$$



É grande a variedade de valores de λ , em geral maiores para os sólidos e sucessivamente menores para líquidos e gases. No entanto, esta não é uma regra absoluta.

A condutibilidade térmica pode variar com a pressão (caso dos gases ou vapores) e com a direcção (anisotropia) como acontece, por exemplo, com a madeira.

Uma hipótese simplificativa corrente é a da isotropia do meio quanto à condutibilidade:

$$\lambda = \lambda (T) \quad (3.2b)$$

Equação geral da condução

Em coordenadas cartesianas (tridimensional):

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \dot{q}_f \quad (3.3)$$

com λ constante, obtém-se a

Equação da difusão do calor:
$$\frac{1}{a} \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla^2 T + \frac{\dot{q}_f}{\lambda} \quad (3.4)$$

onde a é difusibilidade térmica:
$$a = \frac{\lambda}{\rho c_p} \quad (\text{m}^2 / \text{s}) \quad (3.5)$$

Difusibilidade térmica de alguns materiais:

Material	a (m ² /s)
Cobre	114,1 x 10 ⁻⁶
Aço	12,4 x 10 ⁻⁶
Tijolo	0,516 x 10 ⁻⁶
Vidro	0,594 x 10 ⁻⁶

Em regime permanente e sem fontes de calor:

Equação de Laplace: $\nabla^2 T = 0$ (3.6)

Condições fronteira:

A equação geral da condução é, na sua forma geral, uma equação diferencial de 2ª ordem, de derivadas parciais. O **perfil de temperaturas** no meio obtém-se por integração para o que são necessárias **constantes de integração**. Estas constantes são obtidas por aplicação das condições limite. Há dois tipos:

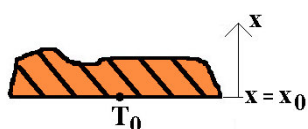
- Uma condição inicial (**tempo**).
- Três (x2) condições de fronteira (**espaço**) de três espécies diferentes possíveis.

A **condição inicial** diz respeito ao conhecimento da distribuição da temperatura para **t=0**:

$T_{(t=0)} = T_0$ (para cada caso, só é necessário uma condição) (3.7)

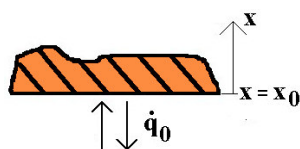
As **condições de fronteira** reportam-se às condições nas fronteiras físicas do domínio. Para cada caso, são necessárias 2 condições para cada coordenada espacial: fronteira inicial e fronteira final. Há 3 espécies de condições de fronteira:

1ª espécie: **condição de temperatura**. Conhece-se a temperatura na fronteira



$x = x_0 \Rightarrow T_{(x=0)} = T_0$ (3.8)

2ª espécie: **condição de fluxo**. Conhece-se o fluxo de calor na fronteira



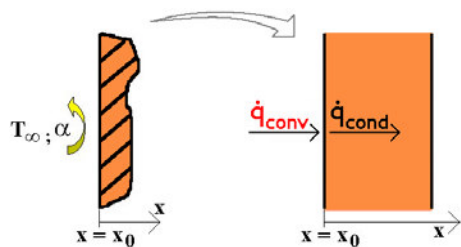
No caso monodimensional:

$x = x_0 \Rightarrow \dot{q}_0 = -\lambda \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=x_0}$ ou $-\left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=x_0} = \frac{\dot{q}_0}{\lambda}$ (3.9)

Caso particular: parede adiabática ou condição de simetria

$-\left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=x_0} = 0$ (3.10)

3ª espécie: **condição de convecção**. Especifica trocas por convecção (α) com um meio que está a uma temperatura determinada (T_∞).



Balço energético através da superfície fronteira:

$\dot{q}_{conv} = \dot{q}_{cond}$

$\alpha (T_\infty - T|_{x=0}) = -\lambda \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=0}$ (3.11)

Observação:

Num dado problema não se podem usar apenas condições limites de 2ª espécie. Pelo menos uma das outras tem de ser de 1ª ou 3ª espécie.

Lição nº 4

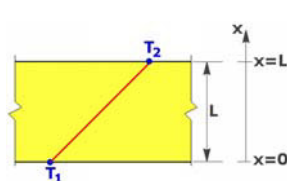
Temas: Condução monodimensional estacionária: placa plana, cilindro, esfera Raio crítico de isolamento

Como se viu, a equação geral da condução é:

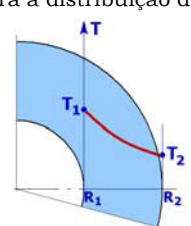
$$\frac{1}{a} \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla^2 T + \frac{\dot{q}_f}{\lambda} \tag{3.4}$$

Se regime permanente ($\partial T / \partial t = 0$) e monodimensional, segundo xx ($\nabla^2 T \rightarrow \frac{d^2 T}{dx^2}$), obtém-se as simplificações que se registam a seguir.

Condução monodimensional estacionária - placa plana

Equação da condução monodimensional estacionária, COM fontes de calor	Equação da condução monodimensional estacionária, SEM fontes de calor
$\frac{d^2 T}{dx^2} + \frac{\dot{q}_f}{\lambda} = 0$ (4.1)	$\frac{d^2 T}{dx^2} = 0$ (4.2)
Integrando: $\frac{dT}{dx} = - \frac{\dot{q}_f}{\lambda} x + C_1$ (4.3)	Integrando: $T = C_1 x + C_2$ (4.5)
$T = - \frac{\dot{q}_f}{2\lambda} x^2 + C_1 x + C_2$ (4.4)	Para a Placa Plana, : $T = \frac{T_2 - T_1}{L} x + T_1$ (4.6)
Na presença de fontes de calor, a distribuição de temperaturas numa placa plana é parabólica ($\lambda=C.te$).	Esta expressão mostra que a distribuição de temperaturas numa placa plana é linear ($\lambda=C.te$). 

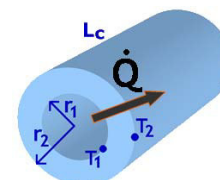
Condução monodimensional estacionária - tubo cilíndrico

Equação da condução monodimensional estacionária, COM fontes de calor	Equação da condução monodimensional estacionária, SEM fontes de calor
$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dT}{dr} \right) + \frac{\dot{q}_f}{\lambda} = 0$ (4.7)	$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dT}{dr} \right) = 0$ (4.8)
Equação de distribuição de temperaturas: $T = - \frac{\dot{q}_f}{4\lambda} r^2 + C_1 \ln r + C_2$ (4.9)	Equação de distribuição de temperaturas: $T = C_1 \ln r + C_2$ $T(r) = T_1 + \frac{T_1 - T_2}{\ln \frac{r_1}{r_2}} \ln \left(\frac{r}{r_1} \right)$ (4.10)
	Perfil logarítmico para a distribuição de temperaturas: 

Resistência térmica de condução cilíndrica

A partir da equação de distribuição de temperaturas num tubo cilíndrico (regime permanente, monodimensional - direcção radial - e na ausência de fontes de calor), é possível definir uma resistência de condução cilíndrica para a transferência de calor através do tubo.

Seja um tubo de comprimento L_c e raios interior e exterior r_1 e r_2 . A temperatura na sua superfície interna é T_1 e T_2 na superfície externa.



A potência calorífica transferida longitudinalmente através do tubo, por condução, é:

$$\dot{Q}_{cd} = -\lambda A \frac{dT}{dr} \tag{4.11}$$

Integrando obtém-se:

$$\dot{Q}_{cd} = \lambda_t (2 \pi L_c) \frac{(T_1 - T_2)}{\ln \frac{r_2}{r_1}} \tag{4.12}$$

sendo $\dot{Q}_{cd} = \frac{\Delta T}{R_{cd}}$, então a resistência de condução cilíndrica será:

$$R_{cd, cil.} = \frac{\ln \frac{r_2}{r_1}}{2 \pi \lambda_t L_c} \text{ (}^\circ\text{C/W)} \tag{4.13}$$

Condução monodimensional estacionária – esfera oca ($r_1 \neq 0$):

Equação da condução monodimensional estacionária, SEM fontes de calor	Resistência térmica de condução através da esfera oca:
$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial T}{\partial r} \right) = 0$ (4.14)	
Equação de distribuição de temperaturas:	$R_{cond} = \frac{1}{4\pi\lambda} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$ (4.16)
$T = -\frac{C_1}{r} + C_2 = T_1 + \frac{T_1 - T_2}{\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_1} \right)$ (4.15)	

Raio crítico de isolamento

Geometria:	Raio crítico:
Tubo cilíndrico	$r_{crit} = \frac{\lambda_{is}}{\alpha_e}$ (4.17)
Esfera	$r_{crit} = \frac{2\lambda_{is}}{\alpha_e}$ (4.18)

Lição nº 5

**Temas: Condução: Alhetas
Rendimento térmico de uma alheta**

A quantificação da transferência de calor envolve, em geral, o conhecimento do fluxo do calor associado a uma diferença de temperaturas ΔT :

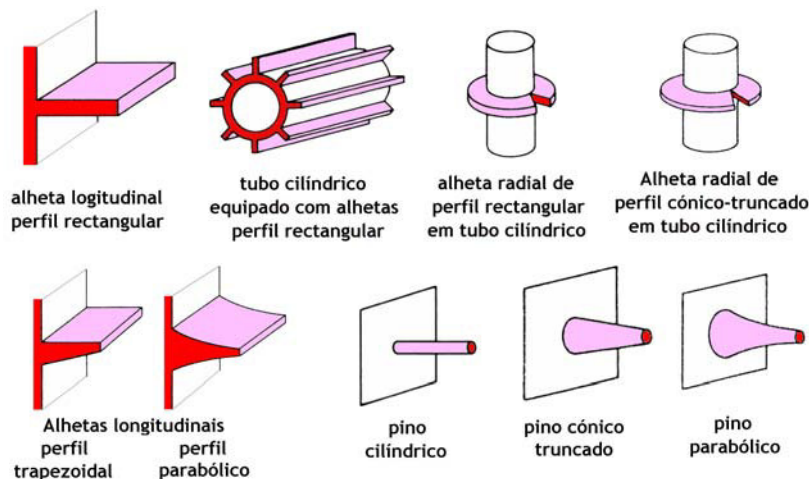
$$\dot{Q} = K A \Delta T \tag{5.1}$$

em que
$$K = \frac{1}{R_{TÉRMI\text{CA}}} \tag{5.2}$$

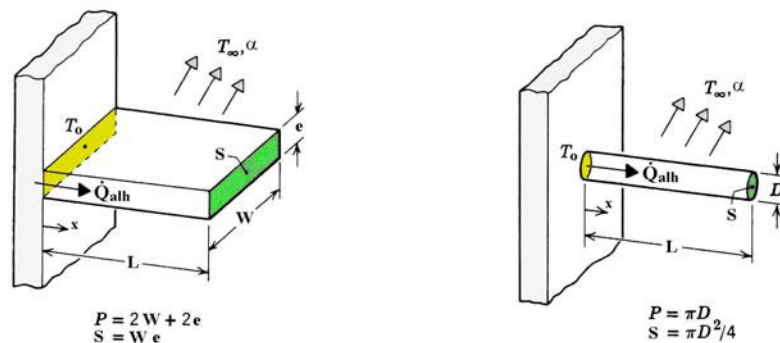
sendo a $R_{TÉRMI\text{CA}}$ uma resistência simples ou resultado de associações (em série ou paralelo).

Se o objectivo é evitar a transferência de calor, temos toda a problemática dos isolamentos térmicos que se traduz no aumento da resistência térmica ou na diminuição de **K**; se o objectivo é intensificar a transferência de calor, colocam-se em geral duas alternativas: ou melhorar o coeficiente de transferência **K** (através da escolha de materiais de maior λ e da intensificação do escoamento que conduza a um α maior) ou, então, aumenta-se a área de troca de calor, **A**.

As alhetas são extensões da superfície de transferência com características de boa condutibilidade com o objectivo de aumento de A. Há alhetas de secção constante e variável (na figura pode observar-se alguns exemplos:



É estabelecido o modelo geral da transferência de calor na alheta para condições simplificativas correntes: regime permanente, monodimensional ($T = T(x)$), coeficiente de convecção exterior constante.



S – Secção transversal da alheta;

P – Perímetro da secção transversal da alheta

T₀ – Temperatura na base da alheta;

Q_{alh} - Fluxo de calor dissipado na alheta

Parâmetro da alheta: $m = \sqrt{\frac{\alpha P}{\lambda S}}$ [m⁻¹] (5.3)

A partir do modelo estabelecido, obtém-se a seguinte equação geral para a distribuição de temperaturas em alhetas de secção constante:


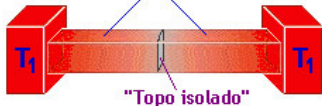

$\theta_{(x)} = C_1 e^{-mx} + C_2 e^{mx}$ (5.4)

onde $\theta_{(x)} = T_{(x)} - T_\infty$ (5.5)

A resolução desta equação exige duas condições de fronteira (para cálculo de C₁ e C₂), uma na base da alheta (x=0) e outra no topo da alheta (x=L).

Condições de fronteira (alhetas de secção constante):

A solução da equação acima é discutida para três pares de condições de fronteira, associadas a três tipos de alhetas:

Tipo de alheta	Condições de fronteira	
	Na base (x = 0)	No topo (x = L)
<p>Alhetas muito compridas (L → ∞)</p> 		$T_{(x=L)} = T_\infty$ (5.8)
<p>Alhetas com perdas pelo topo desprezáveis</p> <p>Alheta isolada na extremidade</p>  <p>"Topo isolado"</p>	$T_{(x=0)} = T_0$ (5.6) ou $\theta_{(x=0)} = \theta_0$ (5.7)	$\dot{q}_{x=L} = 0 \Rightarrow \frac{\partial T}{\partial x} \Big _{x=L} = 0$ (5.9)
<p>Alhetas com convecção no topo (α_t conhecido)</p>  <p>x=0 x=L</p>		$-\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \Big _{x=L} = \alpha \theta \Big _{x=L}$ (5.10) Onde $\theta \Big _{x=L} = T \Big _{x=L} - T_\infty$ (5.11)

Soluções para alhetas de secção constante:

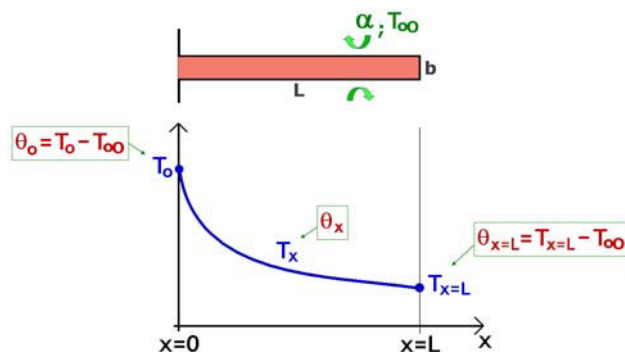
A resolução da equação geral com as condições de fronteira estabelecidas, permite determinar a distribuição de temperaturas em cada um dos tipos de alhetas, e a partir desta o fluxo de calor dissipado.

Alhetas muito compridas	
Distribuição de temperaturas na alheta:	$\frac{\theta_x}{\theta_0} = \frac{T_x - T_\infty}{T_0 - T_\infty} = e^{-mx}$ (5.12)
Fluxo de calor dissipado na alheta:	$\dot{Q}_{alh} = \theta_0 \sqrt{\alpha P \lambda S}$ (5.13)

Alhetas com perdas pelo topo desprezáveis (ou alhetas isoladas no topo)	
Distribuição de temperaturas na alheta:	$\frac{\theta_x}{\theta_0} = \frac{T_x - T_\infty}{T_0 - T_\infty} = \frac{\text{Cos } h [m(L - x)]}{\text{Cos } h (mL)} \quad (5.14)$
Fluxo de calor dissipado na alheta:	$\dot{Q}_{\text{alh}} = (T_0 - T_\infty) \sqrt{\alpha P \lambda S} \text{tg } h (mL) \quad (5.15)$

Alhetas com convecção no topo (α_t conhecido)	
Distribuição de temperaturas na alheta:	$\frac{\theta_x}{\theta_0} = \frac{T_x - T_\infty}{T_0 - T_\infty} = \frac{\text{Cos } h [m(L - x)] + \frac{\alpha}{\lambda m} \text{Sen } h [m(L - x)]}{\text{Cos } h (mL) + \frac{\alpha}{\lambda m} \text{Sen } h (mL)} \quad (5.16)$
Fluxo de calor dissipado na alheta:	$\dot{Q}_{\text{alh}} = (T_0 - T_\infty) \sqrt{\alpha P \lambda S} \frac{\text{Sen } h (mL) + \frac{\alpha}{\lambda m} \text{Cos } h (mL)}{\text{Cos } h (mL) + \frac{\alpha}{\lambda m} \text{Sen } h (mL)} \quad (5.17)$

Exemplo gráfico da distribuição de temperaturas, $T(x)$ ou $\theta(x)$, numa alheta (arrefecimento) de secção rectangular constante.



Rendimento de uma alheta:

Para as alhetas com secção variável, não são aplicáveis as expressões anteriores para cálculo de θ (em alhetas de secção constante).

Alhetas de Secção Variável (exemplos)



Nestes casos, utiliza-se o rendimento da alheta. É um parâmetro prático definido pela relação entre o fluxo de calor realmente dissipado na alheta e o fluxo de calor que a alheta dissipava se toda a sua superfície estivesse à temperatura da sua base (fluxo de calor máximo):

$$\eta_{\text{alh}} = \frac{\dot{Q}_{\text{alh}}}{\dot{Q}_{\text{máx}}} = \frac{\dot{Q}_{\text{alh}}}{\alpha A_{\text{alh}} (T_0 - T_\infty)} \quad (5.18)$$

Conhecendo-se o rendimento da alheta, a potência calorífica nela dissipada é:

$$\dot{Q}_{\text{alh}} = \eta_{\text{alh}} \alpha A_{\text{alh}} \theta_0 \quad (5.19)$$

O rendimento de alguns tipos de alhetas pode ser lido nos gráficos das figuras 5.1 e 5.2:

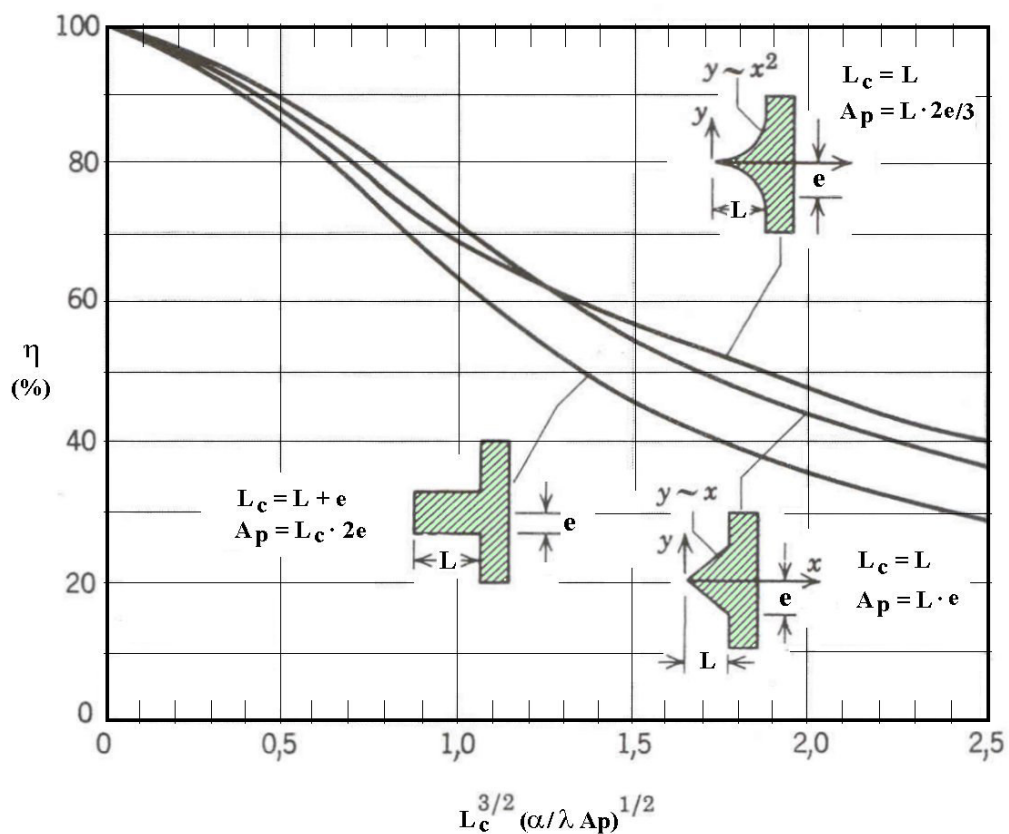


Fig. 5.1 - Rendimento de alhetas planas com perfis rectangulares, triangulares e parabólicos

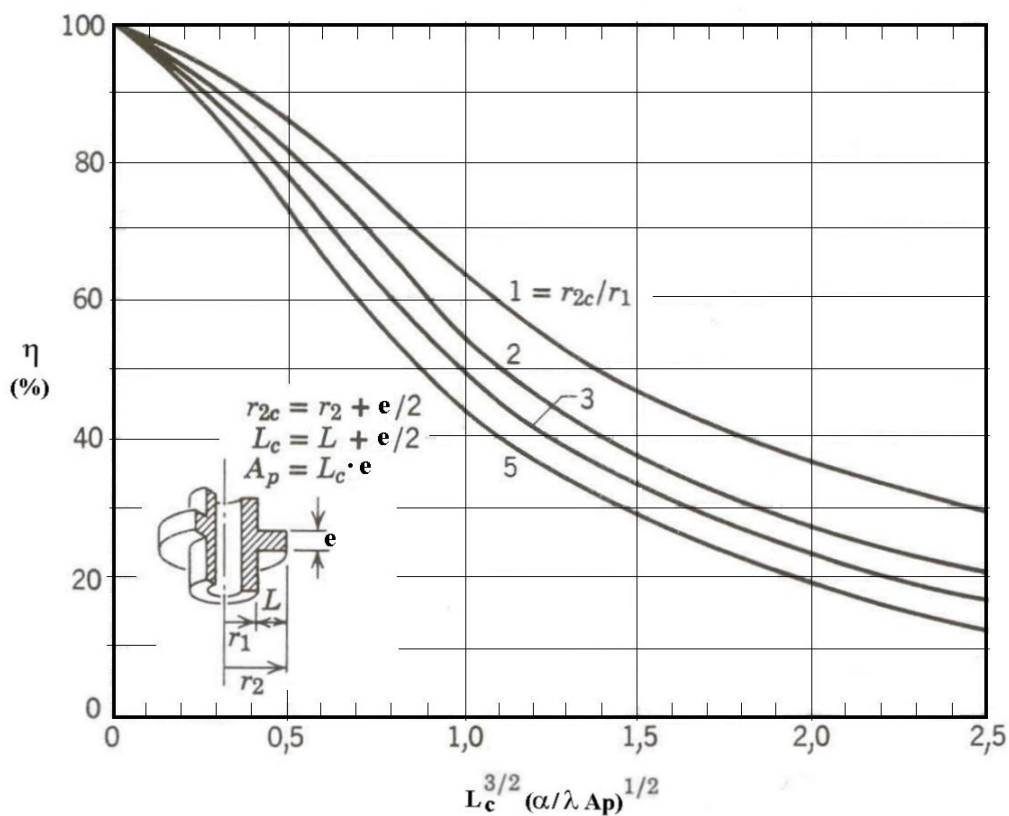


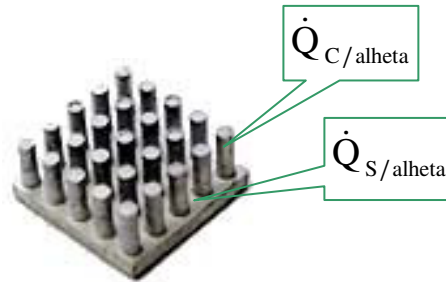
Fig. 5.2 - Rendimento de alhetas anelares com perfis rectangulares

O η_{alheta} depende apenas da **geometria**, da **condutibilidade térmica** do material da alheta (λ) da alheta, e do **coeficiente de convecção** para a TC entre a alheta e o fluido envolvente (α)

Discutem-se algumas formas de avaliar o interesse em aplicar alhetas. O objectivo da sua aplicação é intensificar a transferência de calor. Mas, a aplicação de alhetas pode conduzir a efeitos contrários, se:

$$\epsilon_{\text{alheta}} = \frac{\dot{Q}_{C/\text{alheta}}}{\dot{Q}_{S/\text{alheta}}} < 1 \tag{5.20}$$

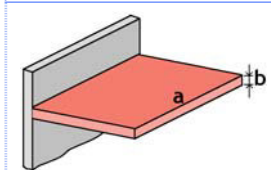
Onde:



Justifica-se o uso de alhetas se:

$$\epsilon_{\text{alheta}} = \frac{\dot{Q}_{C/\text{alheta}}}{\dot{Q}_{S/\text{alheta}}} > 1 \Rightarrow \frac{\lambda P}{\alpha S} > 1 \tag{5.21}$$

No caso das alhetas rectangulares de secção constante:



$$\frac{\lambda P}{\alpha S} > 1 \Rightarrow \frac{2 \lambda}{\alpha b} > 1 \Rightarrow b < \frac{2 \lambda}{\alpha} \tag{5.22}$$

Lição nº 6

- Temas: Condução Monodimensional Instacionária**
- Números de Biot e Fourier**
- Cartas de Heisler**
- Sistema global: estudo de casos de diversas fronteiras**
- Analogia reo-eléctrica**

O problema da condução não permanente é expresso, no caso monodimensional, pela equação:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{1}{a} \frac{\partial T}{\partial t} \tag{6.1}$$

onde **a** é difusibilidade térmica: $a = \frac{\lambda}{\rho c_p} \quad (\text{m}^2 / \text{s}) \tag{3.5}$

Resolução pelo método:	Solução do tipo:
método analítico (separação de variáveis/funções ortogonais)	$T = T(x, t)$
métodos numéricos (diferenças finitas)	
método do sistema global	$T = T(t)$

Para resolver a equação, i.e., para conhecer a distribuição de temperatura $T(x,t)$ é necessário especificar: Uma condição inicial e duas condições fronteira.

Condição inicial:

para $t = 0$ (uniformidade) $\Rightarrow T_{x=0} = T_i$ (6.2)

Condições de fronteira:

para $x = 0$ (simetria) $\Rightarrow \frac{\partial T}{\partial x} = 0$ (6.3)

para $x = L$ (efeito à superfície) $\Rightarrow -\lambda \frac{\partial T}{\partial x} = \alpha [T_{(L,t)} - T_\infty]$ (6.4)

Adimensionalizando com:

$\theta = T - T_\infty$ e $\theta_i = T_i - T_\infty$ (6.5)

- a equação 6.1, tem-se:

$$\frac{\partial^2 \theta^v}{\partial x^v} = \frac{\partial \theta^v}{\partial Fo}$$
 (6.6)

Em que $Fo = \frac{a t}{L^2}$ (**número de Fourier**) (6.7)

- e as condições vêm respectivamente:

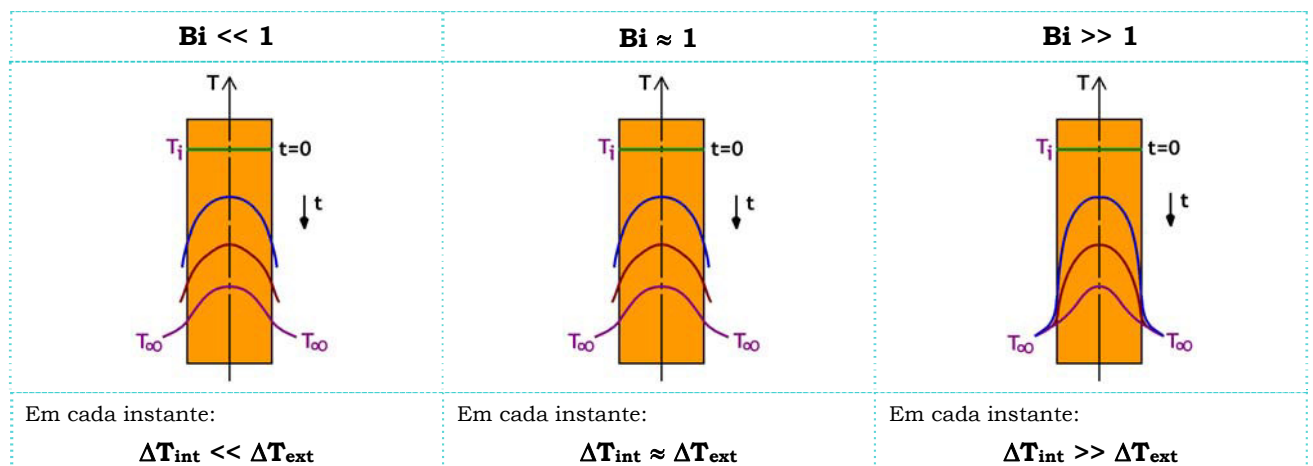
$\theta(x^v, 0) = 1$ (6.8)

$\frac{\partial \theta^v}{\partial x^v} = 0$ para $x^v = 0$ (6.9)

$\frac{\partial \theta^v}{\partial x^v} = -Bi \theta^v(1, Fo)$ (6.10)

Em que $Bi = \frac{\alpha L}{\lambda}$ ou $\frac{\alpha}{\lambda/L}$ (**número de Biot**) (6.11)

Exemplo da influência do número de Biot \rightarrow perfis de temperatura numa placa plana para diferentes Bi:



Bi	1	0,5	0,1
Erro cometido (%)	30	5	1

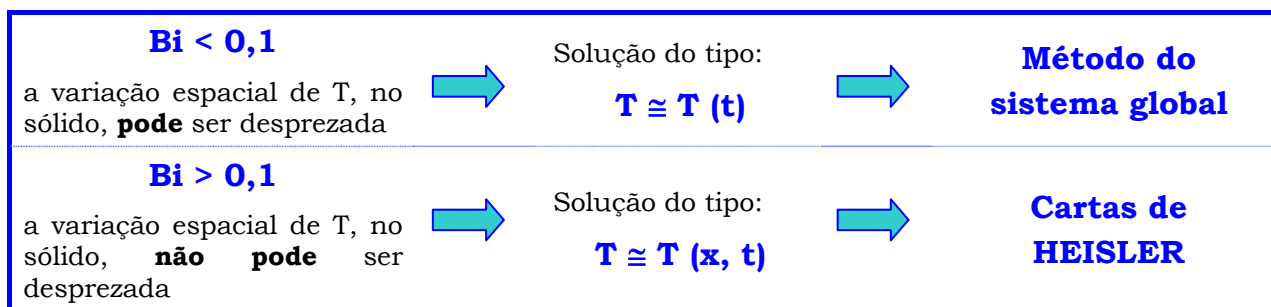
A equação pode resolver-se diferentemente conforme o valor do número de Biot (Bi).

- Se **Bi** <<1, **T = T(x,t)** pode ser tomado como **T(t)** com suficiente aproximação:
 - e então cada corpo pode ser considerado como um "**sistema global**", i.e., que reage de forma homogênea como um todo.
- No caso de aquela aproximação não ser legítima, a solução daquela equação passa pelo recurso a duas propriedades importantes:
 - Linearidade - sobreposição de soluções
 - Separação de variáveis:

Dada a complexidade das soluções numéricas ou analíticas é corrente, para estas e para geometrias simples (placas planas, cilindros e esferas), recorrer-se aos **cartas de Heisler** (só nos casos com convecção na fronteira).

Cada carta é composta de 2 gráficos: um calcula T(x = 0) em função de t; o outro calcula T(x), em t, conhecendo T(x = 0). Estes gráficos estão ilustrados nas figuras 6.1 a 6.6, inseridas adiante.

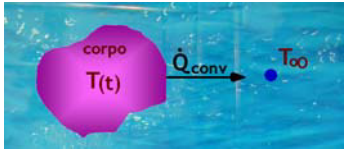
Resumindo:

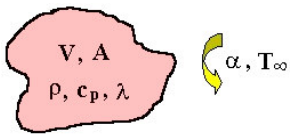


Sistema global: estudo de casos de diversas fronteiras

A condição **Bi** << **1** autoriza a estudar os corpos como se tivessem temperatura uniforme ("sistema global"). As soluções da equação variam segundo a natureza das condições fronteira. São analisados casos com:

- convecção na fronteira a)
- convecção e fluxo de calor na fronteira b)
- convecção e aquecimento periódico na fronteira c)

caso a)	<p>Sistema com convecção na fronteira</p> <p>(é o caso de um corpo imerso num fluido, transferindo-se energia apenas por convecção)</p>	
----------------	---	---

	<p>Fazendo o balanço energético:</p> <p>Variação da energia interna = Somatório dos fluxos</p> $\Delta U = \sum_i Q_i \tag{6.12}$ <p>ou $\rho V c_p \frac{dT}{dt} = - \alpha A (T - T_\infty)$ (6.13)</p>
---	---

Resolução:

Mudança de variável: $\theta = T - T_\infty$ $\frac{d\theta}{dt} = \frac{dT}{dt}$		$\frac{d\theta}{dt} + \frac{\alpha A}{\rho V c_p} \theta = 0 \tag{6.14}$ $\text{ou } \frac{d\theta}{\theta} = - \frac{\alpha A}{\rho V c_p} dt \tag{6.15}$
---	--	--

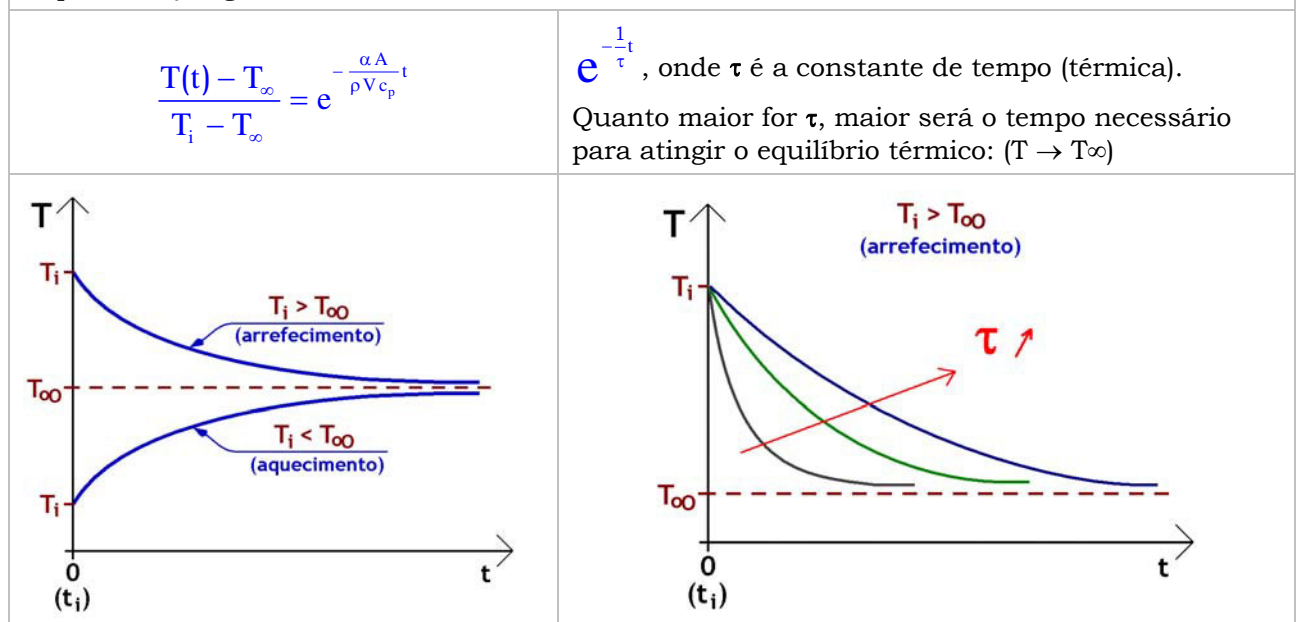
com a condição inicial: $t = 0 \Rightarrow T(t) = T_i$ ou $\theta = \theta_i$ (6.16)

obtém-se a equação da evolução da **T de um corpo** (imerso num fluido) **com o tempo**, segundo o método do sistema global:

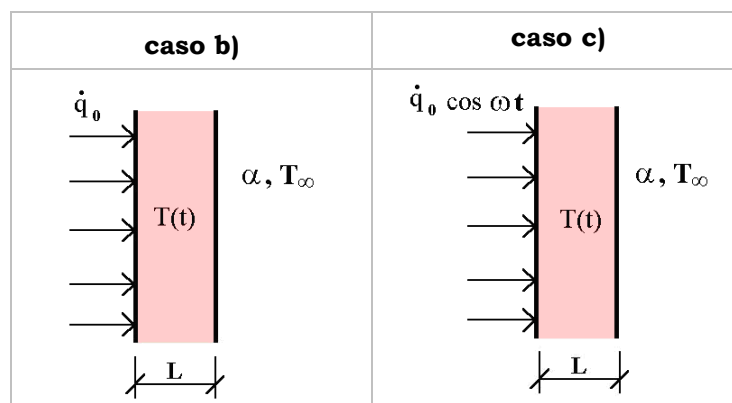
$$\frac{\theta}{\theta_i} = \frac{T(t) - T_\infty}{T_i - T_\infty} = e^{-\frac{\alpha A}{\rho V c_p} t} \tag{6.17}$$

ou de outra forma: $\frac{\theta}{\theta_i} = \frac{T - T_\infty}{T_0 - T_\infty} = e^{-\frac{t}{\tau}} = e^{-BiFo}$ (6.18)

Representação gráfica

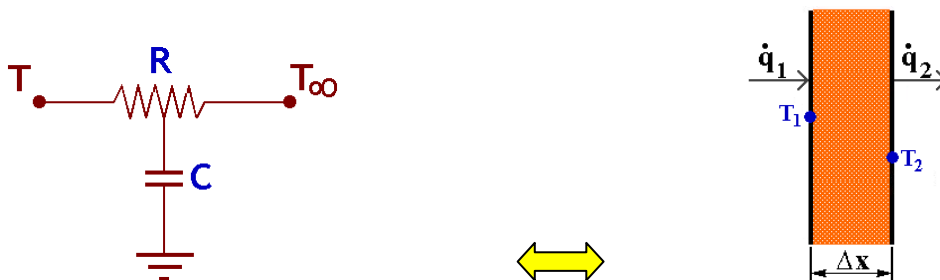


Para os outros dois casos têm-se:



Analogia reo-eléctrica

Para a análise do tipo sistema global, é possível definir um circuito eléctrico análogo, do tipo:

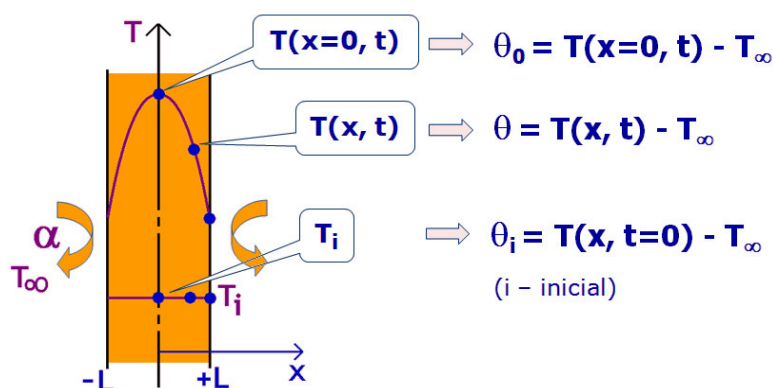


Cartas de Heisler

As cartas foram criadas para três geometrias simples (2 cartas para cada geometria):

<p>Placas (de comprimento infinito)</p>	<p>Cilindros (de comprimento infinito)</p>	<p>Esferas</p>

e registam a relação entre as seguintes temperaturas, exemplificadas para a placa plana (relações similares para o cilindro e esfera):



A temperatura inicial (T_i) é geralmente conhecida. A seguir apresentam-se as cartas.

Cartas de Heisler para a PLACA PLANA (largura = 2L):

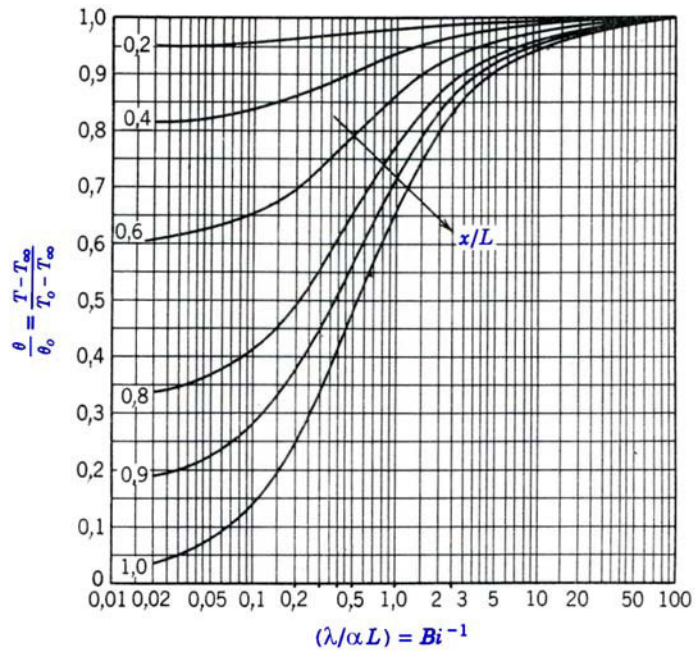
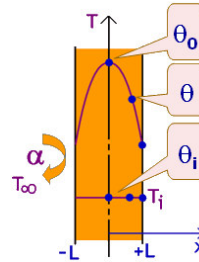


Fig. 6.1: Carta para cálculo da temperatura $\theta = T_{(x=x)} - T_{\infty}$, em qualquer plano (x), em função de θ_0

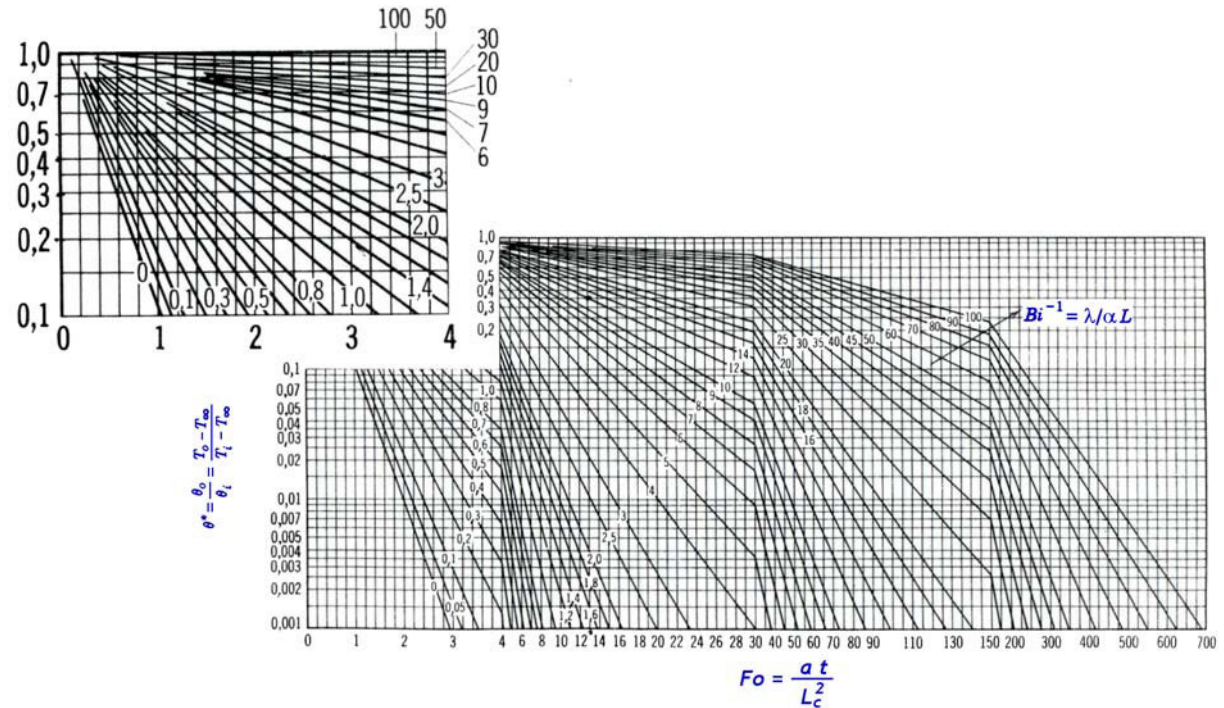


Fig. 6.2: Carta para cálculo da temperatura $\theta_0 = T_{(x=0)} - T_{\infty}$, no plano central (x=0), em função de θ_i

Cartas de Heisler para o CILINDRO ($r = r_0$):

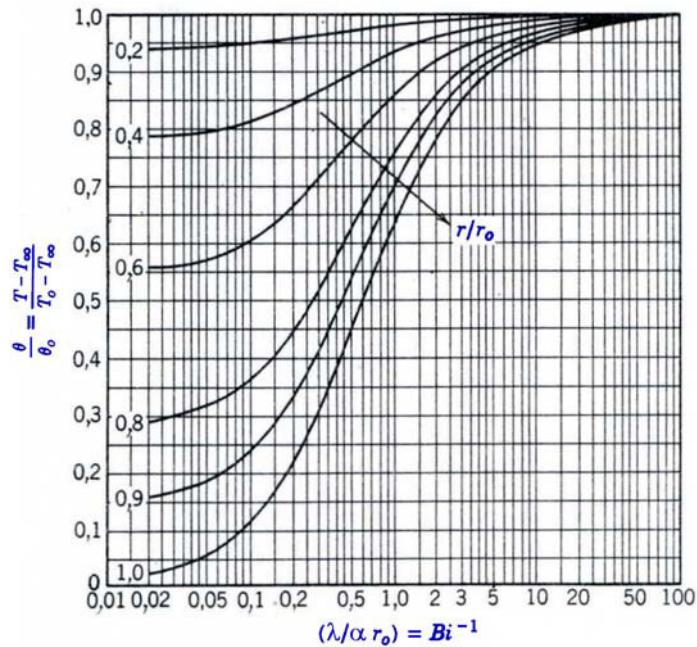
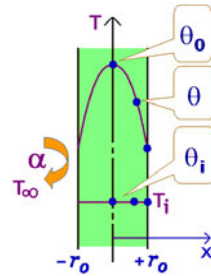


Fig. 6.3: Carta para cálculo da temperatura $\theta = T_{(r=r)} - T_\infty$, em qualquer plano (r), em função de θ_0

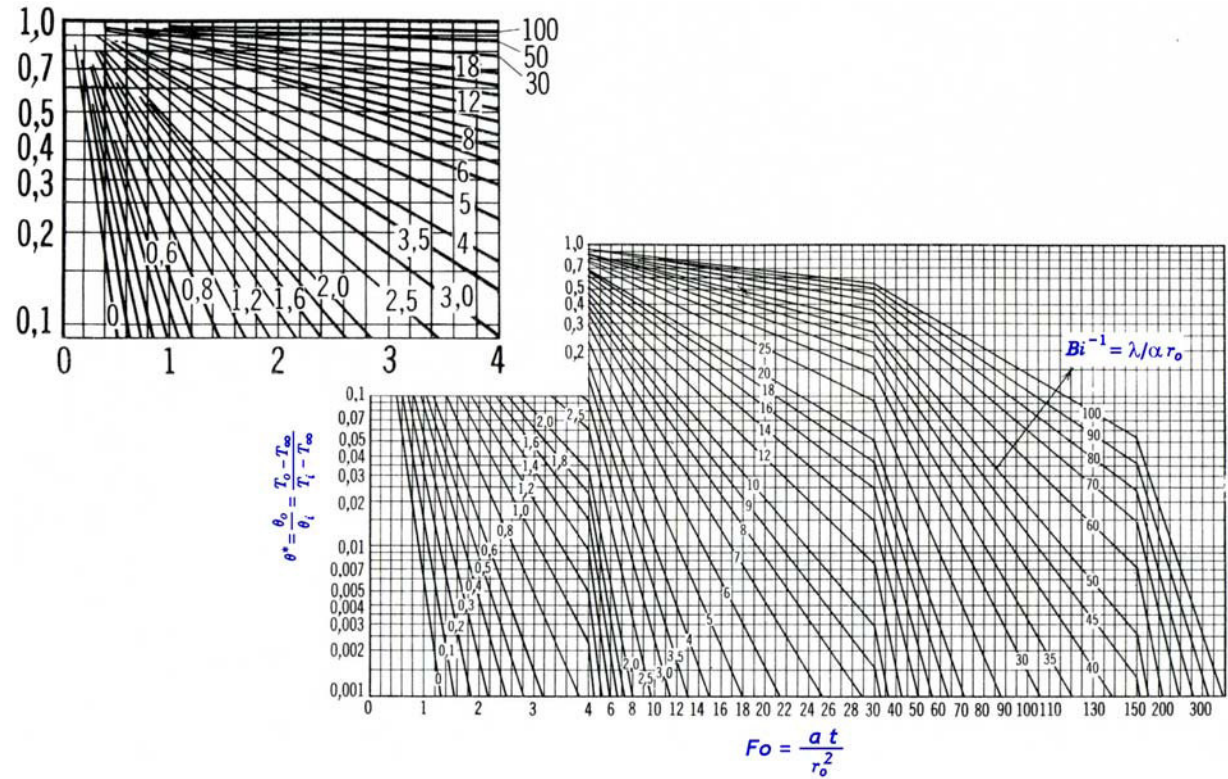


Fig. 6.4: Carta para cálculo da temperatura $\theta_0 = T_{(r=0)} - T_\infty$, no plano central ($r=0$), em função de θ_i

Cartas de Heisler para a ESFERA ($r = r_0$):

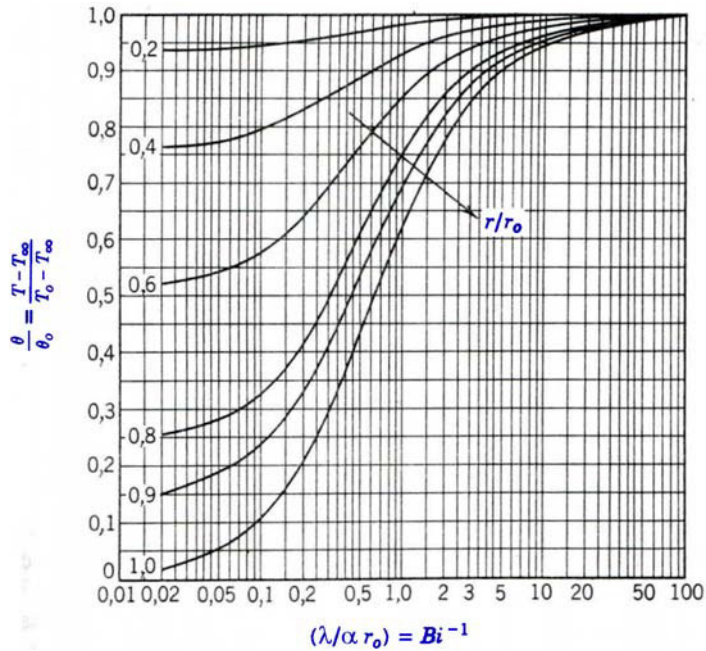
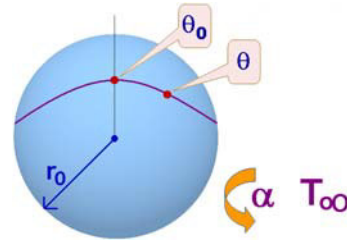


Fig. 6.5: Carta para cálculo da temperatura $\theta = T_{(r)} - T_\infty$, em qualquer plano (r), em função de θ_0

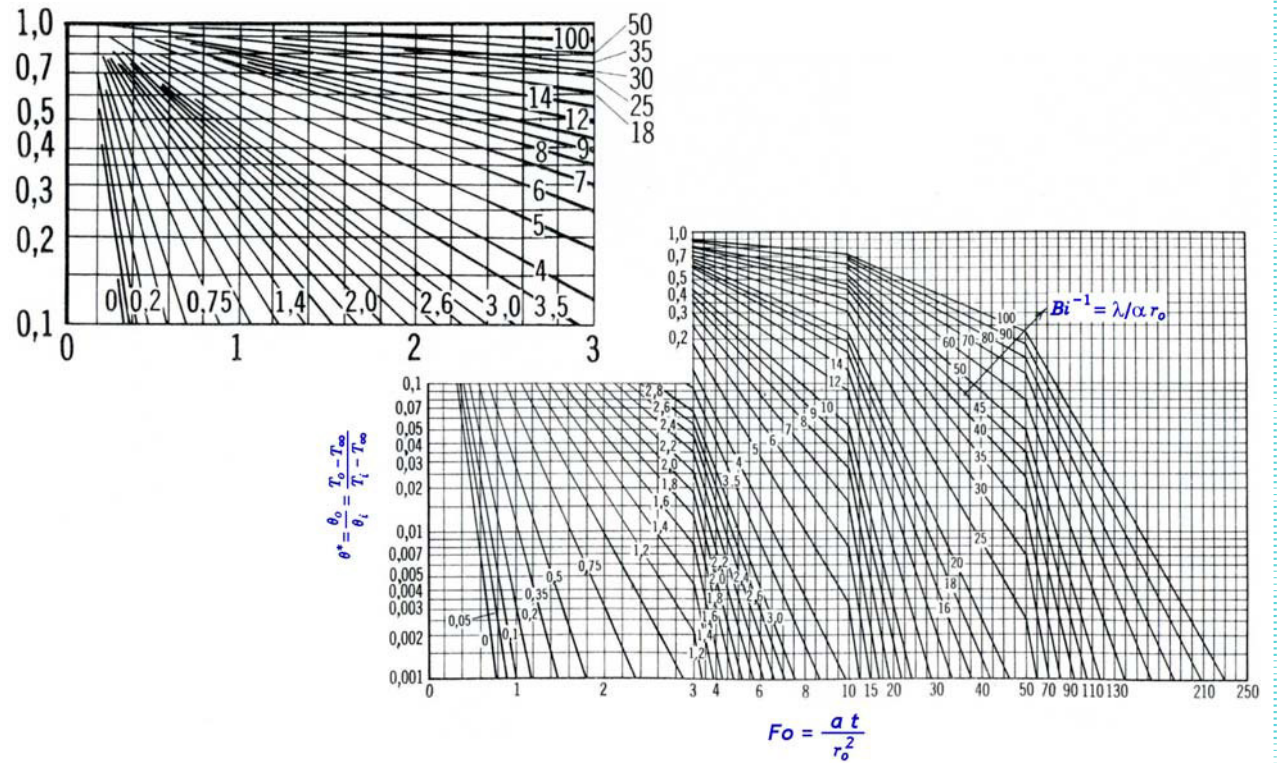
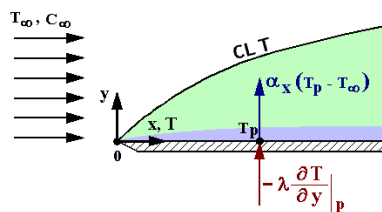
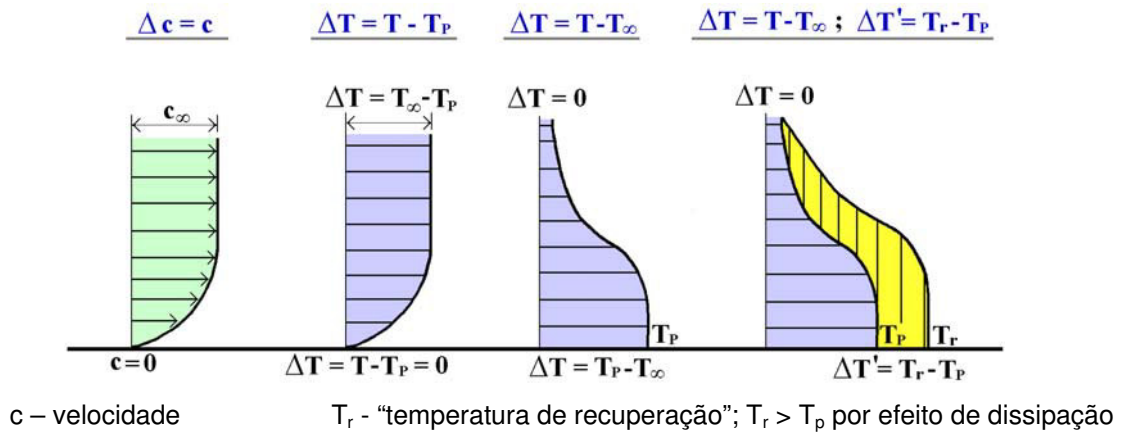


Fig. 6.6: Carta para cálculo da temperatura $\theta_0 = T_{(r=0)} - T_\infty$, no plano central ($r=0$), em função de θ_i

Lição nº 7

**Temas: Convecção:
Transferência de calor em escoamentos
Equação da energia**

A convecção é um modo de transferência de calor em que o mecanismo básico da condução (transporte molecular) é intensificado pelo escoamento do fluido.



Nós sabemos que junto à parede, na sub-camada laminar, o fluxo de calor se podem exprimir por:

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_p = \alpha (T_p - T_\infty) \tag{7.1}$$

Ora, como o gradiente de temperatura junto à parede (camada limite térmica) é uma função do tipo de escoamento também α é função do tipo de escoamento, incluindo da geometria. Por isso se estudarão os casos de calculo do α para as geometrias clássicas em escoamentos externos (placas, cilindros, esferas) e escoamentos internos (tubos, cavidades).

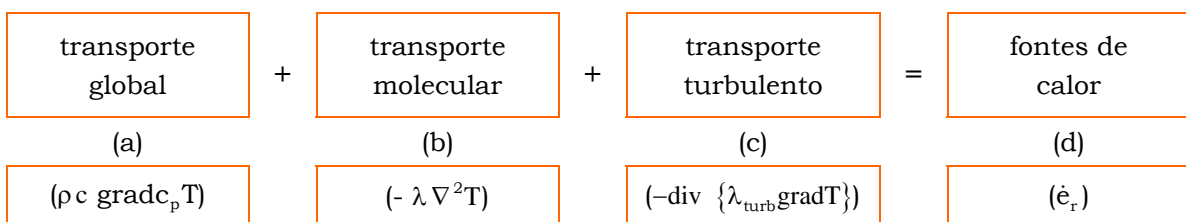
A resolução de um problema de convecção passa pela resolução do sistema de equações:

- continuidade ou conservação da massa
- quantidade de movimento
- conservação de energia

A equação da energia por condução com fontes de calor (regime permanente) escreve-se:

$$\nabla^2 T = \dot{q}_r / \lambda \tag{7.2}$$

Neste caso, poder-se-á antecipar que a equação da energia, em regime permanente, terá três termos no 1º membro:



E poderá ter como fonte de calor no 2º membro o efeito da dissipação viscosa (d) devido à ocorrência de eventuais elevados gradientes de velocidade junto à parede (exemplo: caso do “pipo” da bomba de ar para encher os pneus de uma bicicleta).

Resultará pois como equação da energia:

$$\rho c \text{ grad } c_p T - \lambda \nabla^2 T - \text{div} \left\{ \lambda_{\text{turb}} \text{ grad } T \right\} = \dot{e}_r \quad (7.3)$$

(a) (b) (c) (d)

Lição nº 8

Temas: Convecção:

Números adimensionais para a transferência de calor em escoamentos Analogias de transporte

Para a resolução prática da equação da energia (eq. 7.3) recorre-se à semelhança, identificando os números adimensionais e promovendo investigação experimental para obter a relação entre eles.

A adimensionalização da equação da energia conduz a:

$$\text{grad} * T^* - \frac{1}{\text{Re Pr}} \nabla^{*2} T^* - \frac{1}{\text{Re Pr}_{\text{turb}}} \left(\frac{\eta_{\text{turb}}}{\eta} \text{grad} * T^* \right) = \frac{\text{Ec}}{\text{Re}} \dot{e}_r^* \quad (8.1)$$

em que intervêm os seguintes nºs adimensionais:

número de Reynolds: $\text{Re} = \frac{\rho c_{\text{ref}} L_{\text{ref}}}{\eta}$ (escoamento) (8.2)

número de Prandtl: $\text{Pr} = \frac{\eta c_p}{\lambda}$ (fluido) (8.3)

número de Eckert: $\text{Ec} = \frac{c_{\text{ref}}^2}{c_p \Delta T_{\text{ref}}}$ (dissipação viscosa) (8.4)

Então, a distribuição de temperatura num escoamento com convecção forçada pode traduzir-se pela relação adimensional:

$$T^* = f(\text{Re}, \text{Pr}, \text{Ec}, \text{geometria}, \text{condições fronteira})$$

Adimensionalizando a equação da transferência junto à parede (eq. 7.1) tem-se:

número de Nusselt: $\left. \frac{\partial T^*}{\partial y^*} \right|_p = \text{Nu} = \frac{\alpha L}{\lambda}$ (8.5)

O grad T* é função das mesmas variáveis que T*, pelo que:

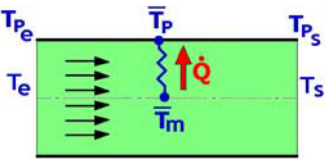
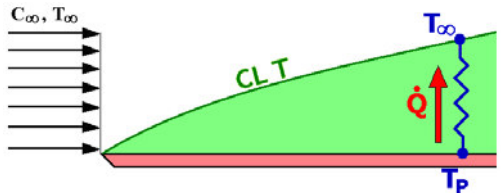
$$\text{Nu} = f(\text{Re}, \text{Pr}, \text{Ec}, \text{geometria}, \text{condições fronteira})$$

Propriedades dos fluidos:

As propriedades dos fluidos necessárias ao cálculo dos diversos números adimensionais, **são supostas constantes**, embora, a maioria das propriedades físicas dos fluidos varie com a temperatura. Essa variação é contabilizada de duas formas:

- Com base numa temperatura de referência ou **temperatura do filme**.
- Com base na **temperatura média do fluido** e de um **factor correctivo**.

temperatura do filme (usada na maioria das correlações)

Escoamentos internos	Escoamentos externos
$T_{\text{filme}} = \frac{\bar{T}_p + \bar{T}_m}{2} \quad (8.6)$	$T_{\text{filme}} = \frac{T_p + T_\infty}{2} \quad (8.9)$
<p>Exemplo</p>  $\bar{T}_p = \frac{\bar{T}_{pe} + \bar{T}_{ps}}{2} \quad (8.7)$ $\bar{T}_m = \frac{\bar{T}_e + \bar{T}_s}{2} \quad (8.8)$	<p>Exemplo:</p> 

Temperatura média + Factor correctivo:

As propriedades são avaliadas à **temperatura do filme de fluido**, e nas correlações, existe um **factor multiplicativo** que contabiliza a variação das propriedades

Exemplos:
$$Nu = a Re^b Pr^c \left[\frac{\mu(T_p)}{\mu(T_m \text{ ou } T_\infty)} \right]^n \quad (\text{líquidos}) \quad Nu = a Re^b Pr^c \left[\frac{\lambda(T_p)}{\lambda(T_m \text{ ou } T_\infty)} \right]^n \quad (\text{gases})$$

Conhecida a temperatura, as propriedades são lidas nas tabelas A.1 e A.2, do anexo A.

Analogias de transporte

Da similitude entre os processos de transferência de calor e transferência de quantidade de movimento, é possível estabelecer uma relação entre o coeficiente de convecção e o coeficiente de atrito (já conhecido da Mecânica dos Fluidos).

- Caso de escoamento laminar com Pr=1:

Expressão p/ calcular $\underline{\alpha}$ a partir do coeficiente de atrito (c_f):

$$\alpha = \frac{c_f}{2} \frac{c_p \lambda}{\nu} = \frac{Nu \lambda}{L} \quad (8.10)$$

número de Stanton:
$$St = \frac{c_f}{2 Pr} = \frac{Nu}{Re_L Pr} \quad (8.11)$$

onde se observa que:
$$\text{se } Pr=1 \rightarrow St = \frac{c_f}{2} \quad (8.12)$$

- Caso de escoamento turbulento com Pr=1:

Expressão p/ calcular $\underline{\alpha}$ a partir do coeficiente de atrito (c_f):

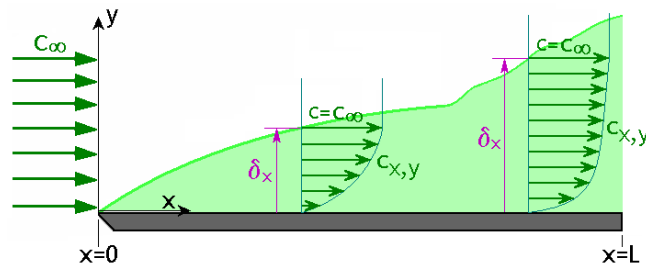
$$\alpha = \frac{c_f}{2} \rho c_p \lambda = \frac{Nu \lambda}{L} \quad (8.13)$$

Lição nº 9

**Temas: Convecção:
Camada limite térmica
Escoamentos externos laminares e turbulentos**

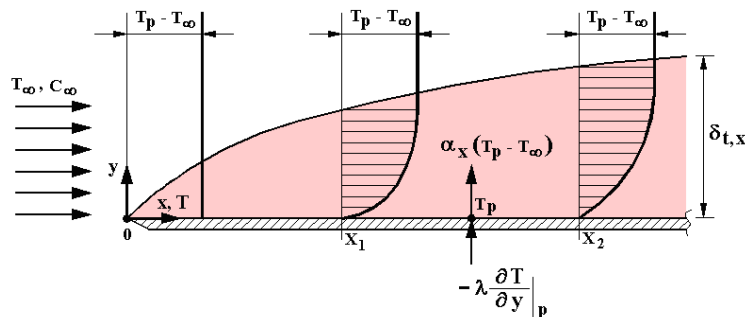
Escoamento sobre uma placa plana (temperatura T_p), de um fluido à velocidade c_∞ e à temperatura T_∞ .

Desenvolve-se uma camada limite dinâmica cuja espessura (δ_x) aumenta na direcção do escoamento (x), onde o perfil de velocidades varia desde um valor nulo até um valor máximo ($c = c_\infty$).

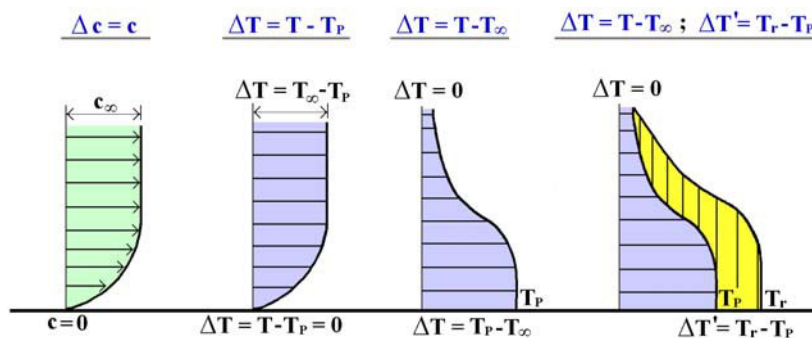


De forma similar, desenvolve-se uma camada limite térmica cuja espessura ($\delta_{t,x}$) aumenta na direcção do escoamento (x), e onde o perfil de temperaturas varia entre $T = T_p$, junto à parede, até $T = T_\infty$.

➤ $T_p > T_\infty$ (placa arrefecida)

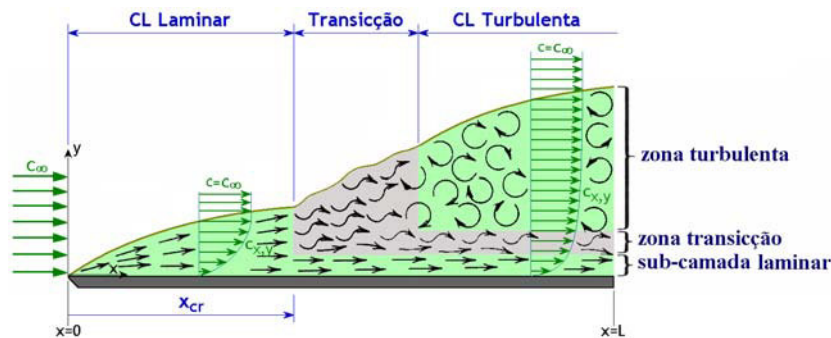


➤ $T_p < T_\infty$ (placa arrefecida mas com dissipação)



A camada limite pode ser laminar ou turbulenta. Os coeficientes de convecção são em geral maiores para o escoamento turbulento do que para o escoamento laminar. Num mesmo escoamento podem existir os dois tipos de camada limite, sendo necessário contabilizar ambos para o cálculo do coeficiente de convecção médio. O comprimento da zona laminar pode ser, ou não, desprezável, consoante a geometria e a velocidade do escoamento.

Para uma placa plana, usada como exemplo, ao fim de um determinado comprimento ($x_{crítico}$) se a velocidade c_{∞} for suficientemente grande, a camada limite dinâmica torna-se turbulenta.



O valor típico do número de Reynolds crítico para a transição é de 5×10^5 . Para este valor, a distância crítica (x_{cr}) correspondente calcula-se com a expressão:

$$Re_{cr} = \frac{\rho \cdot c_{\infty} \cdot x_{cr}}{\mu} = 5 \times 10^5 \tag{9.1}$$

- Se o comprimento da placa $L < x_{cr}$, haverá apenas regime laminar sobre toda a placa, pois $Re_L < Re_{cr}$.
- Se $L > x_{cr}$, haverá regime misto (laminar + turbulento) sobre a placa (como se observa nas figuras acima) pois $Re_L > Re_{cr}$.
- Se $L \gg x_{cr}$, pode considerar-se que ocorre apenas regime turbulento sobre toda placa, pois $Re_L \gg Re_{cr}$.

A espessura da camada limite dinâmica (δ_x) aumenta na direcção do escoamento (x), e o seu valor é calculado da seguinte forma:

Escoamento laminar: $\delta_x = 5,0 \cdot x \cdot Re_x^{-1/2}$ ou $\delta_x = 5,0 \sqrt{\frac{\nu x}{c_{\infty}}}$ (9.2)

Escoamento turbulento: $\delta_x = 0,382 \cdot x \cdot Re_x^{-1/5}$ (9.3)

A espessura da camada limite térmica ($\delta_{t,x}$) também aumenta na direcção do escoamento (x) e o seu valor está relacionado com δ_x :

Pr = 1	Pr > 1	Pr < 1
A difusão do calor e da q.d.m., são da mesma ordem de grandeza	O calor difunde-se mais rapidamente do que a q.d.m	O calor difunde-se mais lentamente do que a q.d.m
$\delta_{T,x} = \delta_x$	$\delta_{T,x} > \delta_x$	$\delta_{T,x} < \delta_x$

Valores de Pr (ordem de grandeza) de alguns fluidos:

Fluido	Pr (ordem de grandeza)	Fluido	Pr (ordem de grandeza)
metal líquido	0,001	Água	10
Ar	0,7	Óleo	100

Coefficiente de convecção local e médio:

Como a espessura da CL aumenta, aumenta na direção do escoamento (x), e o coeficiente de convecção local (α_x) decresce ao longo de x. Existe uma diferença entre valores locais e valores médios do coeficiente de convecção. Os últimos representam a integração dos primeiros para uma dada área superficial:

Em *escoamentos laminares*, com o aumento da espessura da camada limite, aumenta a resistência ao fluxo de calor entre a placa e o fluido a T_∞ aumentando, portanto, a resistência térmica com x e diminuindo α (ou Nu)

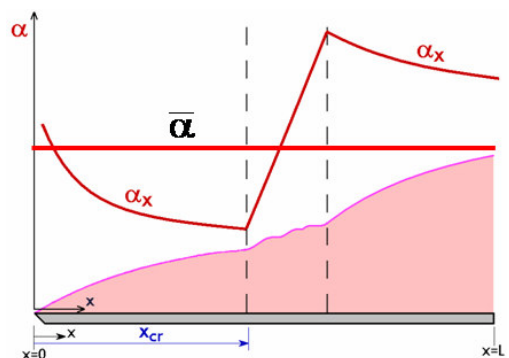
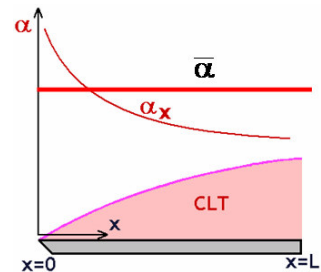
Faz, por isso, sentido definir o valor médio de α :

$$\bar{\alpha} = \frac{1}{L} \int_0^L \alpha_x \, dx \tag{9.4}$$

Na *zona da transição*, os valores locais de Nu (e α) aumentam significativamente, relativamente ao caso laminar. Na zona turbulenta, a espessura da camada que separa a placa do fluido a T_∞ aumenta, aumentando a resistência térmica, e portanto, diminuindo α_x , turb (ou $Nu_{x,turb}$).

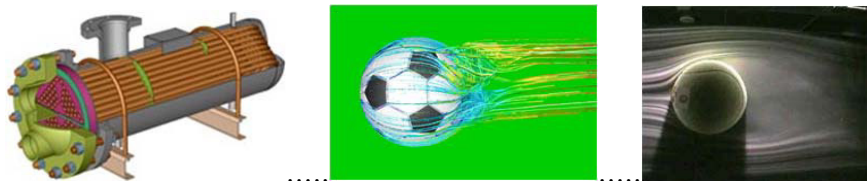
Neste caso, o valor médio de α é calculado da seguinte forma:

$$\bar{\alpha} = \frac{1}{L} \left[\int_0^{x_{crit}} \alpha_x \text{ (Lam.)} \, dx + \int_{x_{crit}}^L \alpha_x \text{ (Turb.)} \, dx \right] \tag{9.5}$$

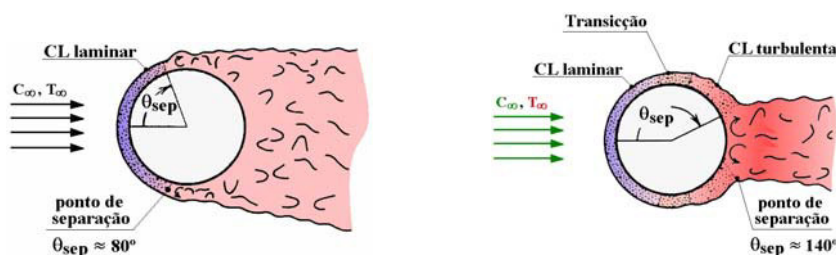
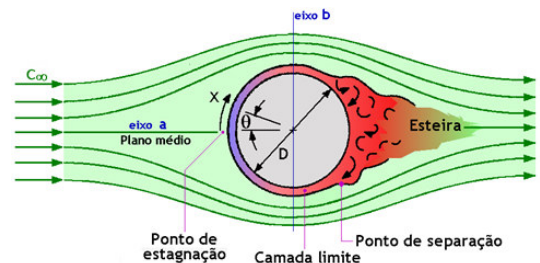


CL dinâmica em escoamentos transversais exteriores sobre cilindros ou esferas

O escoamento transversal em cilindros e esferas ocorre em muitos casos práticos. Ex: escoamento no exterior de feixes de tubo (permutadores de calor) e escoamento em bolas (futebol, ténis, golfe, ...) em movimento.



Quando um fluido se aproxima transversalmente de um cilindro, com velocidade uniforme (C_∞), a cerca de um diâmetro do cilindro, divide-se e `ataca` o cilindro partindo de um ponto de velocidade nula (*ponto de estagnação*) e formando uma camada limite dinâmica à sua volta. A camada limite desenvolve-se até ao **ponto de separação**, e pode ser laminar ou turbulenta, conforme o número de Reynolds é menor ou maior do 2×10^5 , respectivamente.



Para estas geometrias:

- O comprimento característico é o diâmetro exterior, e o número de Reynolds calcula-se com:

$$Re_D = \frac{c_\infty D}{\nu} \quad (9.6)$$

- O número de Reynolds crítico é:

$$Re_D = 2 \times 10^5 \quad (9.7)$$

(Para valores inferiores ou superiores, o regime de escoamento será laminar ou turbulento, respectivamente)

Lição nº 10

Temas: Convecção: Correlações para escoamentos externos

Com base nos números adimensionais ou característicos, é possível - em muitos casos, é mesmo praticamente a única via - quantificar a transferência de calor para os diversos casos de escoamentos, externos ou internos, laminares ou turbulentos.

Temos então expressões do tipo: **$Nu = Nu(Re, Pr, \text{geometria})$**

É importante notar algumas particularidades:

1. Que Nu (ou α) são diferentes no caso de, sendo tudo igual, serem apenas diferentes as condições fronteira ($T_P = c^{te}$. ou $\dot{q}_P = c^{te}$.), apresentando maiores valores no caso $\dot{q}_P = c^{te}$.
2. Que nos escoamentos laminares, ao contrário dos escoamentos turbulentos, há uma clara diferenciação entre a transferência de calor na zona de entrada e no escoamento desenvolvido.
3. Que nos escoamentos laminares desenvolvidos em tubos o valor de Nu é um valor constante.
4. Que na generalidade dos casos é interessante conhecer o valor de Nusselt local (Nu_x) e do Nusselt médio (Nu_L) sendo que em geral $Nu_L > Nu_x$.
5. A analogia entre CL térmica e CL dinâmica, perfeitamente assegurada quando $Pr = 1$, garante a obtenção da relação entre a quantificação de transferência de calor e das perdas por atrito.

$$\text{Seja } St = \frac{c_f}{2 Pr} = \frac{Nu}{Re_L Pr} \quad (8.11)$$

Verifica-se que:

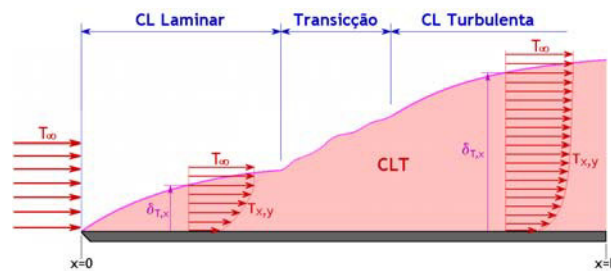
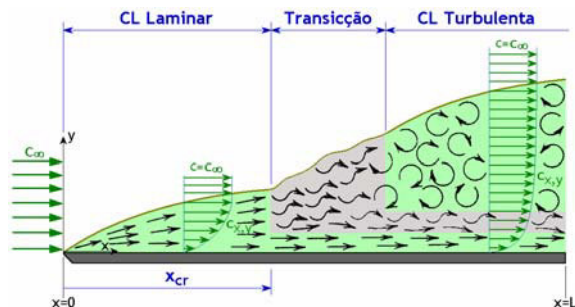
$$St_x Pr^{2/3} = \frac{C_{fx}}{2} = 0,332 Re_x^{-1/2} \quad (10.1)$$

em que $c_f / 2 = \tau_p / \rho c_\infty^2$ (ver diagrama de Moody).

Nas expressões que se apresentam a seguir (excepto nalguns casos pontuais devidamente assinalados) as propriedades dos fluidos devem ser determinadas para a temperatura do filme (eq. 8.9), calculada pela média aritmética entre a temperatura do fluido fora da camada limite térmica (T_∞), e a temperatura na parede (T_P).

Nota: Atenção às geometrias; à natureza dos fluidos; às temperaturas das zonas em que se devem determinar as características ($\mu, \lambda, \delta, \dots$) dos fluidos.

Correlações para as placas planas:



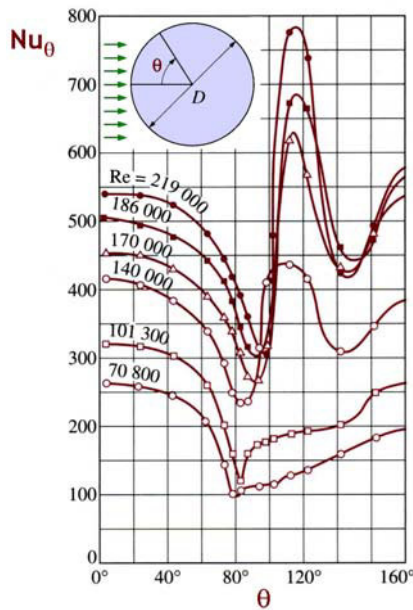
Regime laminar ($Re_x < Re_{cr} = 5 \times 10^5$): ($T_p = C^{te}$)	
Valores locais: $Nu_x = \frac{\alpha_x x}{\lambda}$	Valores médios: $\overline{Nu} = \frac{\bar{\alpha} L}{\lambda}$
$0,6 < Pr < 50$ $Nu_x = 0,332 Re_x^{1/2} Pr^{1/3}$ (10.2)	$0,6 < Pr < 50$ $\overline{Nu} = 0,664 Re_L^{1/2} Pr^{1/3}$ (10.3)
Metais líquidos (ex. Mercúrio): $Pr < 0,05$ $Nu_x = 0,565 Re_x^{1/2} Pr^{1/2}$ (10.4)	-
$Pr \rightarrow \infty$ $Nu_x = 0,530 Re_x^{1/2} Pr^{1/2}$ (10.5)	-
Todos os fluidos: $0 < Pr < \infty$ $Nu_x = \frac{0,3387 Re_x^{1/2} Pr^{1/3}}{\left[1 + \left(\frac{0,0468}{Pr}\right)^{2/3}\right]^{1/4}}$ (10.6)	-
Regime laminar ($Re_x < Re_{cr} = 5 \times 10^5$): ($\dot{q}_p = C^{te}$)	
$0,6 < Pr < 50$ $Nu_x = 0,332 Re_x^{1/2} Pr^{1/3}$ (10.7)	$0,6 < Pr < 100$ $\overline{Nu} = 0,906 Re_L^{1/2} Pr^{1/3}$ (10.8)
Regime turbulento ($Re_x \geq Re_{cr} = 5 \times 10^5$): ($T_p = C^{te}$)	
$0,6 < Pr < 60$ $Nu_x = 0,0296 Re_x^{4/5} Pr^{1/3}$ (10.9)	$0,6 < Pr < 60$ $\overline{Nu} = 0,037 Re_L^{4/5} Pr^{1/3}$ (10.10) Se regime turbulento sobre toda a placa ($L \gg x_{cr}$ ou $Re_L \gg Re_{cr}$)
	$0,6 < Pr < 60$ $\overline{Nu} = (0,037 Re_L^{4/5} - 871) Pr^{1/3}$ (10.11) Se regime misto (lam+turb) sobre a placa ($Re_L > Re_{cr}$)
Regime turbulento ($Re_x \geq Re_{cr} = 5 \times 10^5$): ($\dot{q}_p = C^{te}$)	
$0,6 < Pr < 100$ $Nu_x = 0,0308 Re_x^{4/5} Pr^{1/3}$ (10.12)	

Correlações para os cilindros (escoamento transversal):

$(T_p = C^{te})$ ou $(\dot{q}_p = C^{te})$

Valores locais:

Valores médios: $\overline{Nu}_D = \frac{\bar{\alpha} D}{\lambda}$



$\overline{Nu}_D = C Re_D^n Pr^{1/3}$ (10.13)

onde **C** e **n** são constantes, lidas num dos seguintes quadros:

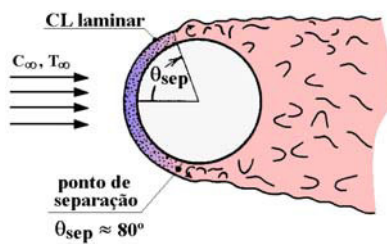
Cilindros circulares:

Re _D	C	n
0,4 – 4	0,989	0,330
4 – 40	0,911	0,385
40 – 4 000	0,683	0,466
4 000 – 40 000	0,193	0,618
40 000 – 400 000	0,0266	0,805

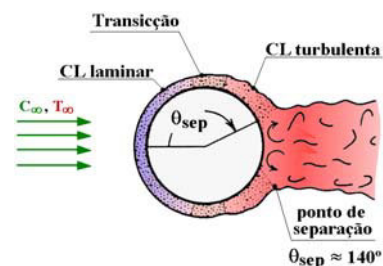
Cilindros não circulares:

Geometria	Re _D	C	n
QUADRADO 	5 x 10 ³ – 10 ⁵	0,246	0,588
		0,102	0,675
HEXÁGONO 	5 x 10 ³ – 1,95 x 10 ⁴ 1,95 x 10 ⁴ – 10 ⁵	0,160	0,638
		0,0385	0,782
PLACA VERTICAL 	4 x 10 ³ – 1,5 x 10 ⁴	0,228	0,731

Re_D < 2 x 10⁵:



Re_D > 2 x 10⁵:



2x10⁵ < Re_D ≤ 10⁶

$\overline{Nu}_D = C Re_D^m Pr^n \left(\frac{Pr_\infty}{Pr_p} \right)^{1/4}$ (10.14)

onde: **n=0,37** se Pr ≤ 10

n=0,36 se Pr > 10

C e **m** são constantes registadas no quadro:

Re _D	C	m
1 – 40	0,75	0,4
40 – 1000	0,51	0,5
10 ³ – 2 x 10 ⁵	0,26	0,6
2 x 10 ⁵ – 10 ⁶	0,076	0,7

Nesta expressão, o número Pr é determinado para a temperatura do fluido (Pr_∞) e para a temperatura da parede (Pr_p). As restantes propriedades são determinadas à temperatura do filme.

Re_D Pr > 0,2

$\overline{Nu}_D = 0,3 + \frac{0,62 Re_D^{1/2} Pr^{1/3}}{\left[1 + \left(\frac{0,4}{Pr} \right)^{2/3} \right]^{1/4}} \left[1 + \left(\frac{Re_D}{282\,000} \right)^{5/8} \right]^{4/5}$ (10.15)

As propriedades são determinadas à temperatura do filme.

Correlações para escoamento em torno de uma esfera:

Escoamento líquido ou gasoso

0,7 < Pr < 380
3,5 < Re_D ≤ 8x10⁴

$$\overline{Nu}_D = 2 + \left(0,4 Re_D^{1/2} + 0,06 Re_D^{2/3} \right) Pr^{0,4} \left(\frac{\mu_\infty}{\mu_P} \right)^{1/4} \quad (10.16)$$

Nesta expressão, a viscosidade dinâmica (μ) é determinada para a temperatura do fluido (μ_∞) e para a temperatura da parede (μ_P). As restantes propriedades são determinadas à temperatura do filme.

Escoamento líquido

1 < Re_D ≤ 2000

$$\overline{Nu}_D = \left(0,97 + 0,68 Re_D^{1/2} \right) Pr^{0,3} \quad (10.17)$$

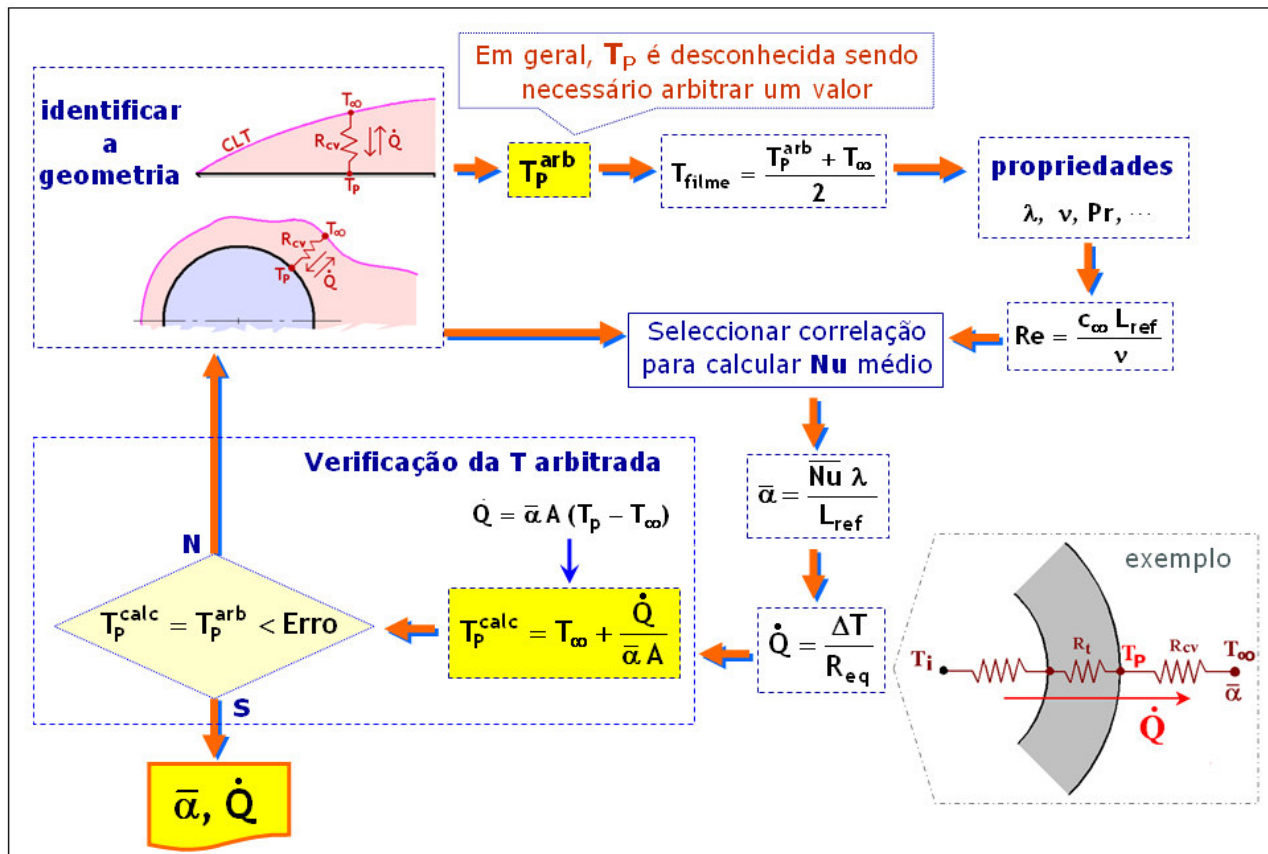
Escoamento gasoso

17 < Re_D ≤ 7x10⁴

$$\overline{Nu}_D = 0,37 Re_D^{0,6} \quad (10.18)$$

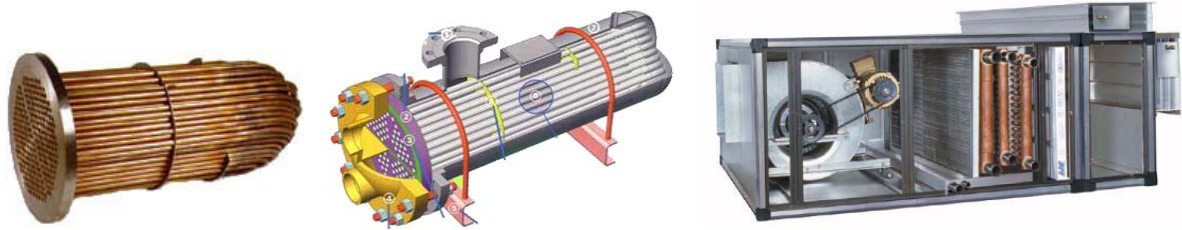
Procedimento para o cálculo de $\bar{\alpha}$ e \dot{Q} :

O fluxograma seguinte mostra a abordagem de um problema onde se pretende calcular o coeficiente de convecção e/ou a potência calorífica, desconhecendo-se, à partida (como na generalidade dos problemas reais) a temperatura da parede (T_P), necessária para a definição da temperatura do filme (para leitura das propriedades dos fluidos).

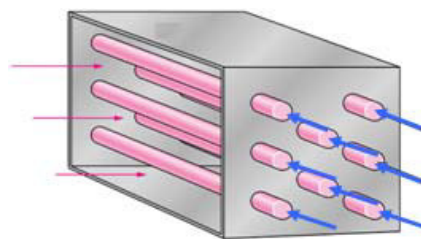


Correlações para escoamento em feixes de tubos:

A transferência de calor num feixe de tubos é importante em muitas aplicações industriais. Por exemplo: Geradores de vapor e água quente - caldeiras, permutadores de calor, etc.

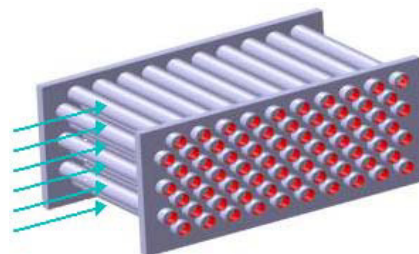


Tipicamente um dos fluidos escoa-se no interior de tubos e o outro, a temperatura diferente, no lado exterior (do lado da carcaça).

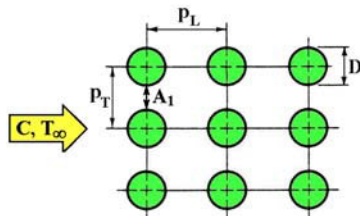


Configurações:

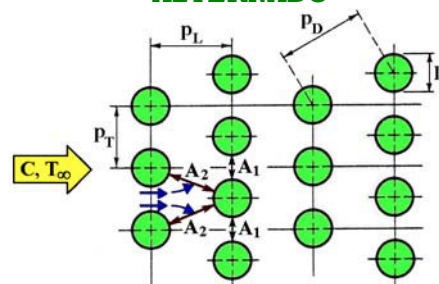
Feixes de tubos são grupos de **N** tubos dispostos em **linhas** (horizontais) e **filas ou fiadas** (verticais), estruturadas, na direcção do escoamento (da velocidade **C**), em dois arranjos básicos: **alinhado** ou **alternado**.



ALINHADO



ALTERNADO

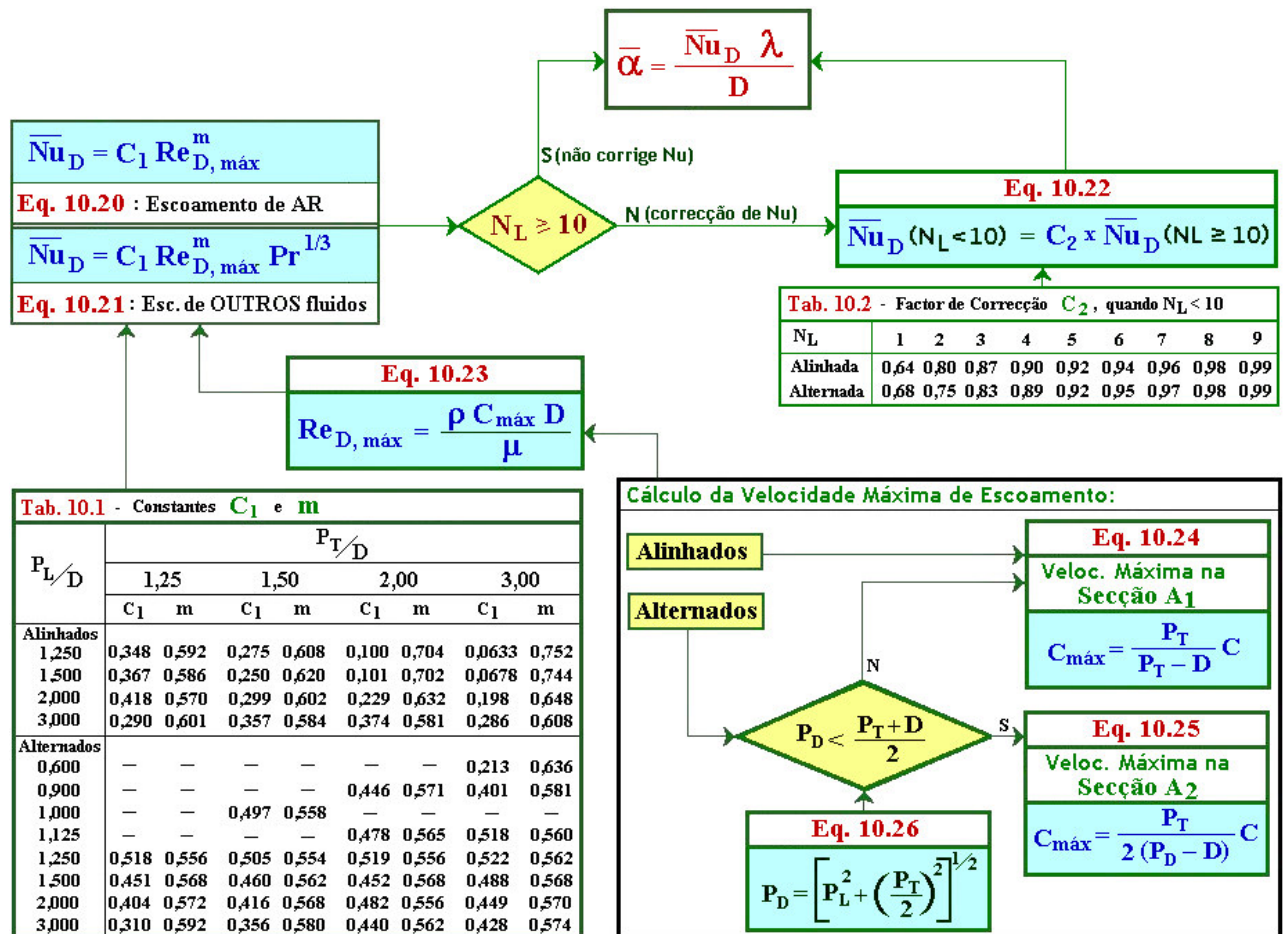


Onde:

✓ P_T Passo Transversal	✓ D Diâmetro Exterior dos Tubos
✓ P_L Passo Longitudinal	✓ A₁ Área transversal de passagem do fluido
✓ P_D Passo na Diagonal	✓ A₂ Área na diagonal de passagem do fluido
✓ N_L Número de linhas de tubos	✓ C Velocidade do fluido à entrada do feixe
	✓ T_∞ Temperatura do fluido à entrada do feixe

Cálculo do coeficiente médio de transferência de calor por convecção, no exterior dos tubos, para todo o feixe:

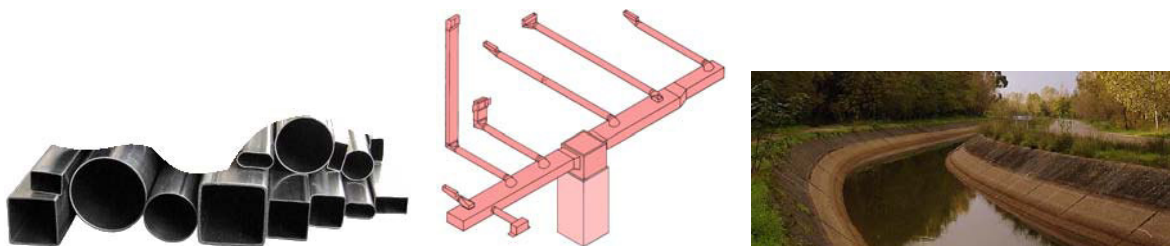
No fluxograma mostra-se a sequência de cálculo do coeficiente de convecção (médio) no exterior de um feixe de tubos:



Lição nº 11

Temas: Convecção:
Camada limite térmica
Escoamentos internos laminares e turbulentos

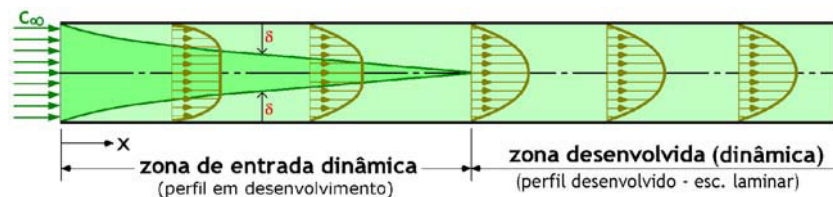
Para transportar fluidos em escoamento, usam-se tubos ou tubagens e condutas e, em alguns casos, canais (aberto longitudinalmente ao exterior).



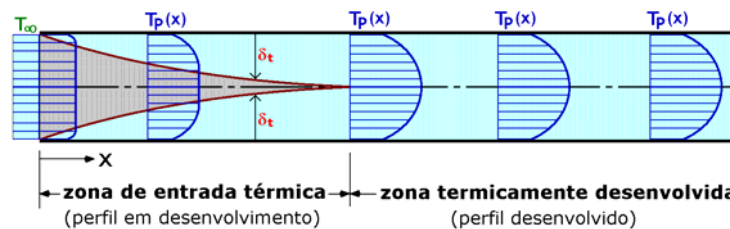
O conceito de camada limite térmica é uma extensão do conceito de camada limite dinâmica (já vista na Mecânica dos Fluidos) ao campo de temperatura num escoamento. A camada limite é a zona na qual os gradientes de temperatura são importantes – em geral, junto a paredes sólidas (fronteiras do escoamento).

A espessura da camada limite (δ_t) aumenta, na generalidade, na direcção do escoamento (x), e associada a este aumento, existe uma diminuição do coeficiente de convecção local (α_x).

No interior dos tubos, a camada limite *dinâmica* desenvolve-se na zona de entrada dinâmica, simetricamente, e a sua espessura (δ) varia desde 0 até ao valor máximo igual ao raio interior do tubo. Segue-se a zona desenvolvida, onde a espessura da camada limite se mantém constante e igual ao raio, e o perfil adimensional da velocidade se mantém constante.



A camada limite *térmica*, desenvolve-se de forma similar. O perfil de temperaturas desenvolve-se na zona de entrada térmica, e está completamente desenvolvido na zona térmica desenvolvida onde o perfil adimensional de temperaturas permanece constante

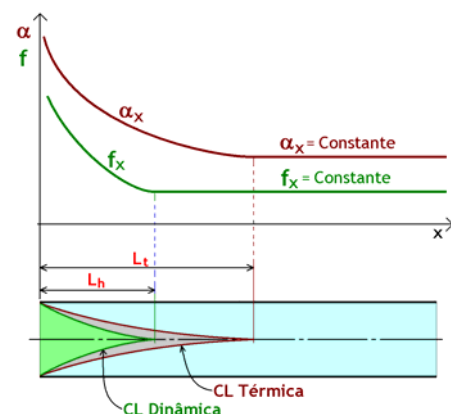


O comprimento de cada zona de entrada (dinâmica e térmica) podem ser calculados por:

Comprimento de entrada	
da zona de entrada dinâmica	da zona de entrada térmica
Escoamento laminar (definição + adiante):	Escoamento laminar (definição + adiante):
$L_{h, \text{lam}} \approx 0,05 D Re$ (11.1)	$L_{t, \text{lam}} \approx 0,05 D Re Pr$ (11.2)
Escoamento turbulento (definição + adiante):	Escoamento turbulento (definição + adiante):
$L_{h, \text{turb}} \approx 10 D$ (11.3)	$L_{t, \text{turb}} \approx 10 D$ (11.4)

Na zona de entrada térmica, a espessura da camada limite térmica (δ_t) aumenta na direcção do escoamento (x), desde 0 até ao valor máximo igual ao raio interior do tubo ($\delta_{t, \text{máx}} = R_i$) e o coeficiente de convecção local (α_x) decresce ao longo de x . Na zona desenvolvida, a espessura permanece constante e igual ao raio interior, e o valor local do coeficiente de convecção local não se altera.

Situação semelhante ocorre na camada limite dinâmica, com o coeficiente de atrito local



A camada limite pode ser *laminar ou turbulenta*. Os coeficientes de convecção são em geral maiores para o escoamento turbulento do que para o escoamento laminar. No escoamento no interior de tubos, as camadas limite laminar e turbulenta ocorrem para os números de Reynolds:

Re < 2300	Laminar
2300 ≤ Re ≤ 10 000	Transição
Re > 10 000	Turbulento

Para o escoamento em tubos circulares, o número de Reynolds calcula-se com a expressão:

$$Re = \frac{\rho c_m D}{\eta} = \frac{c_m D}{\nu} \quad \text{ou} \quad Re = \frac{4 \dot{m}}{\pi \rho \nu D} \quad (11.5)$$

Para tubos não circulares, usa-se o diâmetro hidráulico (**D_H**):

$$D_H = \frac{4 S}{P} \quad (\text{m}) \quad (11.6)$$

onde, **S** (m²) é a área da secção transversal do tubo e **P** (m) é o perímetro dessa secção.

Lição nº 12

Temas: Convecção: Correlações para escoamentos internos

A relação funcional para cálculo do número de Nusselt é do tipo: **Nu = a Re^b Pr^c**

Sendo **a**, **b**, e **c** constantes determinadas experimentalmente, em função de:

- Geometria
- Regime de escoamento (Re, laminar ou turbulento)
- Tipo de condição de fronteira (temperatura constante, fluxo de calor constante, ...)
- Fluido (intervalo de Pr)

Relação para calcular o coeficiente de convecção em escoamentos interiores:

$$\bar{\alpha} = \frac{\bar{Nu} \lambda}{D} \quad (\text{W/m}^2.\text{k}) \quad (12.1)$$

As propriedades físicas dos fluidos, necessárias para o cálculo dos diversos números adimensionais, variam, em geral, com a temperatura. O método adoptado pela maioria das correlações para a contabilização dessa variação, consiste no uso de uma **temperatura do filme** (eq. 8.6).

$$T_{\text{filme}} = \frac{\bar{T}_p + \bar{T}_m}{2} \quad (8.6)$$

sendo **T_p** a temperatura média da superfície interna do tubo e **T_m** a temperatura média do fluido (média aritmética das temperaturas de entrada e saída da conduta ou do tubo) calculadas, como se viu atrás, por:

$$\bar{T}_p = \frac{\bar{T}_{pe} + \bar{T}_{ps}}{2} \quad (8.7)$$

$$\bar{T}_m = \frac{\int c_p T dM}{\dot{M} c_p} \Rightarrow \bar{T}_m = \frac{\bar{T}_e + \bar{T}_s}{2} \quad (8.8)$$

Nesta expressão, S é a área da secção. O fluxo de calor em qualquer secção do escoamento é:

$$\dot{q}_{\text{local}} = \alpha_{\text{local}} (T_p - T_m) \quad (\text{W/m}^2) \quad (12.2)$$

e a potência calorífica:

$$\dot{Q} = \bar{\alpha} A_p (\bar{T}_p - \bar{T}_m) \quad (W) \tag{12.3}$$

Correlações para escoamentos internos

Há duas condições de fronteira:

$T_p = \text{constante}$ → quando, p. ex., ocorre a mudança de fase na superfície exterior do tubo

$\dot{q}_p = \text{constante}$ → quando, p. ex., a superfície exterior do tubo está sujeita a aquecimento uniforme, por efeitos da radiação ou da acção de resistências eléctricas

Escoamentos laminares, na zona desenvolvida:

Se $L \gg L_{t,lam}$ o número de Nusselt médio é aproximadamente igual ao número de Nusselt da zona de escoamento desenvolvido. As diferentes configurações da secção (não circular) levam a usar D_H (diâmetro hidráulico).

Tab. 12.1 - Números de Nusselt em Escoamentos Laminares Desenvolvidos

$$Nu_D = \frac{\alpha D_H}{\lambda}, \text{ sendo } D_H = \frac{4S}{P}$$

Secção	$\dot{q}_p = C^{te}$	$T_p = C^{te}$	Secção	$\dot{q}_p = C^{te}$	$T_p = C^{te}$
	4,36	3,66		4,12	3,39
	4,02	3,34		5,33	4,44
	3,11	2,47		4,79	3,96
	3,61	2,98		6,49	5,60
	3,73	3,08		8,23	7,54

Escoamentos turbulentos:

Escoamentos turbulentos Zona de entrada ($T_p = C^{te}$) ou ($\dot{q}_p = C^{te}$)	Escoamentos turbulentos Zona desenvolvida ($T_p = C^{te}$) ou ($\dot{q}_p = C^{te}$)
$10 < L/D_i < 400$ $Nu_D = 0,036 Re_{D_H}^{0,8} Pr^{1/3} \left(\frac{D}{L}\right)^{0,055} \tag{12.4}$	$0,7 < Pr < 160; Re_D \geq 10^4; L/D_i \geq 10$ $Nu_D = 0,023 Re_{D_H}^{0,8} Pr^n \tag{12.5}$ n = 0,3 Arrefecimento n = 0,4 Aquecimento
	Para os escoamentos onde ocorrem variações sensíveis das propriedades dos fluidos: $0,7 < Pr < 16700; Re_D \geq 10^4; L/D_i \geq 10$ $Nu_D = 0,027 Re_{D_H}^{0,8} Pr^{1/3} \left(\frac{\mu_m}{\mu_p}\right)^{0,14} \tag{12.6}$ A viscosidade dinâmica (μ_m) é determinada para a temperatura média do fluido, e (μ_p) e para a temperatura da parede. As restantes propriedades são determinadas à temperatura do filme.

Lição nº 13

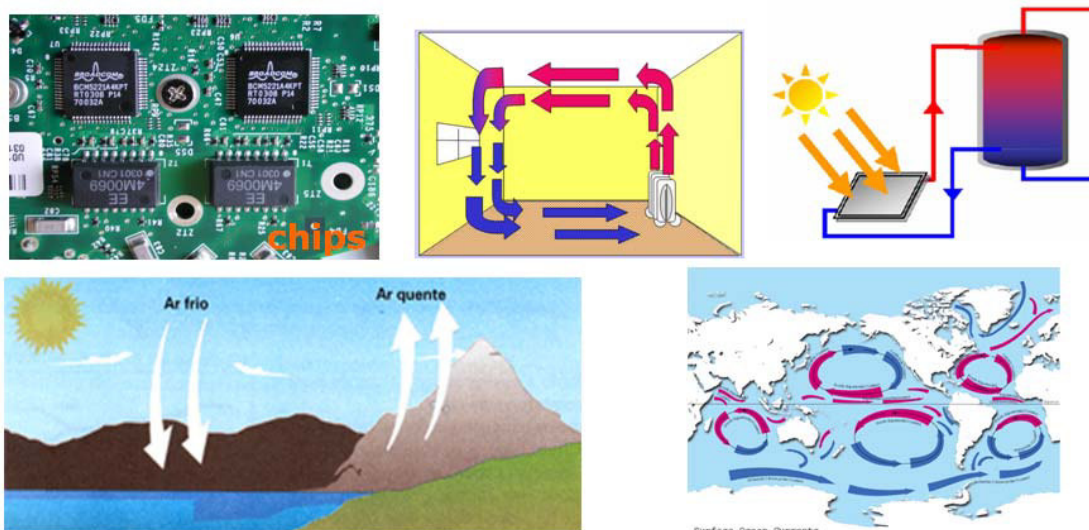
**Temas: Convecção Natural:
Convecção numa placa vertical
Números adimensionais**

A **convecção natural** ocorre por causas naturais (impulsão, efeito chaminé, ...), distinguindo-se da convecção forçada pelo facto de o movimento não ser imposto exteriormente.

Na convecção natural o campo da velocidade (escoamento) não é independente do campo da temperatura como acontece na convecção forçada: ao contrário, o escoamento desenvolve-se num campo mássico (gravítico, centrífugo ou equivalente) quando a ocorrência de uma diferença de temperatura provoca uma diferença de massa volúmica.

Na maioria das vezes, o movimento não se sente fisicamente, porque as velocidades são baixas (tipicamente, são inferior a 1 m/s). Como o valor de α depende fortemente da velocidade do fluido, então $\alpha_{conv\ natural} \ll \alpha_{conv\ forçada}$.

Apesar de α baixo, muitos equipamentos são projectados para operar em CN, porque este meio não exige um equipamento auxiliar para movimentar o fluido, como acontece na convecção forçada. A CN, como se observa na figura a seguir, tem aplicação na Electrónica; Aquecimento (radiadores); Ciências do ambiente (correntes de ar atmosférico e marítimas; Tecnologias solares; Armazenamento térmico; ...



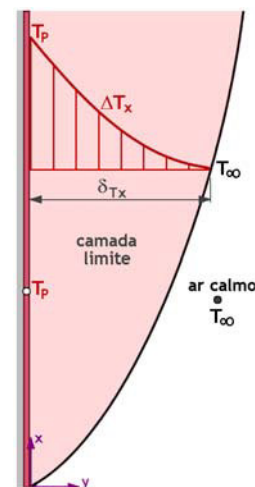
A convecção natural pode classificar-se em 3 tipos:

CN Externa		CN Interna		CN sem superfície “free boundary flows”
na vizinhança de uma superfície aquecida ou arrefecida		em espaços fechados (cavidades ou fendas)		
placa vertical	cilindro horizontal (superfície exterior)	fenda "gasosa" num corpo sólido	cilindro horizontal (superfície interior)	
Ex: RADIADOR CASA	Ex: FRIGORÍFICO (condensador)	Ex: CÂMARAS DE AR EM CONSTRUÇÃO CIVIL	Ex: TÚNEL FORNO	

Camada limite térmica (placa plana vertical)

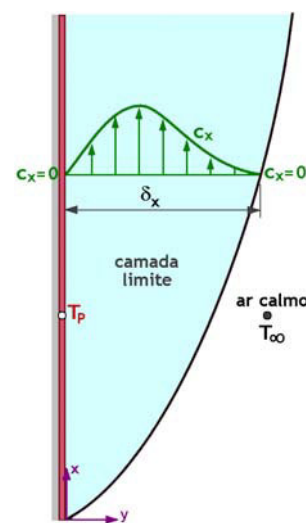
Quando uma placa plana vertical de altura L, isotérmica, à temperatura T_p , se encontra rodeada de ar calmo à temperatura T_∞ ($T_\infty < T_p$: **placa arrefecida**)

- A temperatura da placa diminui em resultado da TC com as partículas da camada de ar adjacente, cuja temperatura aumenta até ao valor T_p .
- Estas partículas trocam calor com as da camada de ar próximas (mas mais afastadas da placa), e estas com as da camada de ar seguinte e por aí adiante, com correspondentes aumentos, em menor escala, da temperatura de cada camada de partículas.
- Até uma distância δ_{Tx} , onde a temperatura das partículas de ar é igual a T_∞ .
- Forma-se uma CL térmica onde os gradientes de temperatura são acentuados e onde ocorre a TC entre a placa e o ar. Na figura mostra-se o perfil de temperaturas típico para o caso da placa arrefecida ($T_\infty < T_p$).



Nota: No caso da **placa aquecida** ($T_\infty > T_p$), o processo de aquecimento desenvolve-se semelhantemente, e o perfil de temperaturas é idêntico mas com direcção reversa.

- Ao aumentar a temperatura das partículas de ar, a sua densidade (massa volúmica) diminui, uma vez que $\rho = p/RT$, e p é constante.
- As partículas ficam “mais leves” e sobem, empurrando as da camada superior, sendo a sua posição ocupada pelas partículas de ar da camada inferior, e por aí adiante.
- Ou seja, as camadas de ar quente mais leve movem-se verticalmente para cima, em relação às camadas mais frias e mais pesadas.
- Este movimento, que resulta da substituição contínua das camadas de ar na vizinhança da placa, é conhecido por **correntes de convecção natural**.
- Forma-se uma CL dinâmica, de espessura δ_x , onde o perfil de velocidades varia como se mostra na figura, com velocidade $c_x = 0$ junto à placa e no limite da CL, onde o ar está calmo (sem movimento).
- O perfil de velocidades para a convecção natural, mostrado na figura, é típico de uma **placa vertical arrefecida** ($T_\infty < T_p$). Para o caso de uma **placa vertical aquecida** ($T_\infty > T_p$), as correntes de convecção invertem-se (sentido descendente), e o perfil de velocidades é idêntico mas com direcção reversa.

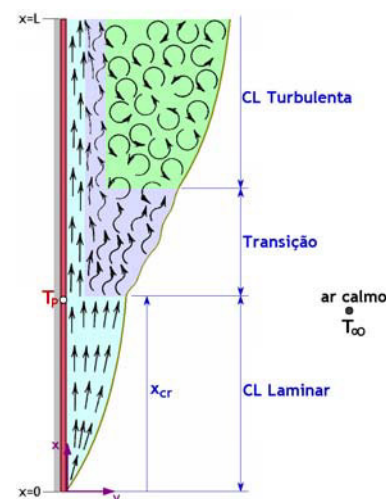


Tal como na convecção forçada, também na convecção natural pode ocorrer a transição para o **regime turbulento**. A transição depende da relação entre as forças de impulsão, que provocam o movimento na CN, e as forças viscosas, provenientes da viscosidade do fluido, que se opõem.

É habitual correlacionar-se a ocorrência da transição com o número de Rayleigh (a definir mais adiante). Para placas verticais, o número de Rayleigh crítico é:

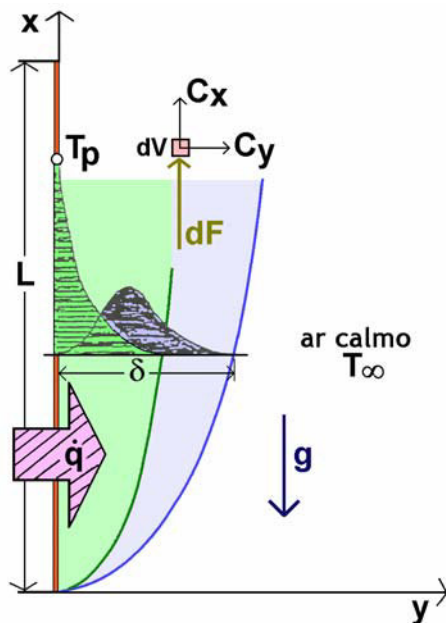
$$Ra_{x, \text{crit}} \approx 10^9 \tag{13.1}$$

Como na convecção forçada, a transição para a turbulência aumenta a taxa de transferência de calor.



Para um fluido incompressível e supondo um regime permanente, é possível chegar à expressão da quantificação da transferência de calor por convecção natural.

Modelo diferencial:



- Placa vertical a $T_p > T_\infty$
- Altura L
- Ar calmo a T_∞
- Elemento de volume dV
- Regime bidimensional (x, y)
- Regime Laminar
- Força mássica = \vec{g}

Uma força mássica $\Delta\vec{F}$ actua na direcção do campo mássico sempre que há uma variação da massa volúmica $\Delta\rho$. No campo gravítico:

$$\Delta\vec{F} = -\Delta V \times \Delta\rho \times \vec{g} \tag{13.2}$$

Donde a força mássica será:

$$|f| = \frac{|\Delta\vec{F}|}{\rho \Delta V} = \frac{\Delta\rho}{\rho} \times g = g \beta \Delta T \tag{13.3}$$

onde β é o coeficiente de expansão térmica (por unidade de volume):

$$\beta = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p \tag{13.4}$$

Para os líquidos, o coeficiente β está geralmente registado em tabelas.

$$\text{Para os gases: } \beta \cong \frac{1}{T} \quad (\text{onde } T \text{ é a temperatura absoluta em } K) \tag{13.5}$$

Os valores do coeficiente β para o ar e para a água, estão registados no anexo A.

Números adimensionais na CN

A equação da quantidade de movimento para a convecção natural tem a forma:

$$c_x \frac{\partial c_x}{\partial x} + c_y \frac{\partial c_x}{\partial y} = g \beta (T - T_\infty) + \nu \frac{\partial^2 c_x}{\partial y^2} \tag{13.6}$$

Esta expressão adimensionalizada é:

$$c_x^* \frac{\partial c_x^*}{\partial x^*} + c_y^* \frac{\partial c_x^*}{\partial y^*} = \underbrace{\left[\frac{g \beta (T_p - T_\infty) L_c^3}{\nu^2} \right]}_{\text{Número de GRASHOF}} \frac{T^*}{Re_L^2} + \frac{1}{Re_L} \frac{\partial^2 c_x^*}{\partial y^{*2}} \tag{13.7}$$

Onde surge o número adimensional usado nos problemas de convecção natural:

número de Grashof:

$$Gr_L = \frac{g \beta (T_p - T_\infty) L_c^3}{\nu^2} \quad (13.8)$$

Onde:

- g** - aceleração da gravidade (m/s²)
- β** - coeficiente de expansão volumétrico (K⁻¹)
- T_p** - temperatura da placa (°C)
- T_∞** - temperatura do fluido no exterior da CL (°C)
- L_c** - Comprimento característico da geometria (m)
- ν** - viscosidade cinemática (m²/s)

As propriedades do fluido (ρ -massa volúmica e ν -viscosidade cinemática) são lidas à temperatura do filme calculada pela média aritmética entre a temperatura do fluido fora da camada limite térmica (T_∞), e a temperatura na parede (T_p).

O número de Rayleigh, usado em muitas expressões de cálculo do número de Nusselt em convecção natural, é o produto do número de Grashof pelo número de Prandtl:

$$\text{número de Rayleigh: } Ra_L = Gr_L \times Pr = \frac{g \beta \Delta T L_c^3}{\nu^2} \cdot Pr \quad (13.9)$$

Em CN, a transferência de calor é quantificável por correlações do tipo:

$$Nu = f(Gr, Pr, \text{geometria, condições fronteira}), \text{ ou}$$

$$Nu = f(Ra, \text{geometria, condições fronteira}).$$

Lição nº 14

**Temas: Convecção Natural:
Correlações para geometrias diversas**

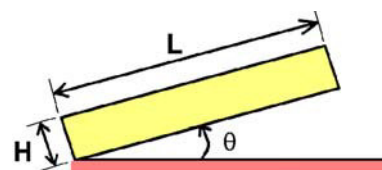
Conforme ocorre para a generalidade dos problemas de convecção, a geometria tem um papel decisivo no campo da temperatura e no cálculo da transferência de calor por convecção natural.

Geometrias típicas são:

- ✓ placa plana (vertical) - altura **L**
- ✓ placa horizontal - **L_c**
- ✓ cilindro vertical - altura **L**; (**D/L**)
- ✓ cilindro horizontal - diâmetro **D**
- ✓ esfera - diâmetro **D**
- ✓ cavidade - (**L/W**, **L/H**, θ)

Cada um desses casos apresenta especificidades de tratamento nomeadamente:

- **a placa horizontal**, onde é essencial saber se o aquecimento se faz do lado superior ou inferior da placa;
- **o cilindro vertical**, onde a relação D/L é crítica quanto ao poder ou não aproximar o comportamento da convecção natural na superfície lateral do cilindro vertical ao de uma placa vertical (nos casos em que D/L é significativo tal aproximação não é possível e há que ter em conta o efeito da curvatura do cilindro), e;
- **a cavidade**, onde se verifica uma série de efeitos associados à geometria, à espessura H , à largura W e à inclinação θ bem assim como à localização da superfície de temperatura mais elevada.



W - Dimensão perpendicular ao plano da figura

Uma outra questão essencial é saber se se admite $T_p = C \cdot t^e$ ou $q_p = C \cdot t^e$.

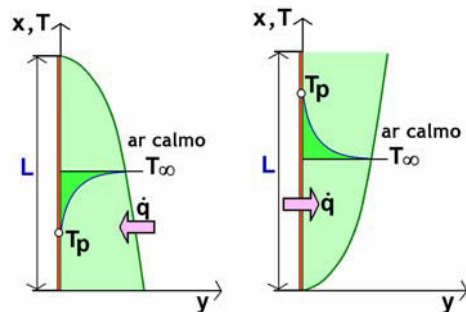
A quantificação da transferência de calor depende do regime ser laminar ou turbulento. Como se viu, o critério de separação é dado pelo Número de Rayleigh. No entanto, não existe um simples valor crítico de Ra pelo que só é possível apresentar para cada geometria uma banda de valores correspondente a um intervalo de transição entre laminar e turbulento.

Correlações para placas verticais:

Comprimento característico:

$L_c = L$ (altura da placa)

Placa aquecida ou arrefecida



Regime laminar (Ra < 10⁹):

$Nu_x = 0,39 (Gr_x Pr)^{1/4}$ (14.1)

$\bar{Nu} = 0,59 (Ra_L)^{1/4}$ (14.2)

$\bar{Nu} = 0,68 + \frac{0,670 (Ra_L)^{1/4}}{\left[1 + \left(\frac{0,492}{Pr}\right)^{9/16}\right]^{4/9}}$ (14.3)

Regime turbulento (Ra > 10⁹):

$\bar{Nu} = 0,108 Gr^{1/3}$ (14.4)

$\bar{Nu} = 0,10 (Ra_L)^{1/3}$ (14.5)

$\bar{Nu} = 0,0211 (Ra_L)^{2/5}$ (14.6)

Para toda a gama (0 < Ra < ∞):

$\bar{Nu} = \left\{ 0,825 + \frac{0,387 (Ra_L)^{1/6}}{\left[1 + \left(\frac{0,492}{Pr}\right)^{9/16}\right]^{8/27}} \right\}^2$ (14.7)

Correlações p/cilindro vertical (altura L)

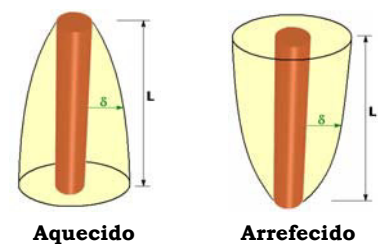
Um cilindro vertical, tem como comprimento característico a

altura L (Lc =L),

e pode ser

aquecido (Tp < Tinf) ou

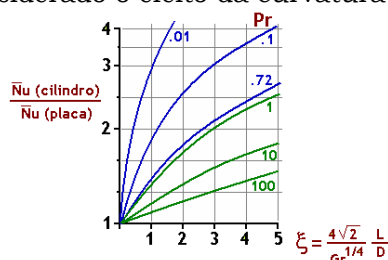
arrefecido (Tp > Tinf).



As correlações válidas para a placa vertical, também se podem aplicar ao cilindro vertical, se a espessura da camada limite (δ) for muito menor que o diâmetro do cilindro (D). Para que esta condição se verifique é necessário que:

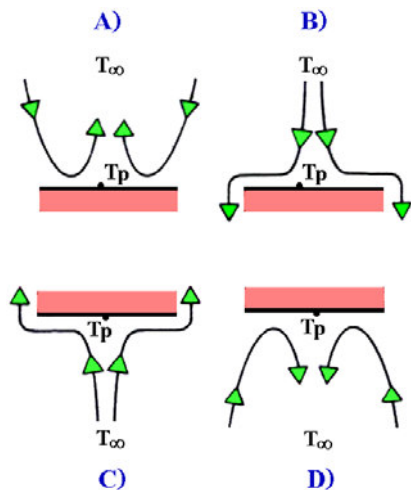
$\frac{D}{L} \geq \frac{35}{Gr_L^{1/4}}$ (14.8)

Em caso contrário, deve ser considerado o efeito da curvatura do cilindro, traduzida no gráfico.



Correlações para placas horizontais

Na placa horizontal, é essencial saber se o arrefecimento (aquecimento) se faz do **lado superior ou inferior da placa:**



Correlação para esta geometria:

$$\overline{Nu} = C (Gr_{L_{ref}} Pr)^n \tag{14.9}$$

onde:

$$Gr_{L_{ref}} = \frac{g \beta \Delta T L_{ref}^3}{\nu^2} \tag{14.10}$$

e

$$L_{ref} = L_c = \frac{A}{P} \left(\frac{\text{Área Superficial da Placa}}{\text{Perímetro da Área A}} \right) \tag{14.11}$$

As constantes **C** e **n** dependem da orientação da superfície, que influencia o escoamento, e podem ser lidas na tabela:

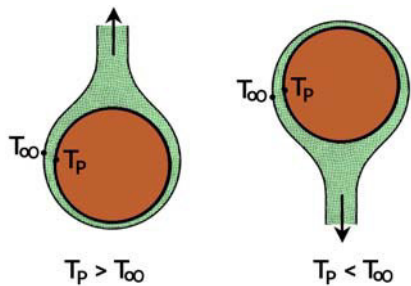
ORIENTAÇÃO DA PLACA	C	n	VALIDADE
A) ou D)	0,54	1/4	$10^4 < Ra_{L_{ref}} < 10^7$
	0,15	1/3	$10^7 < Ra_{L_{ref}} < 10^{11}$
B) ou C)	0,27	1/4	$10^5 < Ra_{L_{ref}} < 10^{10}$

Correlações para cilindros horizontais

Comprimento característico:

Lc = D (diâmetro exterior)

arrefecidos (T_p > T_∞) ou aquecidos (T_p < T_∞)



Correlação para esta geometria:

$$\overline{Nu} = C (Gr_D Pr)^n \tag{14.12}$$

onde:

$$Gr_D = \frac{g \beta \Delta T D^3}{\nu^2} \tag{14.13}$$

e as constantes **C** e **n** leem-se na tabela:

Ra _D	C	n
$10^{-10} < Ra_D < 10^{-2}$	0,675	0,058
$10^{-2} < Ra_D < 10^2$	1,020	0,148
$10^2 < Ra_D < 10^4$	0,850	0,188
$10^4 < Ra_D < 10^7$	0,480	0,250
$10^7 < Ra_D < 10^{12}$	0,125	0,333

Também se pode utilizar a seguinte expressão, válida para uma ampla faixa de números de Rayleigh ($Ra \leq 10^{12}$):

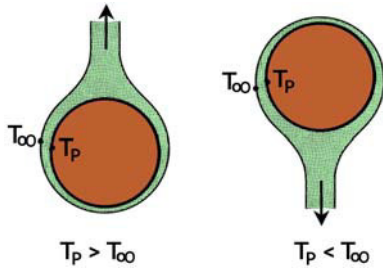
$$\overline{Nu} = \left\{ 0,60 + \frac{0,387 (Ra_D)^{1/6}}{\left[1 + \left(\frac{0,559}{Pr} \right)^{9/16} \right]^{8/27}} \right\}^2 \tag{14.14}$$

Correlações para esferas

Comprimento característico:

$L_c = D$ (diâmetro esfera)

arrefecidas ($T_P > T_\infty$) ou
 aquecidas ($T_P < T_\infty$)



Correlações para esta geometria:

$$1 < Ra_D \leq 10^5$$

$$Pr \approx 1$$

$$\overline{Nu} = 2 + 0,43 (Ra_D)^{1/4} \tag{14.15}$$

$$Ra_D \leq 10^{11}$$

$$Pr \geq 0,7$$

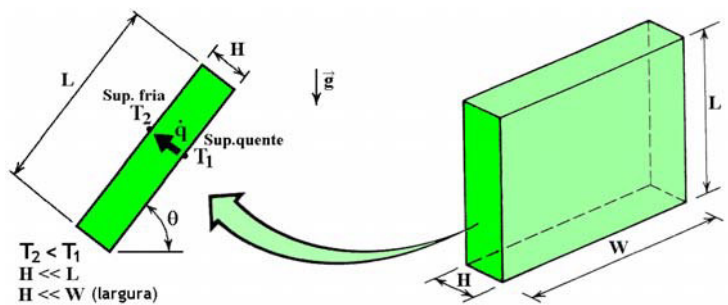
$$\overline{Nu} = 2 + \frac{0,589 (Ra_D)^{1/4}}{\left[1 + \left(\frac{0,469}{Pr} \right)^{9/16} \right]^{4/9}} \tag{14.16}$$

Espaços confinados rectangulares (cavidades)

1. Espaço confinado: Geometria

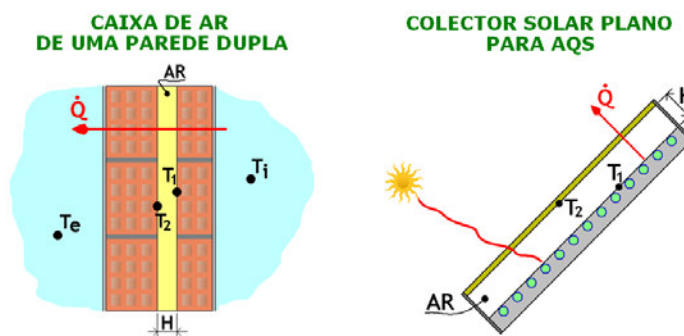
Duas paredes opostas de dimensões $L \times W$, e à distância H , que são mantidas a temperaturas diferentes ($T_1 > T_2$). As restantes paredes do espaço, são isoladas.

O ângulo (θ) de inclinação das superfícies aquecida (a T_1) e arrefecida (a T_2), pode variar entre 0° e 180° .



1.1- Exemplos do quotidiano

Caixa de ar de uma parede dupla com caixa de ar, e um colector solar plano.



2. Expressões para cálculo do Nu, Gr e Ra nesta geometria:

$$\overline{Nu} = \frac{\dot{q}_{conv}}{\dot{q}_{cond}} = \frac{\bar{\alpha} \Delta T}{(\lambda/H) \Delta T} = \frac{\bar{\alpha} H}{\lambda} \tag{14.17}$$

$$Gr_H = \frac{g \beta \Delta T H^3}{\nu^2} \tag{14.18}$$

$$Ra_H = Gr_H \times Pr = \frac{g \beta \Delta T H^3}{\nu^2} \times Pr \tag{14.19}$$

3. Correlações para espaços confinados:

$$\overline{Nu} = 1 + 1,44 \left[1 - \frac{1708}{Ra_H \cos \theta} \right]^* \left[1 - \frac{1708 (\text{sen } 1,8 \theta)^{1,6}}{Ra_H \cos \theta} \right] + \left[\left(\frac{Ra_H \cos \theta}{5830} \right)^{1/3} - 1 \right]^* \tag{14.20}$$

- 1) Nesta expressão, a notação [...] * significa que quando as grandezas dentro do respectivo parentesis **forem negativas, se anulam**. Isto significa que
- 2) Se **$Ra_H \cos \theta \leq 1708$** → $\overline{Nu} = 1$ → não haverá escoamento no interior da cavidade, e a TC ocorrerá apenas por condução.

Outras correlações:

$1708 < Ra_H \cos \theta \leq 5900$ $0 < \theta \leq 70^\circ$ $L/H \geq 12$	$10^3 < Ra_H \leq 10^{10}$ $Pr < 10^5$ $2 < L/H < 10$
$\overline{Nu} = 1 + 1,466 \left(1 - \frac{1708}{Ra_H \cos \theta} \right)$ (14.21)	$\overline{Nu} = 0,22 \left(\frac{Pr}{0,2 + Pr} Ra_H \right)^{0,28} \left(\frac{L}{H} \right)^{-1/4}$ (14.24)
$5900 < Ra_H \cos \theta \leq 9,23 \times 10^4$ $0 < \theta \leq 70^\circ$ $L/H \geq 12$	$10^4 < Ra_H \leq 10^7$ $1 < Pr < 2 \times 10^4$ $10 < L/H < 40$
$\overline{Nu} = 0,229 (Ra_H \cos \theta)^{0,252}$ (14.22)	$\overline{Nu} = 0,42 (Ra_H)^{1/4} Pr^{0,012} \left(\frac{L}{H} \right)^{-0,3}$ (14.25)
$9,23 \times 10^4 < Ra_H \cos \theta \leq 10^6$ $0 < \theta \leq 70^\circ$ $L/H \geq 12$	$10^6 < Ra_H \leq 10^9$ $1 < Pr < 20$ $1 < L/H < 40$
$\overline{Nu} = 0,157 (Ra_H \cos \theta)^{0,285}$ (14.23)	$\overline{Nu} = 0,046 (Ra_H)^{1/3}$ (14.26)

Lição nº 15

Temas: Transferência de Calor com Mudança de Fase:

- Condensação**
- Condensação em filme**
- Correlações**

A transferência de calor associada a um processo de mudança de estado, por envolver o calor latente, é sempre um fenômeno muito mais intenso do que a generalidade dos fenômenos de convecção que envolvem apenas transporte de calor sensível (compare-se o calor específico da água, $c_p = 4,18 \times 10^3 \text{ J/kg.K}$, com o calor latente de vaporização, $q_{lv} = 2,5 \times 10^6 \text{ J/kg.K}$).

Os processos de transferência de calor com mudança de fase são:

- condensação
- vaporização: evaporação e ebulição
- solidificação
- fusão
- sublimação



A mudança de fase tem lugar a temperatura constante, embora sempre sob a presença de uma diferença de temperaturas (ΔT).

Equipamentos como condensadores e evaporadores (muito importantes, p. ex., na indústria “do frio”) envolvem os fenómenos da condensação e ebulição, e o projecto destes equipamentos requer o conhecimento dos fenómenos físicos em presença. Exemplos mostrados na figura a seguir: Condensadores (1), evaporadores (2) e ebulição em vaso (3):



No nosso curso iremos debruçar-nos brevemente sobre a **condensação e a ebulição**.

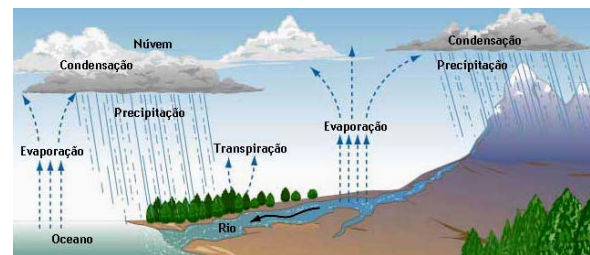
CONDENSAÇÃO:

A condensação tem lugar sempre que o vapor entre em contacto com uma superfície que está a uma temperatura $T_p < T_v$ (saturação) àquela pressão.

Há dois tipos de condensação, **espontânea e em superfície**:

Condensação espontânea:

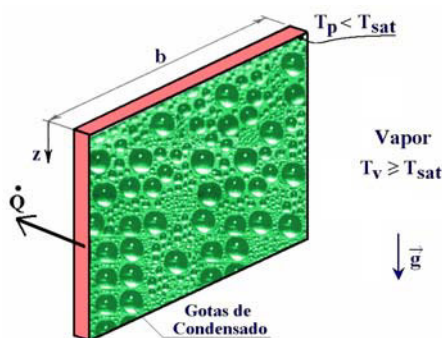
É o caso da formação das nuvens e da formação das gotas nos últimos andares das turbinas de vapor.



Condensação em superfície: Caso com interesse tecnológico. Há 2 formas: em gotas e em filme:

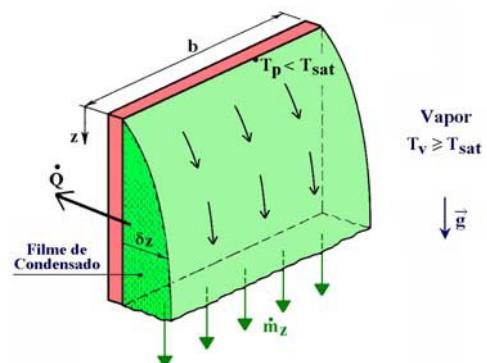
Condensação em gotas

Em superfícies muito polidas ou com acabamentos especiais, mais de 90% da superfície é coberta por gotas de diversos diâmetros.



Condensação em filme

Em superfícies normais o condensado escoar-se continuamente em filme, sob a acção da gravidade

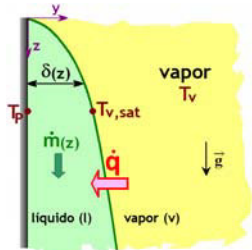


Como na condensação em gotas a resistência é muito inferior, este tipo de condensação é mais desejável do que a condensação em filme. Apesar disso, a condensação em gotas é muito mais difícil de controlar, o que conduz a que, por questões de segurança de dimensionamento, se opte pela condensação em filme.

A transferência de calor por condensação em filme é também ela, função do regime (laminar ou turbulento) e da geometria

Correlações para placas verticais:

Modelo geométrico:



- 1) A placa e o vapor são mantidas a temperatura constante e uniforme, T_p e $T_{v,sat}$, respectivamente, e a temperatura através do filme de condensado varia linearmente.
- 2) O regime de escoamento é laminar.
- 3) As propriedades do filme de líquido e de vapor são constantes e lidas para a temperatura média (líquido):

$$\bar{T} = \frac{T_{sat} + T_p}{2} \tag{15.1}$$

- 4) As propriedades do filme de vapor também são constantes e lidas para a temperatura de saturação (vapor):

$$T_{v,sat} \rightarrow q_v \tag{15.2}$$

Espessura do filme de condensado (δ_z):

$$\delta_z = \left[\frac{4 \lambda_l \mu_l (T_{sat} - T_p) z}{g \rho_l (\rho_l - \rho_v) q_v} \right]^{1/4} \tag{15.3}$$

Coefficiente local de condensação (α_z):

$$\alpha_z = \left[\frac{g \rho_l (\rho_l - \rho_v) \lambda_l^3 q_v}{4 \mu_l (T_{sat} - T_p) z} \right]^{1/4} \tag{15.4}$$

Onde:

- δ_z - Espessura do condensado (m)
- z - Cota contada desde o topo da placa (m)
- ρ_l - Massa volúmica do líquido (kg/m³)
- μ_l - Viscosidade dinâmica (kg/m.s)
- λ_l - Condutibilidade térmica do líquido (W/m.K)
- T_p - Temperatura da placa (°C)
- T_{sat} - Temperatura de saturação do vapor (°C)
- q_v - Calor latente de vaporização (J/kg)
- g - Aceleração da gravidade (m/s²)
- ρ_l - Massa volúmica do líquido (kg/m³)

Coefficiente médio de condensação (Para toda a placa de altura L):

Regime Laminar ($Re \leq 1800$):

$$\bar{\alpha} = 0,943 \left[\frac{g \rho_l (\rho_l - \rho_v) \lambda_l^3 q_v}{\mu_l (T_{sat} - T_p) L} \right]^{1/4} \tag{15.5}$$

Regime Turbulento ($Re > 1800$):

$$\bar{\alpha} = 0,0076 \left[\frac{g \rho_l (\rho_l - \rho_v) \lambda_l^3}{\mu_l^2} \right]^{1/3} Re^{0,4} \tag{15.6}$$

$$Re \leq 30 \text{ e } \rho_v \ll \rho_l$$

$$30 < Re \leq 1800 \text{ e } \rho_v \ll \rho_l$$

$$\bar{\alpha} = 1,47 \lambda_l Re^{-1/3} \left(\frac{g}{v_l^2} \right)^{1/3} \tag{15.7}$$

$$\bar{\alpha} = \frac{\lambda_l Re}{1,08 (Re)^{1,22} - 5,2} \left(\frac{g}{v_l^2} \right)^{1/3} \tag{15.8}$$

$$Re > 1800 \text{ e } \rho_v \ll \rho_l$$

$$\bar{\alpha} = \frac{\lambda_l Re}{8750 + 58 (Pr)^{-0,5} [(Re)^{0,75} - 253]} \left(\frac{g}{v_l^2} \right)^{1/3} \tag{15.9}$$

Número de Reynolds: Nestas expressões, o número de Reynolds calcula-se com a seguinte expressão, sendo δ_L calculado com a equação acima, onde $z=L$ (altura da placa).

$$Re = Re_{\delta_L} = \frac{4 g \rho_l (\rho_l - \rho_v) \delta_L^3}{3 \mu_l^3} \tag{15.10}$$

Potência calorífica total transferida no processo de condensação:

$$\dot{Q} = \bar{\alpha} A (T_{sat} - T_p) \text{ (W)} \tag{15.11}$$

Caudal mássico médio de condensado:

$$\dot{m} = \frac{\dot{Q}}{q_v} = \frac{\bar{\alpha} A (T_{sat} - T_p)}{q_v} \text{ (kg/s)} \tag{15.12}$$

Caudal mássico de condensado (por unidade de largura - b):

$$\Gamma_z = \frac{\dot{m}_z}{b} = \frac{g \rho_l (\rho_l - \rho_v) \delta_z^3}{3 \mu_l} \quad (\text{kg/s. m de largura}) \quad (15.13)$$

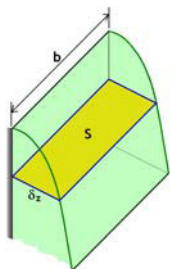
Outra expressão para o cálculo de **Re**:

$$Re = \frac{\rho_l c_m D_h}{\mu_l} \quad (15.14)$$

Onde:

- c_m - Velocidade média do condensado (m/s)
- ρ_l - Massa volúmica do líquido (kg/m³)
- μ_l - Viscosidade dinâmica (kg/m.s)
- D_h - Diâmetro hidráulico (m)

Para uma placa vertical de largura b :

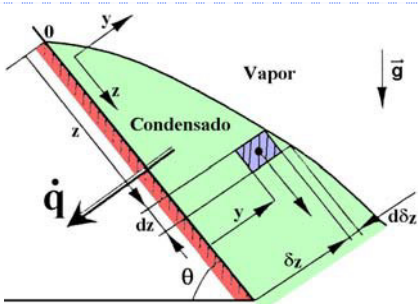


$$P \cong b ; S = b \times \delta_z$$

$$D_h = \frac{4 S}{P} = 4 \delta_z \quad (\text{diâmetro hidráulico}) \quad (15.15)$$

$$Re_z = \frac{4 \rho_l c_{m,z} \delta_z}{\mu_l} \quad (15.16)$$

Placas planas com inclinação de θ° :



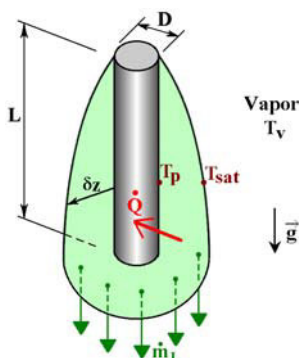
Para as placas planas inclinadas usa-se a seguinte expressão para calcular **Nu** e a partir deste α :

$$Nu_z = \left[\frac{\rho_l (\rho_l - \rho_v) g \text{sen } \theta q_v z^3}{4 \mu_l \lambda_l (T_{\text{sat}} - T_p)} \right]^{1/4} \quad (15.17)$$

Nota: As propriedades do vapor (índice **v**) são lidas à temperatura do vapor no estado de saturado (T_{sat}), e as propriedades do líquido condensado (índice **l**) são lidas à temperatura do filme de condensado, calculada pela média aritmética entre a temperatura do vapor no estado saturado e a temperatura da parede (T_p). O calor latente de vaporização (q_{lv}) também é estimado à temperatura do vapor no estado de saturado.

Condensação no exterior de tubos verticais:

Podem **usar-se as equações da placa vertical** para determinar o coeficiente médio de condensação, na superfície exterior de um tubo posicionado na vertical, desde que o raio exterior do tubo seja muito superior à espessura da camada limite, em $z=L$, $R \gg \delta_L$.



Número de Reynolds para esta geometria:

$$Re_z = \frac{\rho_l c_{m,z} D_h}{\mu_l} \quad (15.18)$$

$$D_h = \frac{4 S}{P} = \frac{4 \pi D \delta_z}{\pi D} = 4 \delta_z \quad (15.19)$$

$$c_{m,z} = \frac{\dot{m}_z}{\rho_l \pi D \delta_z} \quad (15.20)$$


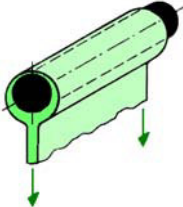
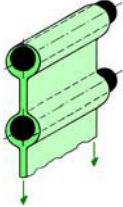
$$Re_z = \frac{4 \dot{m}_z}{\mu_l \pi D} \quad (15.21)$$

Nesta geometria, o **caudal mássico de condensado** calcula-se com a expressão:

$$\dot{m}_z = \frac{g \pi D \rho_l (\rho_l - \rho_v) \delta_z^3}{3 \mu_l} \quad (\text{kg/s}) \quad (15.22)$$


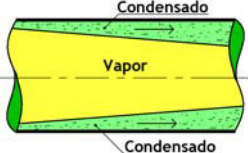
Condensação em filme no exterior de tubos horizontais e esferas:

A transição entre o regime laminar e o turbulento dá-se para $Re_D = 3600$. Normalmente o escoamento é laminar porque ocorre sempre a separação do escoamento de condensado em duas metades como se observa nas figuras.

Condensação em filme na superfície de uma esfera	Condensação em filme na superfície externa de um único tubo horizontal	Condensação em filme em feixes de tubos horizontais, alinhados na vertical
		
<p>Para tubos horizontais isolados e esferas, em regime laminar, o coeficiente médio de condensação pode ser expresso por:</p> $\bar{\alpha} = C \left[\frac{g \rho_l (\rho_l - \rho_v) \lambda_l^3 q_v}{\mu_l (T_{sat} - T_p) D} \right]^{1/4} \quad (15.23)$ <p>onde: C = 0,729 para o tubo C = 0,815 para a esfera D – Diâmetro do tubo (exterior) ou da esfera</p>	<p>Para feixes de tubos alinhados na vertical, (regime laminar):</p> $\bar{\alpha} = 0,729 \left[\frac{g \rho_l (\rho_l - \rho_v) \lambda_l^3 q_v}{\mu_l (T_{sat} - T_p) N D} \right]^{1/4} \quad (15.24)$ <p>onde: N - número de tubos alinhados na vertical</p>	

Condensação no interior de tubos horizontais:

As condições no interior dos tubos são complexas e dependem fortemente da velocidade da corrente de vapor no interior do tubo:

<p>Para velocidades baixas do vapor ($c_{m,v}$), tal que:</p> $Re_{vapor} = \frac{\rho_v c_{m,v} D_i}{\mu_v} < 35\,000 \quad (15.25)$	<p>Para velocidades elevadas do vapor ($c_{m,v}$), tal que:</p> $Re_{vapor} = \frac{\rho_v c_{m,v} D_i}{\mu_v} \geq 35\,000 \quad (15.26)$
<p>O condensado flui da parte superior do tubo para a inferior e forma uma corrente que se desloca longitudinalmente na direcção da corrente de vapor, juntamente com este</p> 	<p>O vapor ocupa o núcleo central com um diâmetro que vai diminuindo, na direcção do escoamento, à medida que a camada de condensado aumenta</p> 
$\bar{\alpha} = 0,555 \left[\frac{g \rho_l (\rho_l - \rho_v) \lambda_l^3 q'_v}{\mu_l (T_{sat} - T_p) D_i} \right]^{1/4} \quad (15.27)$	$\bar{\alpha} = 0,026 \frac{\lambda_l}{D_i} Re_{lv}^{0,8} Pr^{1/3} \quad (15.28)$

Nas expressões acima,

- ✓ As propriedades do vapor e a sua velocidade média são estimadas nas condições de entrada no tubo.
- ✓ q'_v é o calor latente de vaporização modificado calculado da seguinte forma:

$$q'_v = q_v + \frac{3}{8} c_{p,l} (T_{sat} - T_p) \tag{15.29}$$

- ✓ E o número de Reynolds é calculado por:



$$Re_{lv} = \frac{D_i}{\mu_l} \left[\rho_l C_{m,l} + \rho_v C_{m,v} \left(\frac{\rho_l}{\rho_v} \right)^{1/2} \right] \tag{15.30}$$

Nesta expressão, a **velocidade média** é calculada considerando que toda a área de escoamento é ocupada pelo condensado ($C_{m,l}$) ou pelo vapor ($C_{m,v}$).

Lição nº 16

**Temas: Transferência de Calor com Mudança de Fase:
 Ebulição
 Ebulição em reservatório
 Correlações**

A passagem do estado líquido ao estado gasoso, pode ocorrer de forma espontânea (**evaporação**) ou de forma induzida pelo fornecimento de energia-calor (**ebulição**).

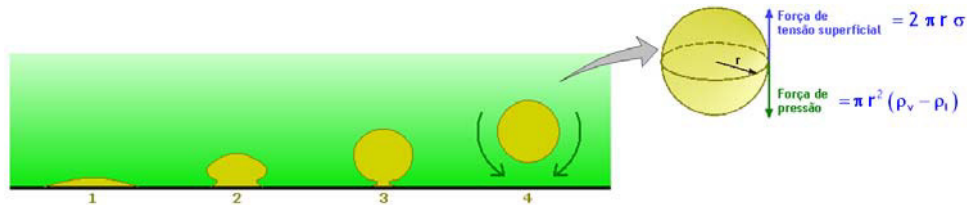
Evaporação	Ebulição
<p>Ocorre na interface líquido-vapor, quando a pressão do vapor (p_v) é menor do que a pressão de saturação do líquido (p_{sat}), para uma dada temperatura.</p>	<p>Ocorre na interface sólido-vapor, quando o líquido entra em contacto com uma superfície mantida a uma temperatura (T_P) superior à temperatura de saturação do líquido (T_{sat}), à pressão reinante.</p>
<p>$p_v < p_{sat}$ (do líquido)</p>	<p>$T_P > T_{sat}$ (do líquido)</p>
	
	<p>A superfície sólida é mantida a T_P, e a potência calorífica transferida para o líquido é:</p> $\dot{Q} = \alpha A (T_P - T_{sat}) = \alpha A \Delta T_e \tag{16.1}$ <p>onde a diferença de temperaturas ΔT_e, é conhecida por excesso de temperatura</p>

O processo da ebulição é caracterizado pela formação de bolhas de vapor junto à superfície sólida, que crescem, despreendem-se e tendem a subir para a superfície livre do líquido. O crescimento e o movimento das bolhas de vapor é bastante complexo, e dependem do excesso de temperatura, do acabamento superficial da interface sólida, da tensão superficial e das propriedades termodinâmicas do fluido.

A dinâmica de formação das bolhas afecta o movimento do fluido o que influencia fortemente o coeficiente de TC (α).

As bolhas:

As bolhas são criadas pela expansão do gás ou vapor retido em pequenas cavidades da superfície (rugosidade) chamadas *pontos de nucleação*, e crescem até um determinado tamanho que depende da tensão superficial da interface líquido – vapor (σ), da temperatura e da pressão.



Durante o processo de ebulição, e dependendo das condições, as bolhas podem: (1) “colapsar” junto à superfície e (2) desprender-se da superfície e condensar no seio do líquido, ou atingir a superfície livre.

Ebulição:

A ebulição pode ocorrer sob várias condições:

Quanto à temperatura do líquido, há 2 tipos:

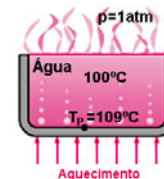
Ebulição sub-arrefecida ou local:

Se grande parte do líquido na vizinhança da superfície aquecida está a temperatura inferior à de saturação.



Ebulição saturada ou global:

Se a temperatura do líquido é igual à sua temperatura de saturação.



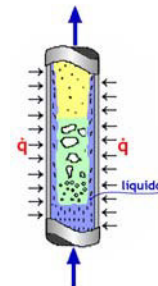
Quanto à configuração, há 2 tipos de geometrias básicas:

Ebulição em vaso:



- Não há escoamento de fluido
- O movimento que possa existir, é provocado por correntes de convecção natural, e pelo próprio movimento das bolhas de vapor
- É o caso da ebulição em vaso com superfícies planas, verticais e horizontais, e fios ou cilindros imersos

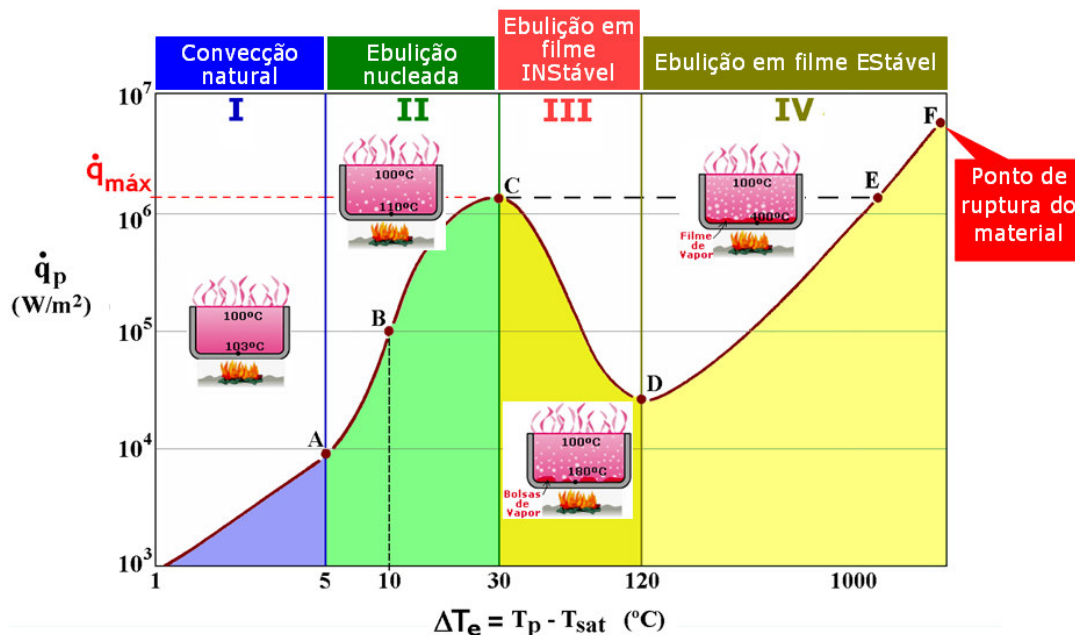
Ebulição em tubo:



- Há escoamento de fluido
- O movimento do fluido é provocado por meios externos (p.ex.: bomba)
- A superfície “quente” é a parede de um tubo no interior do qual se escoia o fluido a vaporizar

Ebulição em vaso:

A compreensão do mecanismo físico associado à ebulição em vaso, pode obter-se, mais facilmente, pela análise **curva de ebulição** em vaso para a água à pressão atmosférica normal ($T_{sat} = 100^\circ\text{C}$), onde se podem observar as diferentes formas de ebulição, em função de ΔT_e (ver figura abaixo).



Regimes de ebulição:

- I** Convecção natural ($\Delta T_e < 5^\circ\text{C}$).
- II** Nucleação (fase da formação das bolhas de vapor) ($5^\circ\text{C} < \Delta T_e \leq 30^\circ\text{C}$). Há duas regiões:
 - a)** Região de formação de bolhas isoladas ($5^\circ\text{C} < \Delta T_e \leq 10^\circ\text{C}$).
 - b)** Região de formação de colunas de bolhas ($10^\circ\text{C} < \Delta T_e \leq 30^\circ\text{C}$).
- III** Ebulição em filme instável de vapor ($30^\circ\text{C} < \Delta T_e \leq 120^\circ\text{C}$).
- IV** Ebulição em filme estável de vapor ($\Delta T_e > 120^\circ\text{C}$).

Correlações para a ebulição em vaso:

Fase I – Convecção natural:

Nesta região, a TC pode ser determinada com precisão aceitável, usando as correlações estudadas em convecção natural.

Fase II – Ebulição nucleada:

Não há correlações analíticas disponíveis, apenas experimentais. A transferência de calor em ebulição nucleada é influenciada por:

Estado do fluido	Estado das superfícies	Geometria e Campo gravítico
<ul style="list-style-type: none"> ▪ propriedades físicas (da fase líquida e da fase vapor); ▪ pressão (T_{sat}); ▪ interface fluido/superfície (tensão superficial); ▪ grau de pureza (partículas ou gás dissolvido) 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ cavidades (dimensão, forma); ▪ estado superficial (oxidação); ▪ gás nas cavidades 	

O fluxo de calor para a ebulição nucleada, determina-se com a expressão desenvolvida por Rohsenaw:

$$\dot{q} = \mu_l q_v \left[\frac{g (\rho_l - \rho_v)}{\sigma} \right]^{1/2} \left(\frac{c_{p,l} \Delta T}{C_{s,f} q_v Pr^n} \right)^3 \tag{16.2}$$

onde:

- Os índices **l** e **v** indicam o líquido saturado e o vapor saturado.
- A tensão superficial na interface líquido - vapor (σ em N/m) introduz o efeito significativo desta propriedade na formação das bolhas de vapor (ver tabela).
- O coeficiente $C_{s,f}$ e o expoente **n** dependem da combinação líquido – material da superfície (ver tabela).

Tab. 16.1 - Tensão Superficial da Água			
T (°C)	$\sigma \times 10^3$ (N/m)	T (°C)	$\sigma \times 10^3$ (N/m)
0	75,5	90	60,5
10	74,3	100	58,9
20	72,7	120	55,6
30	70,9	140	51,5
40	69,2	160	47,2
50	67,5	180	42,9
60	65,8	200	38,5
70	64,1	300	15,0
80	62,3	374	0,0

Tab. 16.2 - Valores $C_{s,f}$ e expoente n		
COMBINAÇÃO FLUIDO-SUPERFÍCIE	$C_{s,f}$	n
Água-cobre Riscada Polida	0,0068	1,0
	0,0130	1,0
Água-aço inoxidável Corroída quimicamente Polida mecanicamente Esmerilhada e polida	0,0130	1,0
	0,0130	1,0
	0,0060	1,0
Água-bronze	0,0060	1,0
Água-níquel	0,006	1,0
Água-platina	0,0130	1,0

fluxo de calor máximo (crítico), ponto C, é um ponto importante da curva de ebulição. As condições de operação, em regime de ebulição nucleada, devem situar-se próximo, mas abaixo do seu valor, que se determina com a expressão:

$$\dot{q}_{\text{máx}} = \frac{\pi}{24} \rho_v q_v \left[\frac{\sigma g (\rho_l - \rho_v)}{\rho_v^2} \right]^{1/4} \left(\frac{\rho_l + \rho_v}{\rho_l} \right)^{1/2} \tag{16.3}$$

Fluxo de calor mínimo (que ocorre no ponto de Leidenfrost), ponto D, tem interesse prático, já que representa o valor mínimo aceitável no regime de ebulição em filme de vapor estável. Calcula-se com a seguinte equação, válida para placas horizontais:

$$\dot{q}_{\text{mín}} = 0,09 \rho_v q_v \left[\frac{\sigma g (\rho_l - \rho_v)}{(\rho_l + \rho_v)^2} \right]^{1/4} \tag{16.4}$$

Fase IV – Ebulição em filme de vapor estável:

Neste regime, a TC por radiação é significativa. Os modos convectivo e radiativo contribuem para a TC, de tal forma que o coeficiente global pode ser calculado por:

$$\bar{\alpha} = \alpha_{cv} + \frac{3}{4} \alpha_{rd} \tag{16.5}$$

onde, para a superfície exterior de tubos horizontais:

$$\alpha_{rd} = \frac{\varepsilon \sigma (T_p^4 - T_{sat}^4)}{T_p - T_{sat}} \tag{16.6} \quad \alpha_{cv} = 0,62 \left[\frac{g \rho_v (\rho_l - \rho_v) \lambda_v q_v}{\mu_v D_e \Delta T} \left(1 + \frac{0,4 c_{p,v} \Delta T}{q_v} \right) \right]^{1/4} \tag{16.7}$$

Nota: ε é a emissividade da superfície e σ é a constante de Stefan-Boltzmann (a estudar nas aulas sobre radiação).

Na fase IV, o fluxo de calor transferido em **cilindros horizontais ou esferas** de diâmetro D_e , pode ser calculado por:

$$\dot{q}_{\text{filme estável}} = C_1 \left[\frac{g \lambda_v^3 \rho_v (\rho_l - \rho_v) [q_v + 0,4 c_{p,v} (T_p - T_{\text{sat}})]}{\mu_v D_e (T_p - T_{\text{sat}})} \right]^{1/4} (T_p - T_{\text{sat}}) \quad (16.8)$$

onde:

$C_1 = 0,62$ (cilindros horizontais)

$C_1 = 0,67$ (esferas)

As propriedades do vapor são estimadas à temperatura do filme,

$$T_f = \frac{T_p + T_{\text{sat}}}{2} \quad (16.9)$$

e ρ_l e q_v são determinados à temperatura de saturação (T_{sat})

Ebulição em escoamento:

Na ebulição em escoamento, o fluido é movimentado por um meio externo (p.ex. bomba) enquanto vai mudando de fase. Neste caso, a ebulição ocorre com os efeitos combinados da TC por convecção e da ebulição em vaso.

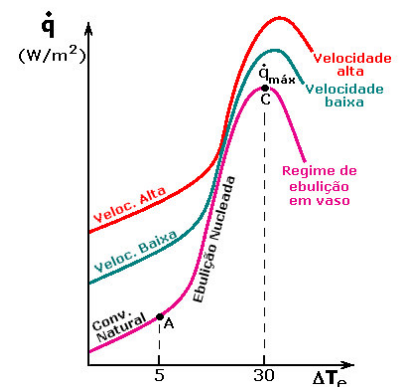
Há 2 formas de ebulição em escoamento: **Exterior** (sobre uma placa plana ou cilindro) e **Interior** (no interior de tubos).

Ebulição em escoamento exterior:

Esta forma de ebulição é análoga à que se descreveu para a ebulição em vaso, mas o movimento do fluido aumenta consideravelmente o fluxo de calor indicado para a zona nucleada e o fluxo de calor crítico.

A velocidade do fluido tem influência (ver figura) no valor do fluxo de calor transferido, nas fases I (convecção natural) e II (ebulição nucleada).

- Quanto mais alta a velocidade, maior o fluxo de calor transferido na zona de ebulição nucleada, e maior o fluxo de calor crítico.
- Para a água à pressão atmosférica, obtiveram-se valores experimentais de 35 MW/m², muito superiores a 1 MW/m² obtidos na ebulição em vaso, apenas porque se aumentou a velocidade de escoamento do fluido.



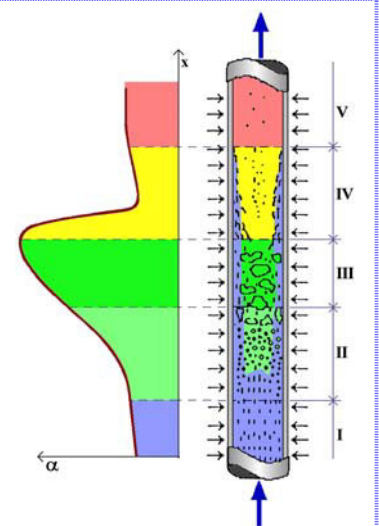
Ebulição em escoamento interior (em tubos verticais aquecidos):

Neste caso, a **formação de bolhas** processa-se na superfície interna do tubo, aquecida até $T_p > T_{\text{sat, líquido}}$, através da qual o fluido se esco. O crescimento e a separação de bolhas são muito influenciados pela velocidade do escoamento.

Neste tipo de ebulição, o vapor formado não dispõe de uma superfície livre para sair, como acontece na ebulição em vaso, e ambos, líquido e vapor, são forçados a escoar-se em conjunto → **ebulição em escoamento bifásico**.

Regimes típicos de escoamento:

- I. Convecção forçada (só líquido)
- II. Ebulição nucleada (formação de bolhas)
- III. Ebulição nucleada (coalescência das bolhas)
- IV. Secagem da parede (escoamento anelar com eventuais gotas)
- V. Convecção forçada (só vapor)



Correlações para a ebulição em escoamento exterior transversal sobre um cilindro de diâmetro D_e :

A diferença entre baixa e alta velocidade, que atrás se referiu, é determinada pelo parâmetro associado ao fluxo de calor máximo (crítico):

A velocidade será considerada baixa se:
$$\frac{\dot{q}_{\text{crit}}}{\rho_v q_v c} < \left[\frac{0,275 \left(\frac{\rho_l}{\rho_v} \right)^{1/2}}{\pi} + 1 \right] \quad (16.10)$$

<p>fluxo de calor máximo para velocidades baixas:</p> $\dot{q}_{\text{máx}} = \frac{\rho_v q_v c}{\pi} \left[1 + \frac{4 \sigma}{\rho_v c^2 D_e} \right] \quad (16.11)$	<p>fluxo de calor máximo para velocidades altas:</p> $\dot{q}_{\text{máx}} = \frac{\rho_v q_v c}{\pi} \left[\frac{\left(\rho_l / \rho_v \right)^{3/4}}{169} + \frac{\left(\rho_l / \rho_v \right)^{1/2}}{19,2} \left(\frac{\sigma}{\rho_v c^2 D_e} \right)^{1/3} \right] \quad (16.12)$
---	--

Nestas expressões:

- Os índices **l** e **v** indicam o líquido saturado e o vapor saturado
- **σ** (em N/m) é a tensão superficial na interface líquido - vapor
- **c** é a velocidade do escoamento

Correlações para a ebulição em escoamento no interior de tubos aquecidos:

As correlações dependem do regime de escoamento:

I. Convecção forçada (só líquido)	⇒	Usar as correlações estudadas na convecção forçada
II. Ebulição nucleada (formação de bolhas)	⇒	Usar as correlações para a ebulição nucleada
III. Ebulição nucleada (coalescência das bolhas)		
IV. Secagem da parede (escoamento anelar com eventuais gotas)		
V. Convecção forçada (só vapor)	⇒	Usar as correlações estudadas na convecção forçada

Meios de controle da ebulição:

- Limitar a temperatura - mais seguro
- Limitar o fluxo de calor - risco (ver passagem do ponto **C** ao ponto **E**).

Lição nº 17

Temas: Radiação:
Introdução. Intensidade de radiação
Poder emissivo
Fluxo de radiação

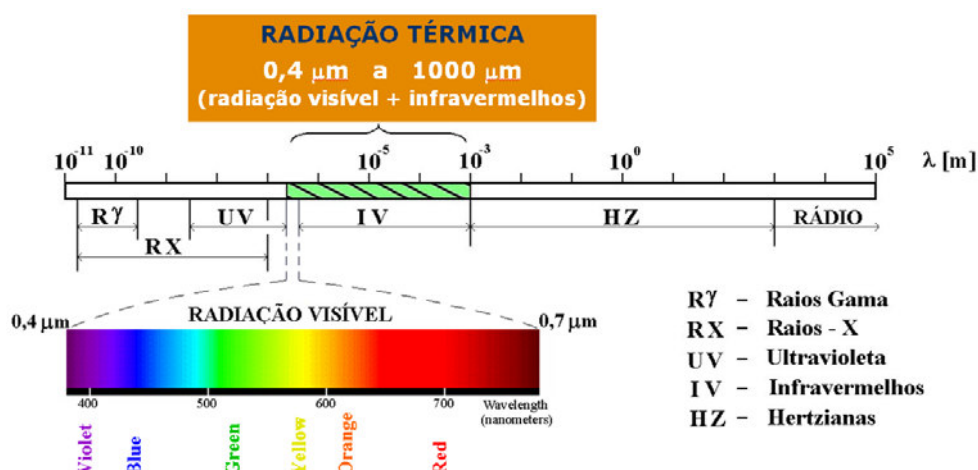
Toda a matéria emite continuamente energia térmica por radiação. A energia radiativa propaga-se através de ondas electromagnéticas, à velocidade da luz no meio de propagação (**c**), e que se caracterizam pelo seu comprimento da onda → λ [μm] ou frequência → ν [Hz], entre outras propriedades.

$$\lambda = \frac{c}{\nu} \tag{17.1}$$

Na generalidade dos sólidos e líquidos, a radiação tem origem nas moléculas que permanecem à superfície (a uma distância de aproximadamente 1 μm da superfície exposta), pelo que é um **fenómeno superficial**. Nos gases e meios semi-transparentes é um **fenómeno volumétrico**.

Na banda de comprimentos de onda entre **0,4 μm e 1000 μm** , as radiações são ondas de calor (**radiação térmica**), sendo importantes na TC. A radiação térmica visível situa-se entre 0,4 e 0,7 μm e a radiação infravermelha entre 0,7 e 1000 μm .

Espectro de radiação:

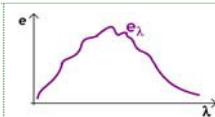


A radiação térmica é, pois, um mecanismo de transporte de calor por ondas electromagnéticas que encontra as melhores condições de propagação na **ausência de meios físicos (vazio)**, mas também tem lugar **em meios ditos não participantes ou transparentes (ar e outros gases)** e em **meios semi-transparentes (água “limpa”)**.

Em radiação, as grandezas que são função do comprimento de onda λ designam-se por:

Grandezas espectrais

São identificadas pelo índice λ (p. ex.: e_λ)



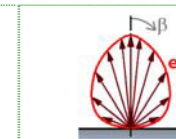
Quando as grandezas são estendidas a todos os comprimentos de onda designam-se por:

Grandezas totais (p. ex.: e)

Certas superfícies emitem radiação preferencialmente em certas direcções (β, θ) e designam-se por:

Grandezas direccionais

São identificadas pelo índice ' (p. ex.: e')



Quando a grandeza é estendida a todo o hemisfério visível da superfície emissora (p. ex.: e) designam-se por:

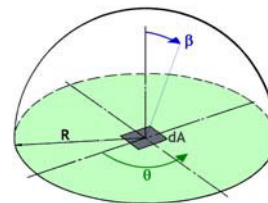
Grandezas hemisféricas (p. ex.: e)

Hemisfério direccional (de raio R) de uma superfície elementar **dA**:

direcção (β, θ):

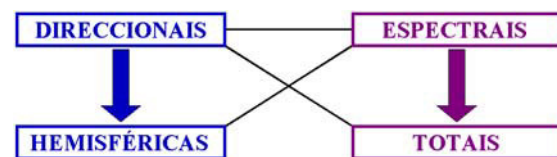
$$0 \leq \beta \leq \pi/2$$

$$0 \leq \theta \leq 2\pi$$



Portanto, em radiação as grandezas podem ser:

- **Espectrais direccionais** → p. ex.: i'_λ ; e'_λ
- **Espectrais hemisféricas** → p. ex.: i_λ ; e_λ
- **Totais direccionais** → p. ex.: i' ; e'
- **Totais hemisféricas** → p. ex.: i ; e



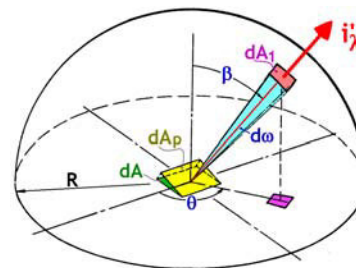
Para quantificar adequadamente a TC por radiação é necessário tratar os dois efeitos (espectral e direccional).

Intensidade de radiação (i)

Intensidade da Radiação emitida na direcção (β, θ), por unidade de comprimento de onda

(intensidade espectral direccional)

É a energia radiativa que é emitida na direcção (β, θ), por unidade de área (da superfície emissora) normal aquela direcção e por unidade de ângulo sólido centrado nessa direcção, e por intervalo de comprimento de onda ($d\lambda$).



$$i'_\lambda = \frac{d\dot{Q}}{\underbrace{dA \cos \beta}_{dA_p} d\omega d\lambda} \quad (\text{W/m}^2 \mu\text{m sr}) \tag{17.2}$$

Onde o ângulo sólido (ω) é medido em steradiano (sr). A partir da intensidade de radiação é possível definir:

- A **energia radiativa** que atinge uma superfície (**dA₁**) emitida por outra superfície (**dA**), num dado comprimento de onda (λ):

$$d\dot{Q} = i'_\lambda \cos \beta dA d\omega d\lambda \quad (\text{W}/\mu\text{m}) \tag{17.3}$$

- A **intensidade espectral hemisférica** (para todas as direcções):

$$i_\lambda = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} i'_\lambda d\beta d\theta \quad (\text{W}/\text{m}^2 \mu\text{m}) \tag{17.4}$$

- A **intensidade total direccional** (para todos os comprimentos onda):

$$i' = \int_0^\infty i'_\lambda d\lambda \quad (\text{W}/\text{m}^2 \text{sr}) \tag{17.5}$$

- A **intensidade total hemisférica** (para todos os comprimentos de onda e direcções):

$$i = \int_0^\infty \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} i'_\lambda d\beta d\theta d\lambda \quad \text{ou} \quad i = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} i' d\beta d\theta \quad \text{ou} \quad i = \int_0^\infty i_\lambda d\lambda \quad (\text{W}/\text{m}^2) \tag{17.6}$$

Poder emissivo espectral direccional de uma superfície:

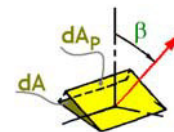
É a potência que uma superfície (**dA** - superfície emissora) emite na direcção (β, θ), por unidade de área da superfície emissora (**dA**), e por intervalo de comprimento de onda (**dλ**):

$$e'_\lambda = \frac{d\dot{Q}}{dA} = i'_\lambda \cos \beta d\omega \quad (\text{W}/\text{m}^2 \mu\text{m sr}) \tag{17.7}$$

Relação entre o poder emissivo e a intensidade de radiação de uma superfície na direcção (β, θ) :

O poder emissivo tem por base a área de toda a superfície emissora (dA), enquanto que a intensidade de radiação se baseia na área projectada dessa superfície (dA_p). A relação é expressa por:

$$e'_\lambda = i'_\lambda \cos \beta \quad (17.8)$$



A partir da definição do poder emissivo espectral direccional de uma superfície, é possível definir:

- O **poder emissivo espectral hemisférico** (para todas as direcções):

$$e_\lambda = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} i'_\lambda \cos \beta \sin \beta \, d\beta \, d\theta \quad (\text{W/m}^2 \mu\text{m}) \quad (17.9)$$

- O **poder emissivo total direccional** (para todos os comprimentos onda):

$$e' = \int_0^\infty e'_\lambda \, d\lambda = \int_0^\infty i'_\lambda \cos \beta \, d\lambda \quad (\text{W/m}^2 \text{sr}) \quad (17.10)$$

- O **poder emissivo total hemisférico** (para todos os comprimentos de onda e direcções):

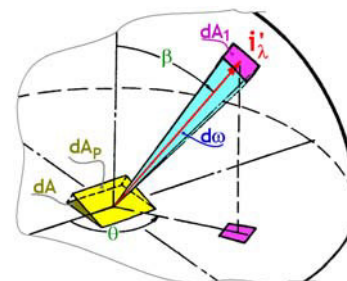
$$e = \int_0^\infty \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} e'_\lambda \, d\beta \, d\theta \, d\lambda \quad \text{ou} \quad e = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} e' \, d\beta \, d\theta \quad \text{ou} \quad e = \int_0^\infty e_\lambda \, d\lambda \quad (\text{W/m}^2) \quad (17.11)$$

Fluxo de radiação ou irradiação (I):

Todas as superfícies emitem radiação mas também recebem radiação (emitida, reflectida) de outras superfícies.

Irradiação ou radiação incidente, é a potência da radiação incidente numa superfície por unidade de área dessa superfície (dA_1):

$$I = \frac{d\dot{Q}}{dA_1} \quad (17.12)$$



Superfícies cinzentas e difusas:

Superfície cinzenta:

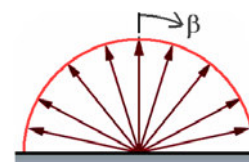
As propriedades são independentes do comprimento de onda



Superfície difusa:

A intensidade de radiação é independente da direcção ($i = i'$). Para estas superfícies a relação entre o poder emissivo e a intensidade de radiação, é igual a:

$$e = \pi i' \quad \text{ou} \quad e = \pi i \quad (17.13)$$



Superfície cinzenta e difusa:

Tem as propriedades de ambas as superfícies (cinzenta +difusa)

Lição nº 18

Temas: Radiação: Corpo Negro e Suas Propriedades

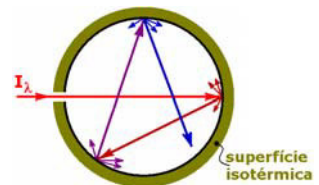
Corpo Negro (CN): É um corpo ideal, corpo-definição, que é definido como aquele que absorve toda a energia que sobre ele incide. Tem as seguintes propriedades:

É uma superfície ideal usada como padrão na definição e quantificação das propriedades radiativas dos corpos reais.

Embora nenhuma substância se comporte como um CN, é possível criar um modelo para ilustrar o que é:



Cavidade com um pequeno orifício, cuja superfície (interna) está a temperatura uniforme. A radiação que entra através do orifício, é absorvida, reflectida e emitida várias vezes, até que é totalmente (quase toda) absorvida pela cavidade ⇒ **CN**



Aos CN referem-se as seguintes leis, definidas para radiação no vazio:

- Lei da distribuição de **Planck**
- Lei do deslocamento de **Wien**
- Lei de **Stefan-Boltzmann**

Daqui para diante, o corpo negro será designado com o índice **b** (“black”).

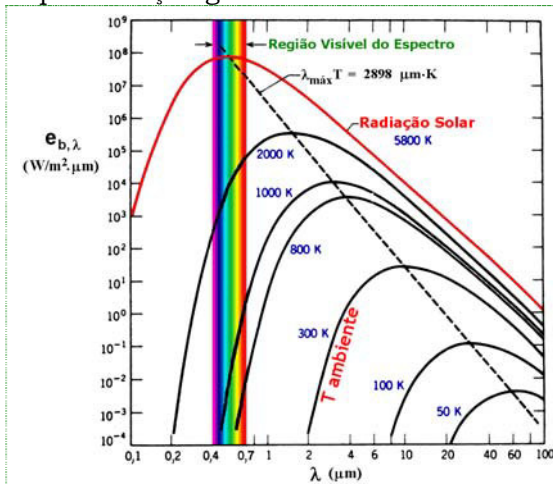
1. Lei da distribuição de Planck

A distribuição espectral do poder emissivo hemisférico de um CN foi desenvolvida por Planck (em 1901), e tem a forma:

$$e_{b,\lambda}(T) = \pi i_{b,\lambda}(T) = \frac{C_1}{\lambda^5 [\exp(C_2 / \lambda T) - 1]} \quad (\text{W/m}^2 \mu\text{m}) \quad (18.1)$$

$C_1 = 3,742 \times 10^8 \text{ W} \cdot \mu\text{m}^4 / \text{m}^2$
 $C_2 = 1,439 \times 10^4 \mu\text{m} \cdot \text{K}$
 T - Temperatura absoluta da superfície [K]

Representação gráfica da lei de Planck:



Observações:

1. A radiação emitida varia continuamente com o comprimento de onda, e tem um valor máximo, cujo comprimento de onda ($\lambda_{\text{máx}}$) depende da temperatura (lei de Wien).
2. Em qualquer comprimento de onda, a quantidade de radiação emitida aumenta com o aumento da temperatura.
3. Quanto mais elevada for a temperatura, mais baixos são os comprimentos de onda da emissão:
 - O sol, considerado como um CN a 5800K, emite uma grande percentagem da sua energia abaixo dos 4 μm .
 - Um corpo à temperatura de 300K, emite a maior da sua energia acima dos 4 μm .

2. Lei de Wien

A lei de Planck mostrou que a distribuição espectral hemisférica do poder emissivo de um CN, tem um valor máximo, e que o correspondente comprimento de onda ($\lambda_{\text{máx}}$) depende da temperatura.

Se derivarmos a equação da distribuição de Planck em relação a λ , e igualarmos o resultado a zero,

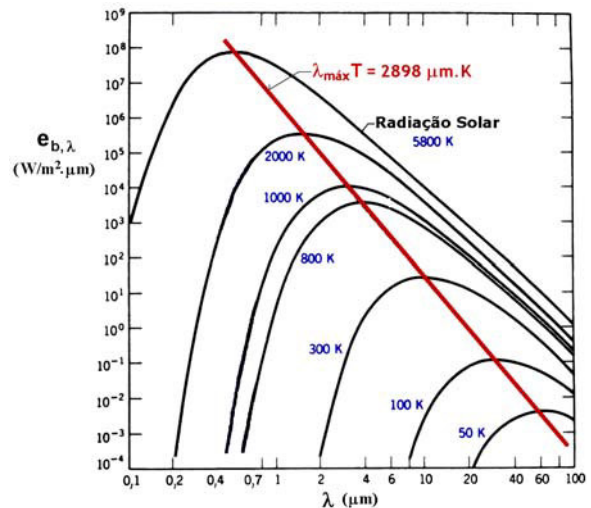
$$\frac{d}{d\lambda} [e_{b,\lambda}(\lambda, T)] = \frac{d}{d\lambda} \left[\frac{C_1}{\lambda^5 [\exp(C_2/\lambda T) - 1]} \right] = 0 \quad (18.2)$$

Obtém-se uma expressão para calcular o comprimento de onda ($\lambda_{m\acute{a}x}$) do valor máximo da distribuição espectral de um CN, para uma dada temperatura (T).

Lei do deslocamento de Wien:

$$\lambda_{m\acute{a}x} T = 2897,8 \quad (W/\mu m.K) \quad (18.3)$$

A representação gráfica desta lei mostra que quanto maior é a temperatura, menor é o comprimento de onda a que corresponde o valor máximo do poder emissivo espectral de um CN



3. Lei de Stefan-Boltzmann

O poder emissivo total hemisférico de um CN pode ser obtido por integração da equação da distribuição de Planck:

$$e_b = \int_0^{\infty} e_{b,\lambda} d\lambda = \int_0^{\infty} \frac{C_1}{\lambda^5 [\exp(C_2/\lambda T) - 1]} d\lambda \quad (18.4)$$

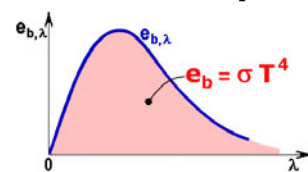
O resultado é a **lei de Stefan-Boltzmann:**

$$e_b = \sigma T^4 \quad (W/m^2) \quad (18.5)$$

onde:

- **T** é a temperatura absoluta do CN [K]
- **σ** é a constante de Stefan-Boltzmann:
 $\sigma = 5,6696 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}^4$ (valor teórico)
 $\sigma = 5,729 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}^4$ (valor experimental)

Esta lei permite calcular a radiação total emitida por um corpo negro, em todas as direcções e em todos os comprimentos de onda, a partir do conhecimento da temperatura



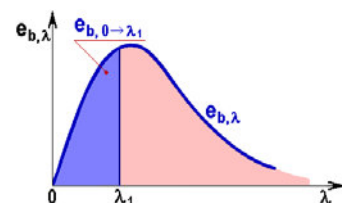
Porque o CN é difuso, a intensidade de radiação total hemisférica associada à radiação emitida por um CN é

$$i_b = \frac{e_b}{\pi} = \frac{\sigma T^4}{\pi} \quad (W/m^2) \quad (18.6)$$

Radiação de um CN num intervalo comprimento onda

Freqüentemente é necessário saber a fracção da radiação total emitida por um CN num dado intervalo de comprimento de onda.

Por exemplo: $e_{b,0 \rightarrow \lambda_1}$



Para uma dada temperatura, a energia radiativa emitida por unidade de área de um CN, num intervalo de comprimento de onda entre 0 e λ_1 , é calculada por:

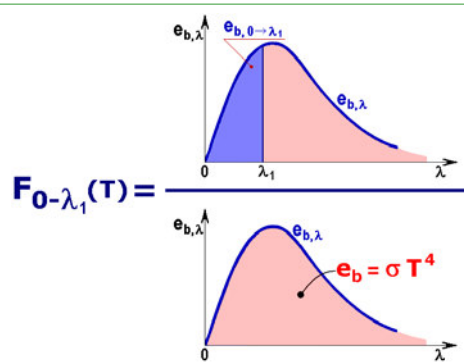
$$e_{b,0 \rightarrow \lambda_1}(T) = \int_0^{\lambda_1} e_{b,\lambda}(T) d\lambda \quad (\text{W/m}^2) \quad (18.7)$$

Em geral, o resultado da integração desta equação tem uma forma que não é fácil de apresentar.

Portanto, usa-se uma quantidade adimensional chamada **fracção de radiação de um corpo negro** ($F_{0 \rightarrow \lambda}$), representada na figura ao lado, e definida da seguinte forma:

$$F_{0 \rightarrow \lambda_1}(T) = F_{0 \rightarrow \lambda_1 T} = \frac{\int_0^{\lambda_1} e_{b,\lambda}(T) d\lambda}{\int_0^{\infty} e_{b,\lambda}(T) d\lambda} = \frac{\int_0^{\lambda_1} e_{b,\lambda}(T) d\lambda}{\sigma T^4} \quad (18.8)$$

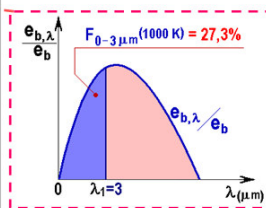
A $F_{0 \rightarrow \lambda_1 T}$ também se chama **fracção da energia total** emitida por um corpo negro a uma dada temperatura (T) e no intervalo de comprimentos de onda $0 \rightarrow \lambda_1$.



Os valores de $F_{0 \rightarrow \lambda_1 T}$ estão registados na tabela B1, do anexo B. Exemplo:

Tab. B1 - Fracções da Radiação de um Corpo Negro

λT ($\mu\text{m}\cdot\text{K}$)	$F_{0 \rightarrow \lambda T}$	λT ($\mu\text{m}\cdot\text{K}$)	$F_{0 \rightarrow \lambda T}$	λT ($\mu\text{m}\cdot\text{K}$)	$F_{0 \rightarrow \lambda T}$	λT ($\mu\text{m}\cdot\text{K}$)	$F_{0 \rightarrow \lambda T}$
200	0,000000	3.000	0,273232	6.000	0,737818	10.500	0,923710
400	0,000000	3.200	0,318462	6.200	0,754140	11.000	0,931890
600	0,000000	3.400	0,361735	6.400	0,769234	11.500	0,939959
800	0,000016	3.600	0,403607	6.600	0,783199	12.000	0,945098
1.000	0,000321	3.800	0,443382	6.800	0,796129	13.000	0,955139
1.200	0,002134	4.000	0,480877	7.000	0,808109	14.000	0,962898
1.400	0,007790	4.200	0,516014	7.200	0,819217	15.000	0,969981
1.600	0,019718	4.400	0,548796	7.400	0,829527	16.000	0,973814
1.800	0,039341	4.600	0,579280	7.600	0,839102	18.000	0,980860
2.000	0,066728	4.800	0,607559	7.800	0,848005	20.000	0,985602
2.200	0,100888	5.000	0,633747	8.000	0,856288	25.000	0,992215
2.400	0,140256	5.200	0,658970	8.500	0,874608	30.000	0,995340
2.600	0,183120	5.400	0,680360	9.000	0,890029	40.000	0,997967
2.800	0,227897	5.600	0,701046	9.500	0,903085	50.000	0,998953
2.898	0,250108	5.800	0,720158	10.000	0,914199	75.000	0,999713
						100.000	0,999905



$$F_{0 \rightarrow 3 \mu\text{m}}(1000 \text{ K}) = F_{0 \rightarrow 3000 \mu\text{m}\cdot\text{K}} = 27,3\%$$

Esta fracção de energia é usada para calcular a energia emitida por um CN a 1000 K, entre 0-3 μm , da seguinte forma:

Poder emissivo total hemisférico (toda a gama de comprimentos de onda (0 - ∞))	$\rightarrow e_b = \sigma T^4 = 5,729 \times 10^{-8} \times (1000)^4 = 57 \text{ kW/m}^2$
Poder emissivo na gama de comprimentos de onda 0 - 3,0 μm , para um CN a 1000 K.	$\rightarrow e_{b_{0-3,0\mu\text{m}}} = e_b \times F_{0 \rightarrow 3,0\mu\text{m}}(1000 \text{ K}) = 16 \text{ kW/m}^2$

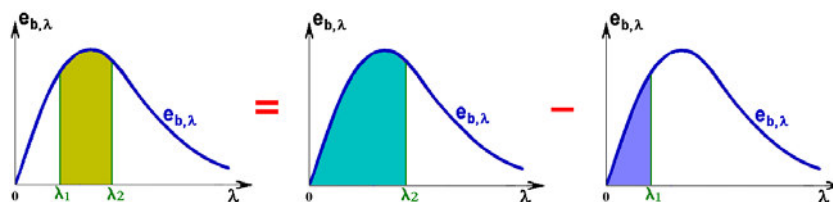
Fracção da radiação emitida por um CN, entre dois comprimentos de onda (λ_1 e λ_2):

A partir da definição da fracção da energia total emitida por um corpo negro, pode calcular-se a fracção da radiação emitida por um CN, entre dois comprimentos de onda, $F_{\lambda_1 \rightarrow \lambda_2}(T) = F_{\lambda_1 T \rightarrow \lambda_2 T}$:

$$F_{\lambda_1 \rightarrow \lambda_2}(T) = \frac{\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} e_{b,\lambda}(T) d\lambda}{\int_0^{\infty} e_{b,\lambda}(T) d\lambda} \Rightarrow F_{\lambda_1 \rightarrow \lambda_2}(T) = \frac{\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} e_{b,\lambda}(T) d\lambda}{\sigma T^4} = \frac{\int_0^{\lambda_2} e_{b,\lambda}(T) d\lambda}{\sigma T^4} - \frac{\int_0^{\lambda_1} e_{b,\lambda}(T) d\lambda}{\sigma T^4} \quad (18.9)$$

Isto é: $F_{\lambda_1 \rightarrow \lambda_2}(T) = F_{\lambda_1 T \rightarrow \lambda_2 T} = F_{0 \rightarrow \lambda_2 T} - F_{0 \rightarrow \lambda_1 T} \quad (18.10)$

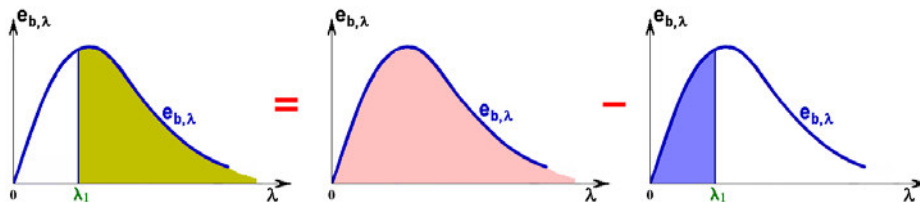
Graficamente:



Notar que a fracção da radiação emitida por um CN entre $0 \rightarrow \infty$, será igual a:

$$F_{\lambda_1 \rightarrow \infty} (T) = F_{0 \rightarrow \infty} - F_{0 \rightarrow \lambda_1, T} = 1 - F_{0 \rightarrow \lambda_1, T} \tag{18.11}$$

Cuja representação gráfica se mostra na figura:

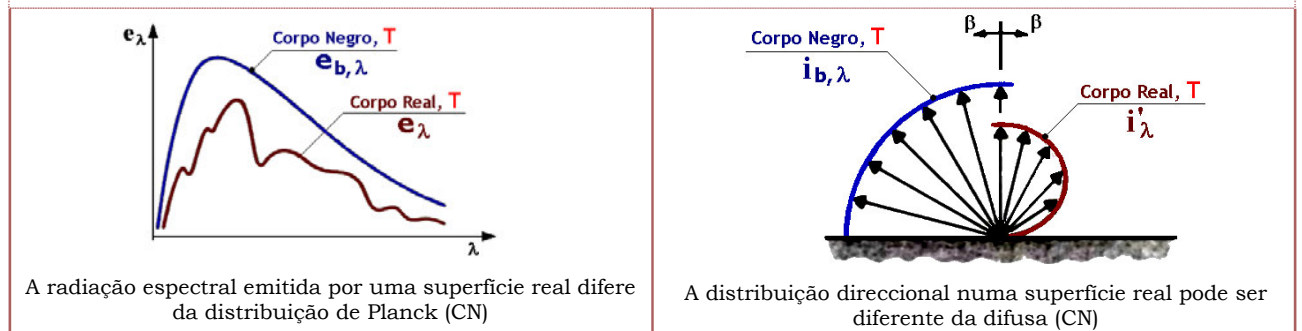


Lição nº 19

**Temas: Radiação:
Propriedades radiativas dos corpos reais
Leis de Kirchoff**

A partir da definição de superfície ideal, corpo negro (CN), é possível descrever o comportamento das superfícies ou corpos reais (CR).

Nenhuma superfície real (CR) pode emitir mais radiação que um CN à mesma temperatura



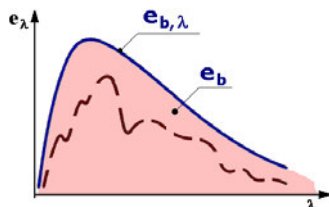
A radiação espectral emitida por uma superfície real difere da distribuição de Planck (CN)

A distribuição direccional numa superfície real pode ser diferente da difusa (CN)

Isto é, um CR emite apenas uma parte da quantidade emitida pelo CN (à mesma temperatura)

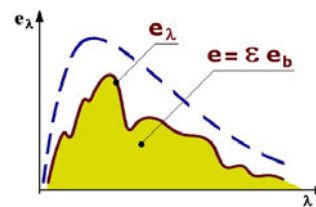
Poder emissivo de um **CN**
(lei de Stefan-Boltzmann)

$$e_b = \sigma T^4 \quad (\text{W/m}^2) \tag{18.5}$$



Poder emissivo de um corpo real (**CR**)

$$e = \epsilon e_b = \epsilon \sigma T^4 \quad (\text{W/m}^2) \tag{19.1}$$



Emissividade (ε): é a propriedade de uma superfície radiante, definida como a razão entre a radiação emitida por um CN, e a radiação emitida por um corpo negro, à mesma temperatura.

A emissividade varia entre $0 < \epsilon \leq 1$ e o seu valor depende **natureza da superfície**, que reflecte a composição do material, e a natureza da própria superfície influenciada pelos métodos de fabrico (acabamentos), pinturas, tratamentos térmicos, eventuais efeitos de corrosão, etc.

A emissividade varia com a direcção de incidência, com o comprimento de onda e, também, com a temperatura. Assim, tem-se:

➤ **Emissividade direccional espectral:**

Define-se **emissividade direccional espectral** de uma superfície à temperatura (T), pela relação entre a intensidade de radiação direccional espectral emitida por essa superfície, e a intensidade de radiação espectral emitida por um corpo negro, à mesma temperatura.

$$\epsilon'_{\lambda}(T) = \frac{i'_{\lambda}(T)}{i_{b,\lambda}(T)} \quad \text{ou} \quad \epsilon'_{\lambda}(T) = \frac{e'_{\lambda}(T)}{e_{b,\lambda}(T)} \tag{19.2}$$

➤ **Emissividade espectral hemisférica** (para todas as direcções):

$$\epsilon_{\lambda}(T) = \frac{e_{\lambda}(T)}{e_{b,\lambda}(T)} = \frac{\int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} \epsilon'_{\lambda}(T) e_{b,\lambda}(T) \cos \beta \sin \beta \, d\beta \, d\theta}{\int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} e_{b,\lambda}(T) \cos \beta \sin \beta \, d\beta \, d\theta} \tag{19.3}$$

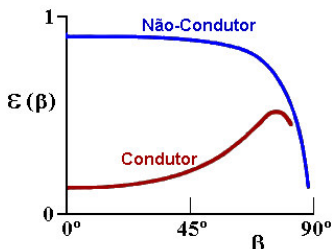
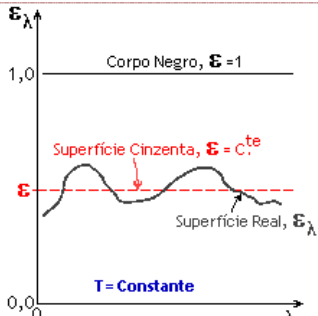
➤ **Emissividade total direccional** (para todos os comprimentos onda):

$$\epsilon'(T) = \frac{e'(T)}{e_b(T)} = \frac{\int_0^{\infty} \epsilon'_{\lambda}(T) e_{b,\lambda}(T) \, d\lambda}{\int_0^{\infty} e_{b,\lambda}(T) \, d\lambda} \tag{19.4}$$

➤ **Emissividade total hemisférica** (para todos os comprimentos de onda e direcções):

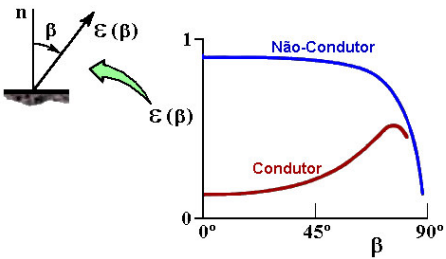
$$\epsilon(T) = \frac{e(T)}{e_b(T)} = \frac{\int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} \epsilon'_{\lambda}(T) e_{b,\lambda}(T) \cos \beta \sin \beta \, d\beta \, d\theta \, d\lambda}{\sigma T^4} \quad \text{ou} \quad \epsilon(T) = \frac{\int_0^{\infty} \epsilon_{\lambda}(T) e_{b,\lambda}(T) \, d\lambda}{\sigma T^4} \tag{19.5}$$

Algumas excepções:

Superfície difusa:	Superfície cinzenta:
A emissividade de uma superfície difusa é independente da direcção	A emissividade de uma superfície cinzenta é independente do comprimento de onda
<p>Esta condição é uma aproximação razoável. Por exemplo, para os materiais não condutores:</p> 	

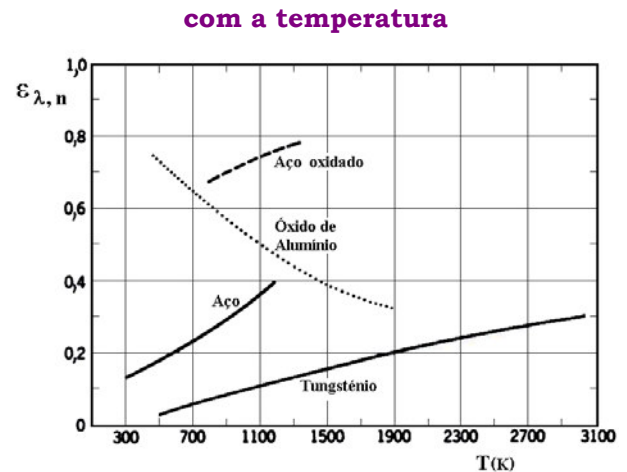
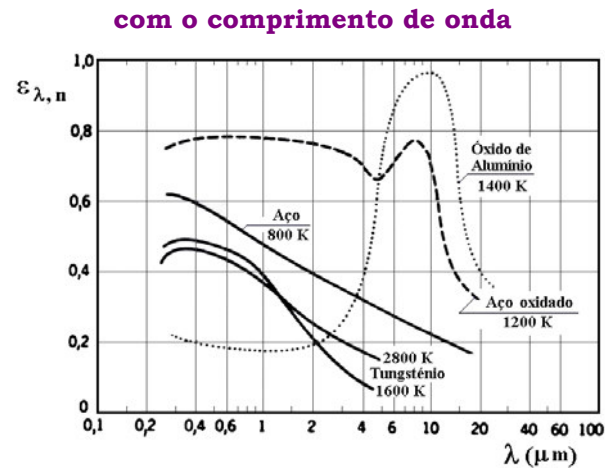
Emissividade dos materiais condutores e não-condutores:

Os materiais condutores e não-condutores apresentam comportamentos difusos diferentes:

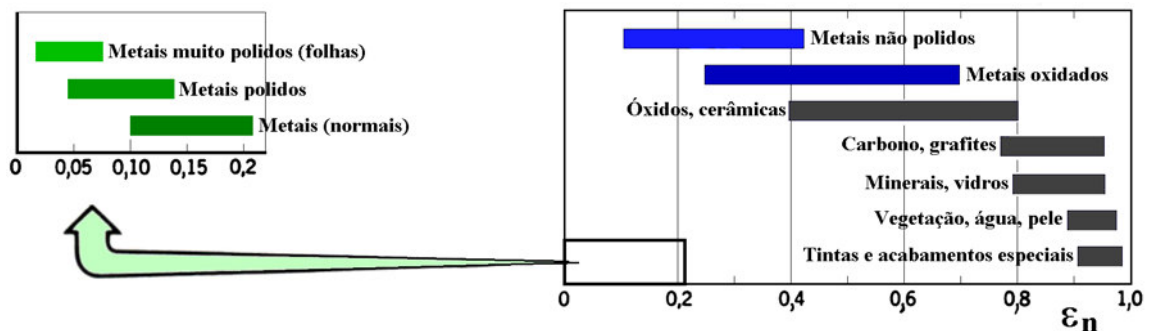
	<ul style="list-style-type: none"> • Para os materiais condutores, a emissividade é aproximadamente constante para $\beta \leq 40^\circ$. • Para $40^\circ < \beta \leq 75^\circ$, a emissividade aumenta com o aumento de β, após o que decai acentuadamente até zero.
<ul style="list-style-type: none"> • Para os materiais não-condutores, a emissividade é aproximadamente constante para $\beta \leq 70^\circ$, e para ângulos superiores decresce acentuadamente até zero. 	
<p>Apesar destas variações, a emissividade total hemisférica (ϵ) não irá diferir significativamente da emissividade total hemisférica na normal ($\epsilon = \epsilon_n = \epsilon_{\beta=0^\circ}$)</p>	

A seguir, mostram-se as emissividades na normal de alguns materiais, em função do comprimento de onda e da temperatura:

Variação espectral da emissividade normal ($\epsilon_{\lambda,n}$) de alguns materiais,



Emissividade total na normal (ϵ_n) de alguns materiais:



Coefficientes de absorção (α), de reflexão (ρ) e de transmissão (τ)

Para além das características das superfícies no que refere a emissão de radiação, expressas na emissividade, também há que ter em conta as características à reflexão, absorção e transmissão da radiação recebida.

A generalidade dos materiais do quotidiano (metais, madeira, tijolos, ...) é **opaca** à radiação térmica. Nestes materiais, a radiação é, como se viu, um fenómeno superficial.

Alguns materiais (vidro e água “limpa”) têm comportamentos diferentes, para comprimentos de onda diferentes (**materiais selectivos**):

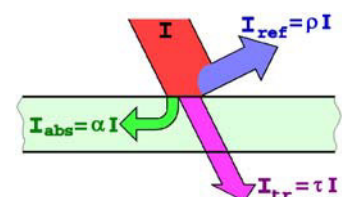
- São **semi-transparentes** → Para $0,4 \mu\text{m} \leq \lambda \leq 0,7 \mu\text{m}$ (radiação visível)
- São **opacos** → Para $0,7 \mu\text{m} \leq \lambda \leq 10^3 \mu\text{m}$ (radiação de infravermelhos)

Quando a radiação total hemisférica ou irradiação (I) incide sobre uma superfície semi-transparente:

• Uma fracção é **absorvida** → $I_{\text{abs}} = \alpha I$ (19.6)

• Outra é **reflectida** → $I_{\text{ref}} = \rho I$ (19.7)

• E outra é **transmitida** → $I_{\text{trans}} = \tau I$ (19.8)



Coefficientes de absorção total hemisférico (α):

Determina a fracção da radiação incidente que é **absorvida** por um material. É uma propriedade do material **absorvedor** definida através da relação \rightarrow

$$\alpha = \frac{I_{abs}}{I} \quad (19.9)$$

Coefficientes de reflexão total hemisférico (ρ):

Determina a fracção da radiação incidente que é **reflectida** pelo material. É uma propriedade do material **reflector** definida através da relação \rightarrow

$$\rho = \frac{I_{ref}}{I} \quad (19.10)$$

Coefficientes de transmissão total hemisférico (τ):

Determina a fracção da radiação incidente que **atravessa** o material. É uma propriedade do material **transparente** definida através da relação \rightarrow

$$\tau = \frac{I_{trans}}{I} \quad (19.11)$$

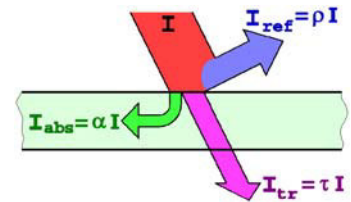
A primeira lei da Termodinâmica requer que o somatório da radiação absorvida, reflectida e transmitida, seja igual à radiação incidente:

$$I = I_{abs} + I_{ref} + I_{trans} \quad (19.12)$$

$$\text{ou } I_{ref} = \alpha I + \rho I + \tau I \quad (19.13)$$

$$\alpha + \rho + \tau = 1 \quad (19.14)$$

$$\text{Para as superfícies opacas } (\tau = 0) \rightarrow \alpha + \rho = 1 \quad (19.15)$$

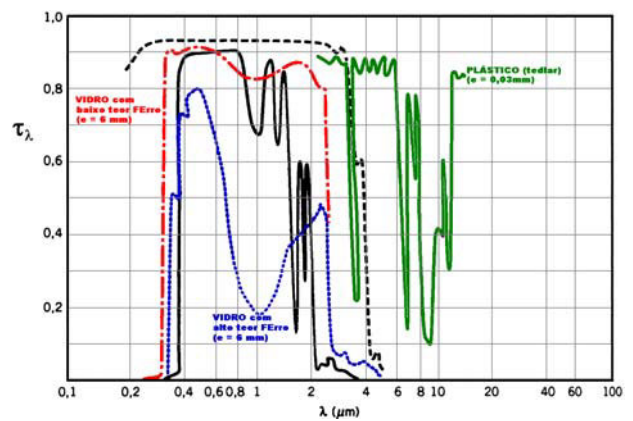


Os coeficientes de absorção, reflexão e transmissão, em geral, dependem do tipo de material, do acabamento superficial (que é influenciado pelos métodos de fabrico, pinturas, tratamentos térmicos, reacções químicas com o ambiente, etc.), e também da direcção e comprimento de onda da radiação incidente.

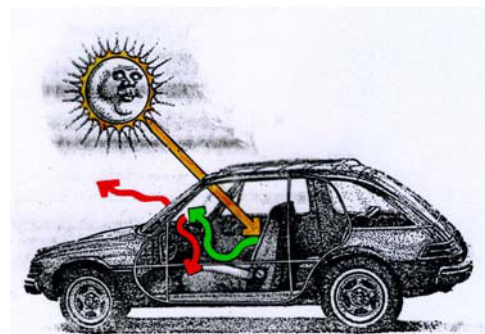
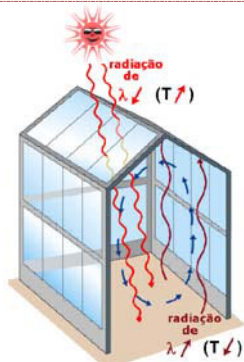
Efeito de estufa

Alguns materiais semi-transparentes são opacos em certos comprimentos de onda, apresentado um comportamento selectivo à radiação neles incidente. Na figura pode observar-se os coeficientes de transmissão espectral de alguns materiais semi-transparentes.

O vidro, por exemplo, é transparente à radiação solar, emitida em baixos comprimentos de onda ($\lambda \leq 4 \mu\text{m}$) (radiação visível), mas comporta-se como um corpo opaco quanto à radiação de comprimentos de onda mais elevados (infravermelhos)



Efeito de estufa



Lei de Kirchoff

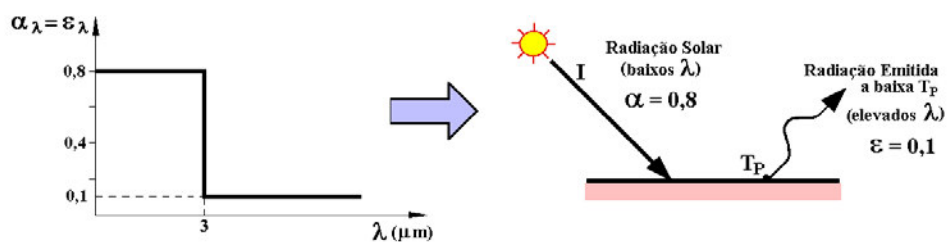
Em certas condições as características de emissão (ϵ) e de absorção (α) são iguais:

Para a mesma temperatura:

- ✓ Lei de Kirchoff sem restrições: $\epsilon'_\lambda(T_s) = \alpha'_\lambda(T_f)$ (19.16)
- ✓ Lei de Kirchoff para corpos difusos: $\epsilon_\lambda(T_s) = \alpha_\lambda(T_f)$ (19.17)
- ✓ Lei de Kirchoff para corpos cinzentos e difusos: $\epsilon(T_s) = \alpha(T_f)$ (19.18)

Nas expressões, T_s é a temperatura do corpo e T_f é a temperatura da fonte emissora da radiação incidente no corpo.

Nota: Na prática, muitas superfícies têm o objectivo de funcionar com $\alpha(T) \neq \epsilon(T)$. Por exemplo, uma placa selectiva para captação da energia solar:



A tinta branca é outro exemplo. É usada em superfícies que se pretende que não aqueçam demasiado quando estão expostas ao sol (p.ex.: paredes das casas), pois apresentam baixos valores de α em baixos comprimentos de onda, e elevados valores de ϵ nos maiores comprimentos de onda.

Lição nº 20

- Temas: Radiação:**
- Trocas de radiação em meio não participante:**
- Radiosidade**
- Factor de forma**

Os problemas da radiação em engenharia, como a generalidade dos problemas de transferência de calor, centram-se no conhecimento dos campos da temperatura e no estabelecimento de balanços energéticos.

Num espaço (volume) fechado, como p. ex., uma sala de estar, há trocas contínuas de energia radiativa entre as superfícies interiores das paredes que se “vêm” umas às outras, e o conhecimento dos campos da temperatura e dos fluxos de calor transferidos por radiação, obtêm-se através de balanços energéticos. A preceder o estabelecimento de balanços há que poder caracterizar os fluxos de energia por radiação. Para isso, é necessário introduzir duas noções: **radiosidade** e **factor de forma**.



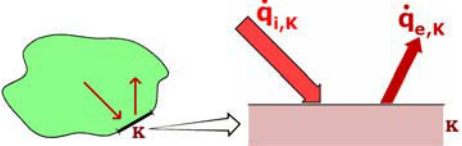
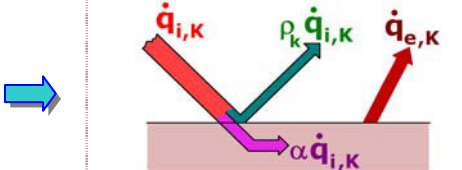
Modelo de volume fechado:

- Volume fechado formado por n superfícies.
- As superfícies estão separadas por um **meio transparente** (não participante) ou seja, um meio que não interfere (absorvendo ou dispersando) na energia trocada entre as superfícies (vácuo e muitos gases).
- Cada superfície é **isotérmica** (com distribuição de temperatura uniforme), **opaca** ($\tau=0$), **cinzenta e difusa** ($\epsilon = \alpha$)
- A energia é reflectida difusamente (reflexão difusa), e a emissão e irradiação são uniformes
- Regime permanente

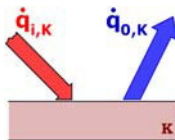


Radiosidade

Num volume fechado:

Cada superfície de um volume fechado, emite radiação (que atinge todas as outras superfícies “visíveis” do espaço)		radiação emitida: $(\dot{q}_{e,k})$
E recebe radiação proveniente de cada uma das superfícies “visíveis”		radiação incidente: $(\dot{q}_{i,k})$ (ou irradiação)
Portanto, em cada superfície k de um volume fechado, têm-se:		
Da radiação incidente na superfície k (opaca), uma parte é reflectida e outra absorvida:		

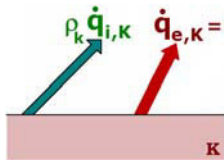
Radiosidade de uma superfície genérica **k** $(\dot{q}_{0,k})$



é a radiação total que sai de uma superfície por unidade de tempo e por unidade de área:

$$\dot{q}_{0,k} = \dot{q}_{e,k} + \rho_k \dot{q}_{i,k} \quad [\text{W}/\text{m}^2] \quad (20.1)$$

Substituindo na equação anterior, a radiação **emitida** pela sua expressão de cálculo (lei de Stefan-Boltzmann para um corpo real), obtém-se:



$$\dot{q}_{0,k} = \epsilon \sigma T_k^4 + \rho \dot{q}_{i,k} \quad [\text{W}/\text{m}^2] \quad (20.2)$$

E substituindo agora, a radiação **incidente** pela sua expressão de cálculo, deduzida mais adiante, obtém-se a forma final da:

Equação da Radiosidade:

$$\dot{q}_{0,k} = \epsilon_k \sigma T_k^4 + (1 - \epsilon_k) \sum_{j=1}^n \dot{q}_{0,j} F_{k-j} \quad [\text{W}/\text{m}^2] \quad (20.3)$$

onde:

- ϵ_k é a emissividade da superfície **k**.
- σ é a constante de Stefan-Boltzmann, $\sigma = 5,729 \times 10^{-8} \text{ W}/\text{m}^2 \cdot \text{K}^4$.
- T_k é a temperatura absoluta da superfície **k**.
- $\dot{q}_{0,j}$ é a radiosidade da superfície **j**.
- F_{k-j} é o factor de forma da superfície **k** para a superfície **j** (a definir mais adiante)

Nota 1: Se **k** for uma **superfície negra**, $\epsilon=1$ e a sua radiosidade será igual a:

$$\dot{q}_{0,k=CN} = \sigma T_k^4 \quad (20.4)$$

Nota 2: Na expressão de cálculo da radiosidade o somatório pode incluir a própria superfície **k**, se esta for côncava

Nota 3: A **potência radiativa** (emitida+reflectida) que sai de uma superfície **k**, de área A_k será:

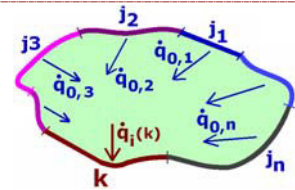
$$\dot{Q}_{A_k} = \dot{q}_{0,k} A_k \quad (20.5)$$

Irradiação ou radiação incidente numa superfície **k** de um volume fechado, ($\dot{q}_{i,k}$):

Resulta da radiosidade de todas as outras superfícies **j**, do volume fechado, “visíveis” para **k**, incluindo a própria superfície **k** (se esta for côncava):

Radiação que sai de cada superfície j

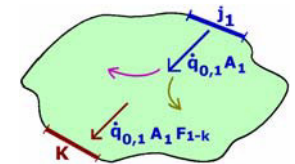
$$\dot{q}_{0,j} \times A_j \quad (20.6)$$



Mas, somente parte da radiosidade que sai de cada superfície **j** atinge a superfície **k**. O resto distribui-se pelas outras superfícies.

Fracção que atinge a superfície k, da radiação que sai de cada superfície **j**

$$\dot{q}_{0,j} \times A_j \times F_{j-k} \quad (20.7)$$

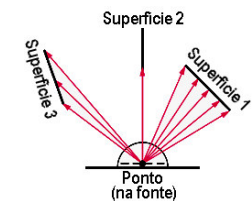


Para as **n** superfícies de um volume fechado, a **radiação incidente** na superfície **k** é:

$$A_k \dot{q}_{i,k} = \sum_{j=1}^n \dot{q}_{0,j} A_j F_{j-k} \quad \text{ou} \quad \dot{q}_{i,k} = \sum_{j=1}^n \dot{q}_{0,j} \frac{A_j}{A_k} F_{j-k} \quad \text{ou} \quad \dot{q}_{i,k} = \sum_{j=1}^n \dot{q}_{0,j} F_{k-j} \quad [\text{W}/\text{m}^2] \quad (20.8)$$

Factor de Forma

A TC por radiação entre superfícies depende da orientação relativa entre as superfícies, como se mostra na figura ao lado, assim como das suas propriedades relativas e da temperatura.

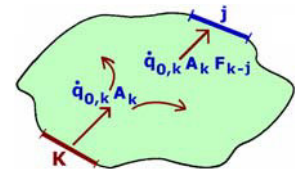


O factor de forma é definido para contabilizar o efeito da orientação entre as superfícies.

O **factor de forma** entre a superfície **k** e a superfície **j**, é representado por **F_{k-j}**, é a

Fracção da radiação que sai da superfície k e atinge a superfície j:

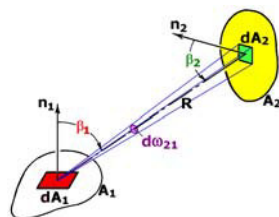
$$F_{k-j} = \frac{\dot{Q}_{A_k-A_j}}{\dot{Q}_{A_k}} \quad (20.9)$$



➤ O factor de forma é um parâmetro puramente geométrico, e não depende nem das propriedades das superfícies nem das suas temperaturas.

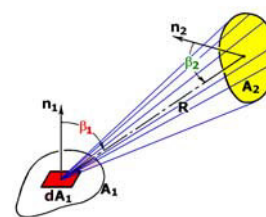
➤ Na definição do factor de forma, assume-se que as superfícies emitem e reflectem uniformemente em todas as direcções (i. é, são difusas).

Factor de forma entre as duas superfícies elementares **dA₁** e **dA₂**:



$$dF_{dA_1-dA_2} = \frac{d\dot{Q}_{dA_1-dA_2}}{d\dot{Q}_{dA_1}} = \frac{\cos \beta_1 \cos \beta_2}{\pi R^2} dA_2 \quad (20.10)$$

Factor de forma entre uma superfície elemental **dA₁**, e uma superfície com área finita, **A₂**:



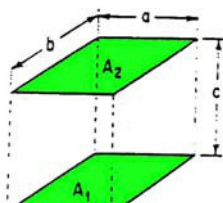
$$dF_{dA_1-A_2} = \int_{A_2} \frac{\cos \beta_1 \cos \beta_2}{\pi R^2} dA_2 \quad (20.11)$$

Factor de forma entre duas superfícies (**A₁** e **A₂**) finitas:

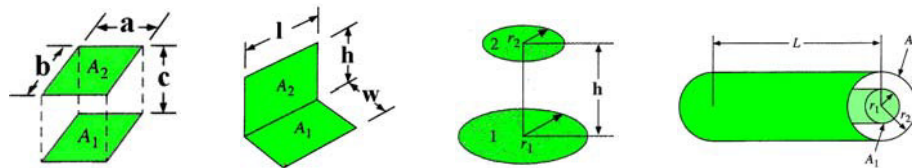
$$F_{1-2} = F_{A_1-A_2} = \frac{\dot{Q}_{A_1-A_2}}{\dot{Q}_{A_1}} = \frac{1}{A_1} \int_{A_1} \int_{A_2} \frac{\cos \beta_1 \cos \beta_2}{\pi R^2} dA_2 dA_1 \quad (20.12)$$

$$F_{2-1} = F_{A_2-A_1} = \frac{\dot{Q}_{A_2-A_1}}{\dot{Q}_{A_2}} = \frac{1}{A_2} \int_{A_2} \int_{A_1} \frac{\cos \beta_1 \cos \beta_2}{\pi R^2} dA_2 dA_1 \quad (20.13)$$

Na tabela C1, anexo C, indicam-se as expressões de cálculo dos factores de forma para diversas geometrias. Exemplo:

Tab. C1 - Factores de Forma de Várias Geometrias	
	<p>Identical, parallel, directly opposed rectangles.</p> $X = \frac{a}{c} \quad Y = \frac{b}{c}$ $F_{1-2} = \frac{2}{\pi XY} \left\{ \ln \left[\frac{(1+X^2)(1+Y^2)}{1+X^2+Y^2} \right]^{\frac{1}{2}} + X\sqrt{1+Y^2} \tan^{-1} \frac{X}{\sqrt{1+Y^2}} + Y\sqrt{1+X^2} \tan^{-1} \frac{Y}{\sqrt{1+X^2}} - X \tan^{-1} X - Y \tan^{-1} Y \right\}$

Os factores de forma também podem ser determinados através dos gráficos das figuras C1 a C4, inseridas no anexo C, para as seguintes geometrias:



Particularidades dos factores de forma:

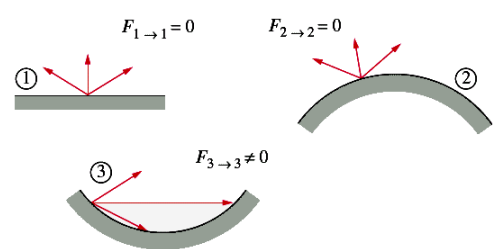
Quando **k = k**, **F_{k-k}** é a fracção de energia que sai de **k** para si mesma.

- para superfícies *planas ou convexas*:

$$F_{k-k} = 0 \quad (20.14)$$

- para superfícies *concavas*:

$$F_{k-k} \neq 0 \quad (20.15)$$



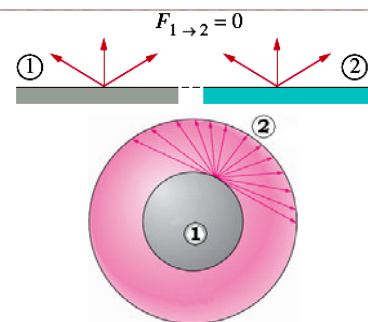
O valor do factor de forma varia entre **0 ≤ F_{k-j} ≤ 1**

- Quando as duas superfícies não têm contacto visual directo entre si:

$$F_{k-j} = 0 \quad (20.16)$$

- Quando a superfície **k** está completamente envolvida pela superfície **j** (e não é côncava, (**k** está só “vê” a superfície **j**):

$$F_{k-j} = 1 \quad (20.17)$$



Factores de forma – teorema da reciprocidade:

Demonstra-se que:

$$A_1 F_{1-2} = A_2 F_{2-1} \rightarrow F_{2-1} = \frac{A_1}{A_2} F_{1-2} \tag{20.18}$$

Factores de forma – regra do somatório:

O princípio de conservação da energia requer que a toda a radiação que sai de uma superfície *k* de um volume fechado, seja interceptada pelas superfícies do volume fechado. Então a regra do somatório diz que:

O somatório dos factores de forma de uma superfície *k*, de um volume fechado, para todas as restantes superfícies (*j*), incluindo a própria superfície *k*, é igual à unidade.

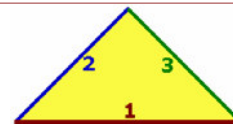
$$\sum_{j=1}^N F_{k-j} = 1 \tag{20.19}$$

Factores de forma – regra da simetria:

Se a orientação das superfícies de um volume fechado, for simétrica relativamente a uma das superfícies, então, os factores de forma desta superfície para cada uma das superfícies simétricas, são iguais

Ex.: Na figura, as superfícies 2 e 3 são simétricas relativamente a 1. Então:

$$F_{1-2} = F_{1-3}$$



Factores de forma – regra da sobreposição:

Muitas vezes, o factor de forma associado a uma dada geometria, não está disponível em tabelas ou gráficos “standard”. Nestes casos, é conveniente “ajustar” a geometria a formas “standard” existentes em tabelas ou gráficos, e depois usar a regra da sobreposição:

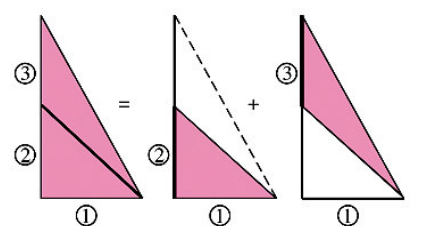
O factor de forma de uma superfície *k* para uma superfície *j* é igual ao somatório dos factores de forma da superfície *k* para subdivisões da superfície *j*

Ex.: para calcular o factor de forma **F₁₋₃** da geometria esquematizada na figura Usa-se a tabela C.1 do anexo C, para calcular

$$F_{1-2} \text{ e } F_{1-(2+3)}$$

e aplica-se a regra da sobreposição:

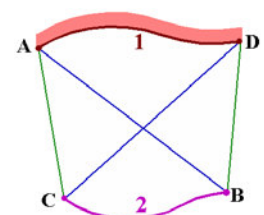
$$F_{1-(2+3)} = F_{1-2} + F_{1-3}$$



Factores de forma – método das diagonais de Hottel:

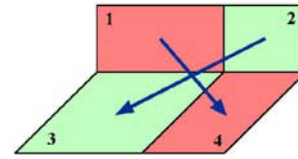
Aplicável a superfícies em que uma dimensão é infinita (muito grande relativamente às outras dimensões).

$$L_1 F_{1-2} = \frac{\sum \text{Diagonais} - \sum \text{Lados}}{2} = \frac{(\overline{AB} + \overline{CD}) - (\overline{AC} + \overline{BD})}{2} \tag{20.20}$$



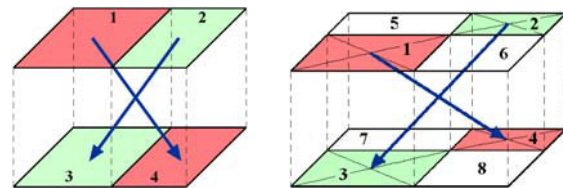
Factores de forma – reciprocidade das diagonais opostas de pares de retângulos contidos em planos perpendiculares e com uma aresta comum:

$$A_1 F_{1-4} = A_2 F_{2-3} \quad (20.21)$$



Factores de forma – reciprocidade das diagonais opostas de pares de retângulos contidos em planos perpendiculares e com uma aresta comum:

$$A_1 F_{1-4} = A_2 F_{2-3} \quad (20.22)$$



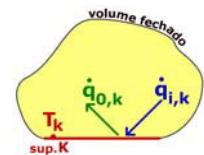
Lição nº 21

**Temas: Radiação:
 Balanço Radiativo.
 Casos de volume fechado com N superfícies.
 Superfícies re-radiantes.**

Como se viu, em cada superfície k de um volume fechado com n superfícies isotérmicas cinzentas e difusas, há trocas contínuas de calor por radiação, quantificadas através da *radiosidade* e da *irradiação*:

$$\dot{q}_{0,k} = \epsilon_k \sigma T_k^4 + (1 - \epsilon_k) \sum_{j=1}^n \dot{q}_{0,j} F_{k-j} \quad [\text{W/m}^2] \quad (20.3)$$

$$\dot{q}_{i,k} = \sum_{j=1}^n \dot{q}_{0,j} F_{k-j} \quad [\text{W/m}^2] \quad (20.8)$$

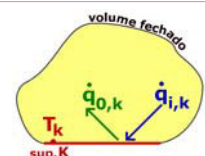


Como a temperatura das superfícies (T_k) não varia ao longo do tempo (regime permanente), então, cada uma das superfícies *terá de estar em equilíbrio térmico*. Isto significa que terá de ocorrer uma das duas hipóteses possíveis:

1. A radiosidade e a irradiação são iguais

A transferência de calor líquida por radiação, é nula. Não há trocas de calor com o exterior através da superfície (p. ex. superfícies bem isoladas termicamente do lado exterior).

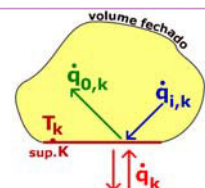
$$\dot{q}_{0,k} = \dot{q}_{i,k} \quad (21.1)$$



2. A radiosidade e a irradiação NÃO são iguais

A diferença entre a radiação que entra e sai de k , do lado do volume fechado, é compensada pelas trocas de calor com o exterior, através da superfície.

$$\dot{q}_{0,k} \neq \dot{q}_{i,k} \quad (21.2)$$



Então, em cada superfície k do volume fechado há um balanço radiativo traduzido pela:

Equação Geral de Balanço: $\dot{q}_k = \dot{q}_{i,k} - \dot{q}_{0,k} \quad [\text{W/m}^2]$ ou $\dot{Q}_k = A_k [\dot{q}_{i,k} - \dot{q}_{0,k}] \quad [\text{W}]$ (21.3)

A equação geral do balanço pode tomar outras formas úteis na análise dos problemas de radiação:

$$\dot{Q}_k = A_k [\dot{q}_{i,k} - \dot{q}_{o,k}]$$

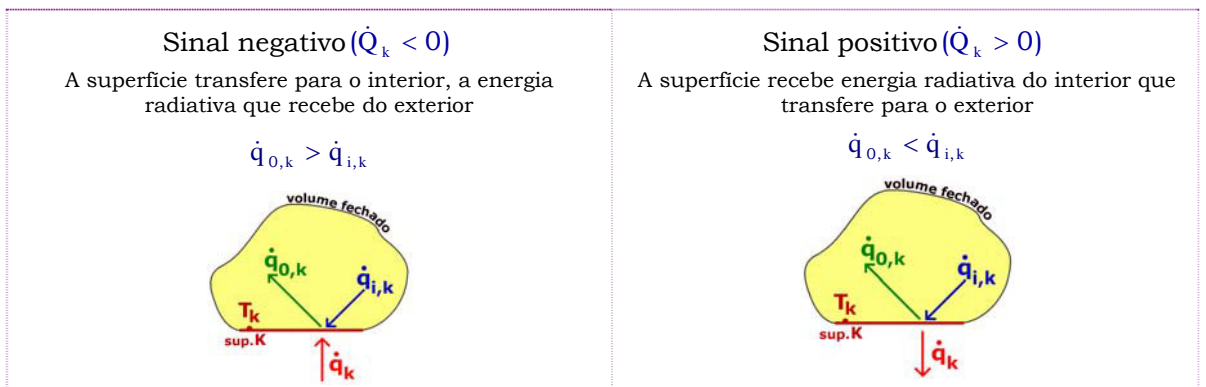


$$\dot{Q}_k = \frac{A_k \epsilon_k}{1 - \epsilon_k} [\dot{q}_{o,k} - \sigma T_k^4] \tag{21.4}$$

$$\dot{q}_{o,k} = \sum_{j=1}^n \dot{q}_{o,j} F_{k-j} - \frac{\dot{Q}_k}{A_k} \tag{21.5}$$

Esta expressão não é válida se \underline{k} for uma **superfície negra** ($\epsilon = 1$)

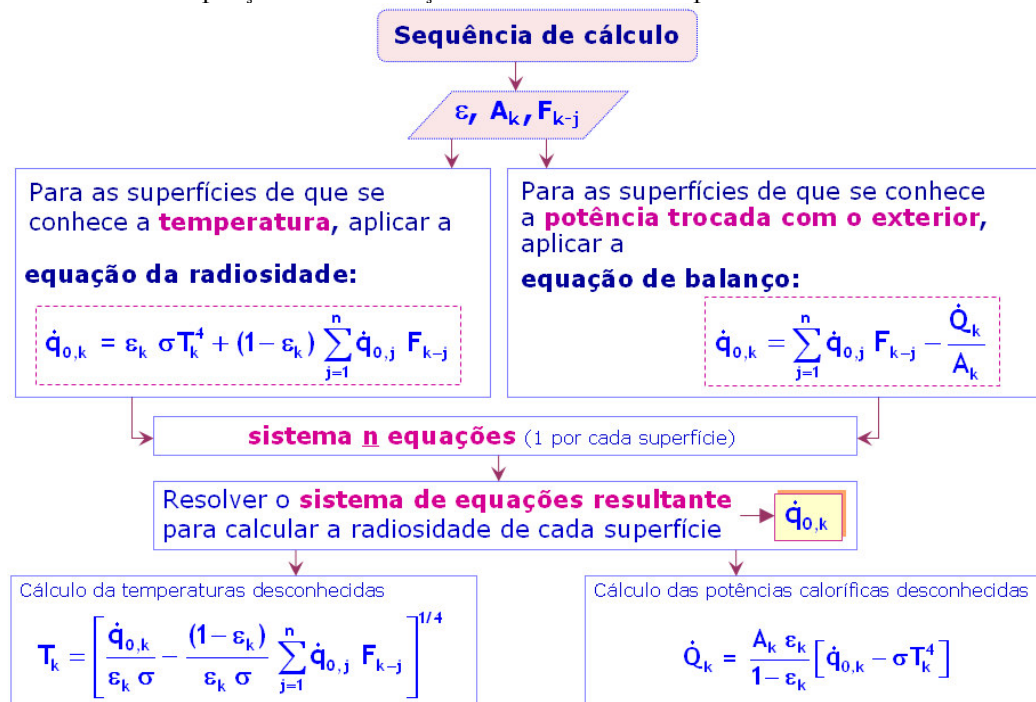
Nota: Na equação de balanço, deve ter-se em atenção o sinal a atribuir à potência calorífica trocada com o exterior (\dot{Q}_k):



Nos problemas de radiação (análise radiativa a um volume fechado), em geral, ou se conhece a temperatura das superfícies ou a potência calorífica trocada com o exterior. Assim, em cada uma das superfícies do volume coloca-se uma das seguintes questões:

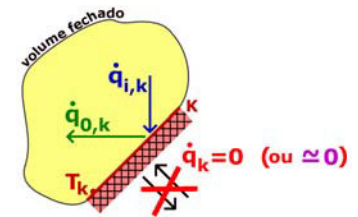
- Conhece-se a temperatura da superfície T_k e pretende-se \dot{Q}_k
- Conhece-se a potência calorífica \dot{Q}_k e pretende-se T_k

Obtém-se resposta para estas questões através da aplicação da equação das radiosidades conjuntamente com a equação dos balanços. Resume-se a sequência de cálculo:



Superfícies re-radiantes

Muitas superfícies encontradas em numerosas aplicações práticas, são *idealmente consideradas adiabáticas*, porque estão muito bem isoladas termicamente de um dos lados (do lado exterior ao volume fechado).



a transferência de calor através dessas superfícies, é nula

$$\dot{q}_{i,k} = \dot{q}_{o,k} \rightarrow \dot{q}_k = 0 \text{ ou } \dot{Q}_k = 0$$

As superfícies re-irradiam toda a irradiação que nela incide e são chamadas **superfícies re-radiantes**

Para uma superfície re-radiante, a sua radiosidade será igual a:

$$\dot{Q}_k = \frac{A_k \epsilon_k}{1 - \epsilon_k} [\dot{q}_{o,k} - \sigma T_k^4] = 0 \rightarrow \dot{q}_{o,k} = \sigma T_k^4 \tag{21.6}$$

Lição nº 22

**Temas: Radiação:
Analogia reo-eléctrica.
Casos de volume fechado com 2 ou mais superfícies.**

<p>Anteriormente, definiu-se resistência térmica, R_t, para a condução e convecção tal que:</p>	
$\dot{Q} = \frac{T_1 - T_2}{R_t} \text{ (W)} \tag{22.1}$	<p>Com:</p> $R_{t,cd} = \frac{e}{\lambda A} \text{ (W/°C)} \tag{2.3}$ $R_{t,cv} = \frac{1}{\alpha_{cv} A} \text{ (W/°C)} \tag{2.8}$

Também aqui, se poderia definir, por analogia formal uma R_t para a radiação, a partir de uma equação de balanço entre duas superfícies às temperaturas T_1 e T_2 .

$$\dot{Q}_{1-2} = \epsilon_1 \sigma A_1 (T_1^4 - T_2^4) \tag{22.2}$$

que pode ser transformada em:

$$\dot{Q}_{1-2} = A_1 \underbrace{\epsilon_1 \sigma (T_1^2 + T_2^2)}_{\alpha_{rd}} (T_1 + T_2) (T_1 - T_2) \tag{22.3}$$

donde:

$$\dot{Q}_{1-2} = \frac{T_1 - T_2}{R_t}, \text{ com } R_{t,rd} = \frac{1}{\alpha_{rd} A} \text{ (W/°C)} \tag{22.13}$$

A verdade é que esta definição não é de fácil generalização e não tem um suporte físico adequado. Nomeadamente $R_{t,rd}$ é função de T_1 e T_2 o que não faz muito sentido.

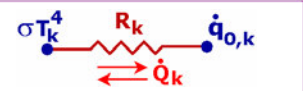
Em radiação, definem-se dois tipos de “resistências térmicas” (**superficiais e espaciais**) muito úteis na resolução de problemas deste modo de TC.

Resistências térmicas superficiais:

A equação geral do balanço (21.4) pode tomar a forma:

$$\dot{Q}_k = \frac{\dot{q}_{0,k} - \sigma T_k^4}{\frac{1 - \epsilon_k}{A_k \epsilon_k}} \quad \text{ou} \quad \dot{Q}_k = \frac{\dot{q}_{0,k} - \sigma T_k^4}{R_k} \tag{22.4}$$

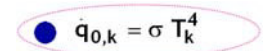
onde: $R_k = \frac{1 - \epsilon_k}{A_k \epsilon_k}$ (22.5)



É a **resistência térmica superficial** da superfície k .

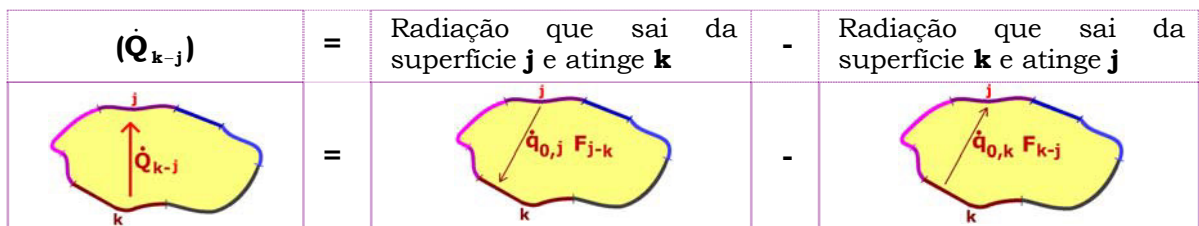
Representa a “acção térmica” de cada superfície genérica k , de um volume fechado, no processo de TC por radiação.

Para as **superfícies negras** ou **superfícies re-radiantes**, anteriormente analisada, a radiosidade é igual a $\dot{q}_{0,k} = \sigma T_k^4$. Assim, na analogia re-eléctrica são representadas por um ponto de potencial igual σT_k^4 .



Resistências térmicas espaciais (associada às trocas de calor por radiação entre 2 superfícies):

Considere-se a troca líquida de energia radiativa entre duas superfícies k e j , (\dot{Q}_{k-j}):



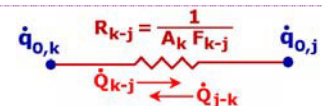
Equação para cálculo da potência radiativa líquida trocada entre duas superfícies k e j :

$$\dot{Q}_{k-j} = A_j \dot{q}_{0,j} F_{j-k} - A_k \dot{q}_{0,k} F_{k-j} \tag{22.6}$$

Usando o teorema da reciprocidade, esta equação transforma-se em:

$$\dot{Q}_{k-j} = A_k F_{k-j} [\dot{q}_{0,j} - \dot{q}_{0,k}] \quad \text{ou} \quad \dot{Q}_{k-j} = \frac{\dot{q}_{0,j} - \dot{q}_{0,k}}{R_{k-j}} \tag{22.7}$$

onde: $R_{k-j} = \frac{1}{A_k F_{k-j}} = \frac{1}{A_j F_{j-k}}$ (22.8)

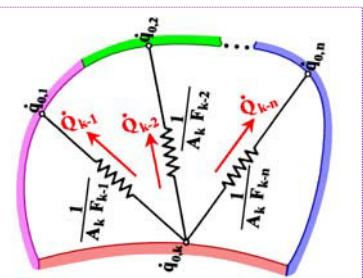


É a **resistência térmica espacial** da superfície k .

Representa as trocas de calor líquidas entre as superfícies genéricas k e j , de um volume fechado, no processo de TC por radiação.

As resistências térmicas espaciais, servem para representar as trocas líquidas de calor, transferido por radiação, entre uma superfície genérica k e as outras superfícies, $j = 1, 2, \dots$, de um volume fechado.

$$\sum_{j=1}^n \dot{Q}_{k-j} = \sum_{j=1}^n \frac{[\dot{q}_{0,j} - \dot{q}_{0,k}]}{R_{k-j}} \tag{22.9}$$



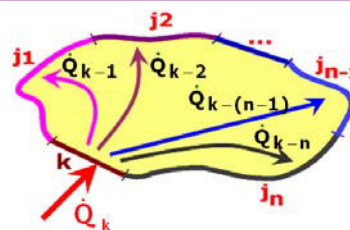
Analogia reo-eléctrica

A noção de resistência térmica superficial e espacial é usada para simplificar a análise e resolução de problemas de TC por radiação.

Se um volume fechado tem n superfícies, o princípio de conservação de energia requer que:

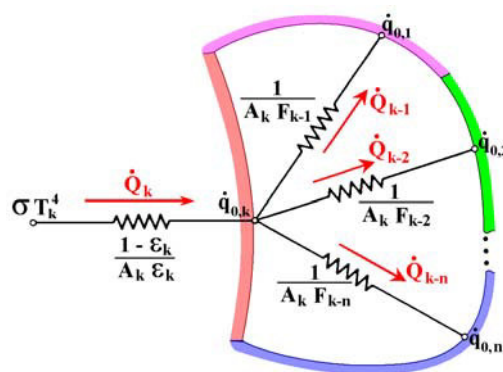
A potência radiativa que sai (entra) no volume fechado através da superfície k , seja igual ao somatório das potências radiativas líquidas trocadas entre k e cada uma das restantes superfícies do espaço fechado:

$$\dot{Q}_k = \sum_{j=1}^n \dot{Q}_{k-j} \tag{22.10}$$



$$\frac{\dot{q}_{0,k} - \sigma T_k^4}{\frac{1 - \epsilon_k}{A_k \epsilon_k}} = \sum_{j=1}^n \frac{[\dot{q}_{0,j} - \dot{q}_{0,k}]}{\frac{1}{A_k F_{k-j}}} \tag{22.11}$$

Representação reo-eléctrica:



Estabelecido o esquema de resistências representativo do processo de TC por radiação, as radiosidades (potência de radiação) ou temperaturas calculam-se por aplicação das leis válidas para as resistências térmicas anteriormente estudadas, ou pelo

Balanco energético aos nós

Exemplo: Equação de balanço no nó, $\dot{q}_{0,k}$, representativo da superfície k :

$$\dot{Q}_k = \dot{Q}_{k-1} + \dot{Q}_{k-2} + \dots + \dot{Q}_{k-n} \tag{22.12}$$

$$\frac{\sigma T_k^4 - \dot{q}_{0,k}}{\frac{1 - \epsilon_k}{A_k \epsilon_k}} = \frac{\dot{q}_{0,k} - \dot{q}_{0,1}}{\frac{1}{A_k F_{k-1}}} + \frac{\dot{q}_{0,k} - \dot{q}_{0,2}}{\frac{1}{A_k F_{k-2}}} + \dots + \frac{\dot{q}_{0,k} - \dot{q}_{0,n}}{\frac{1}{A_k F_{k-n}}} \tag{22.13}$$

Para os outros nós o processo é similar.

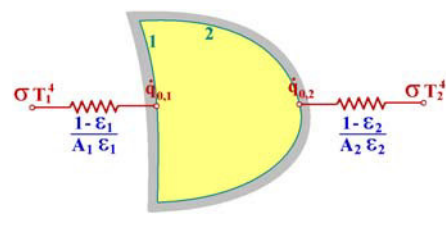
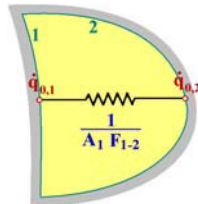
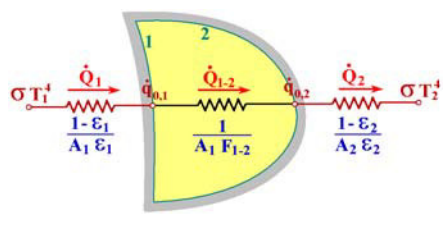
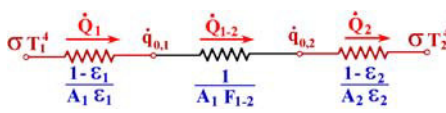
De posse da técnica da aplicação da analogia reo-eléctrica aos problemas de radiação, pode-se, em síntese, dizer que a resolução de problemas com n superfícies segue a regra seguinte:

- 2 superfícies** - resolve-se com a equação geral
- 3 superfícies** - analogia reo-eléctrica
- 4 e mais superfícies** - sistema de equações de balanço e radiosidades

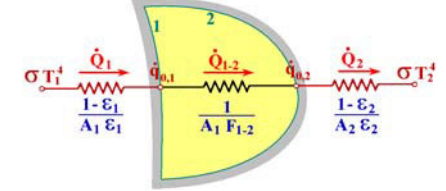
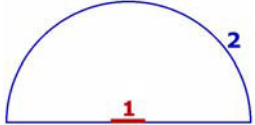
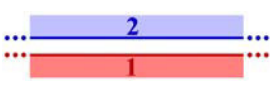
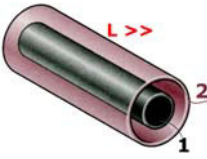
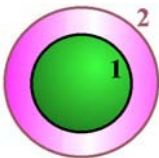
De notar que alguns problemas envolvem radiação e convecção (e/ou condução) e como tal a decisão sobre o método de resolução deverá ter isso em conta. Pelas suas características, o processo de radiação deve ser tratado separadamente da convecção e/ou condução.

Caso geral de um volume fechado com 2 superfícies:

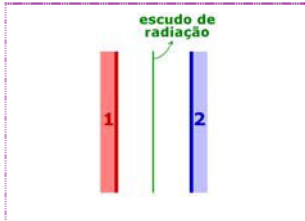
A aplicação da teoria da analogia reo-eléctrica a um volume fechado com duas superfícies conduz ao seguinte procedimento:

<p>1. Representação das superfícies através das correspondentes resistências superficiais:</p> 	<p>2. Representar as trocas de radiação entre essas superfícies através das correspondentes resistências espaciais:</p> 	<p>3. Indicar direcção das potências radiativas líquidas. No exemplo, supondo que T₁ > T₂</p> 
<p>4. Obtém-se uma série de 3 resistências em série:</p> 	<p>5. Aplicado as regras para uma série de resistências, a potência líquida trocada por radiação entre as 2 superfícies, é:</p> $-\dot{Q}_1 = +\dot{Q}_2 = \dot{Q}_{1-2} = \frac{\sigma (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1-\epsilon_1}{A_1 \epsilon_1} + \frac{1}{A_1 F_{1-2}} + \frac{1-\epsilon_2}{A_2 \epsilon_2}} \quad (22.14)$	

Potência líquida trocada por radiação entre as 2 superfícies formando um volume fechado:

	<p>Caso geral de 2 superfícies quaisquer formado um volume fechado:</p> $\dot{Q}_{1-2} = \frac{\sigma (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1-\epsilon_1}{A_1 \epsilon_1} + \frac{1}{A_1 F_{1-2}} + \frac{1-\epsilon_2}{A_2 \epsilon_2}} \quad (22.15)$
	<p>Caso particular de uma superfície pequena completamente rodeada por outra com uma área muito maior:</p> $\frac{A_1}{A_2} \approx 0$ $F_{1-2} = 1$ $\dot{Q}_{1-2} = \sigma A_1 \epsilon_1 (T_1^4 - T_2^4) \quad (22.16)$
	<p>Caso particular de Placas paralelas e infinitas (A distância entre placas é muito pequena relativamente às outras dimensões)</p> $A_1 = A_2 = A$ $F_{1-2} = 1$ $\dot{Q}_{1-2} = \frac{\sigma A (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\epsilon_1} + \frac{1}{\epsilon_2} - 1} \quad (22.17)$
	<p>Caso particular de Tubos coaxiais infinitos:</p> $\frac{A_1}{A_2} = \frac{r_1}{r_2}$ $F_{1-2} = 1$ $\dot{Q}_{1-2} = \frac{\sigma A_1 (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\epsilon_1} + \frac{1-\epsilon_2}{\epsilon_2} \left(\frac{r_1}{r_2}\right)} \quad (22.18)$
	<p>Caso particular de Esferas concêntricas:</p> $\frac{A_1}{A_2} = \frac{r_1^2}{r_2^2}$ $F_{1-2} = 1$ $\dot{Q}_{1-2} = \frac{\sigma A_1 (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\epsilon_1} + \frac{1-\epsilon_2}{\epsilon_2} \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2} \quad (22.19)$

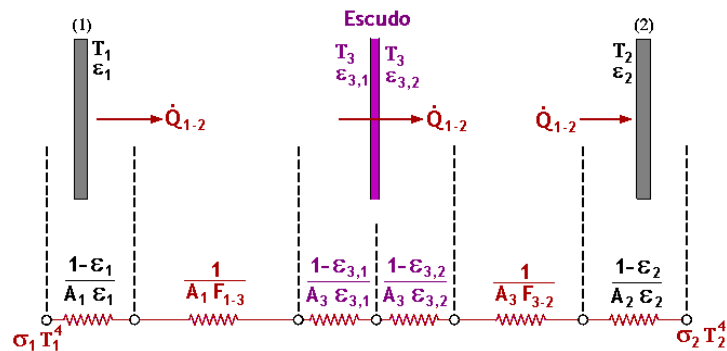
Caso particular de volume fechado com 2 superfícies: **Escudos de radiação**



Os escudos de radiação são superfícies

- Feitas de materiais de **baixa emissividade** (alto coeficiente de reflexão), dos quais o mais usado é a **folha de alumínio**,
- Que se interpõem entre dois corpos para reduzir a TC por radiação entre eles.

Exemplo: Considere-se um escudo de radiação colocado entre duas placas (1) e (2). Usando a analogia reo-eléctrica, obtém-se a série de resistências indicada na figura:



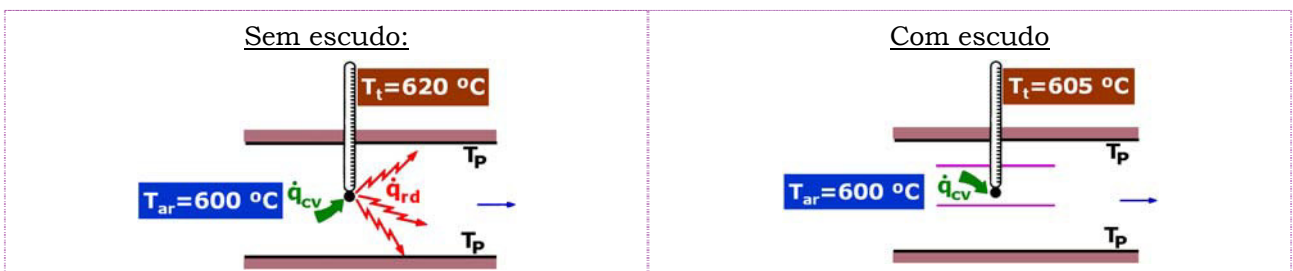
Potência radiativa líquida trocada entre as placas (1) e (2), supondo $T_1 > T_2$:

$$\dot{Q}_{1-2} = \frac{\sigma (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1 - \epsilon_1}{A_1 \epsilon_1} + \frac{1}{A_1 F_{1-3}} + \frac{1 - \epsilon_{3,1}}{A_3 \epsilon_{3,1}} + \frac{1 - \epsilon_{3,2}}{A_3 \epsilon_{3,2}} + \frac{1 - \epsilon_2}{A_2 \epsilon_2}} \quad (22.20)$$

Se na superfície 1: $T_1 = 815^\circ\text{C}$; $\epsilon_1 = 0,6$; na superfície 2: $T_2 = 260^\circ\text{C}$; $\epsilon_2 = 0,8$ e no escudo: $\epsilon_{3-1} = 0,2$; $\epsilon_{3-2} = 0,2$

Sem escudo:	Com escudo
$\dot{Q}_{1-2} = 39,5 \text{ kW/m}^2$	$\dot{Q}_{1-2} = 7,0 \text{ kW/m}^2$ (redução de 82%)

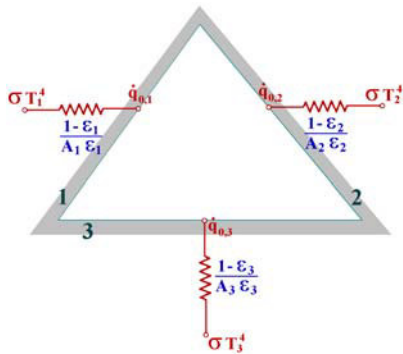
Outro exemplo: Os escudos de radiação são usados com os **sensores de temperatura** que medem a temperatura dos gases, para minimizar o efeito da radiação entre os sensores e as superfícies que os envolvem, obtendo-se assim maior precisão na medida.



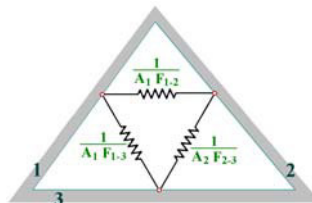
Caso geral de um volume fechado com 3 superfícies:

O procedimento para aplicação da analogia reo-eléctrica a um volume fechado com três superfícies é similar ao anterior (2 superfícies):

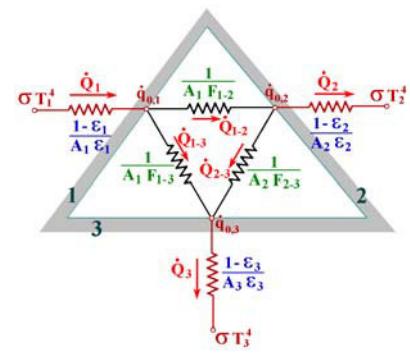
1. Representação das superfícies através das correspondentes resistências superficiais:



2. Representar as trocas de radiação entre essas superfícies através das correspondentes resistências espaciais:



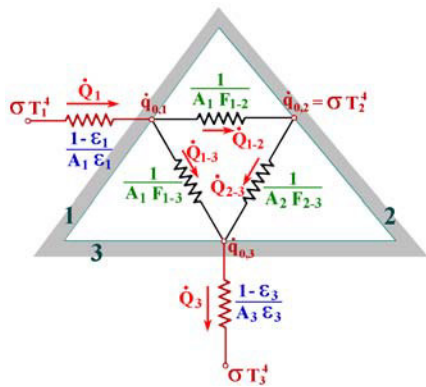
3. Indicar direcção das potências radiativas líquidas (sentido temperaturas elevadas → baixas).



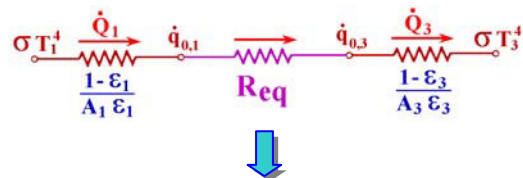
4. Usar as regras válidas com resistências para resolver o problema.

Caso de 3 superfícies sendo uma delas corpo negro ou superfície re-radiante:

Considere-se o exemplo anterior mas, aqui, a superfície 2 tem o comportamento de um corpo negro (ou de uma superfície re-radiante). Neste caso, o processo é mais simples como se mostra a seguir:



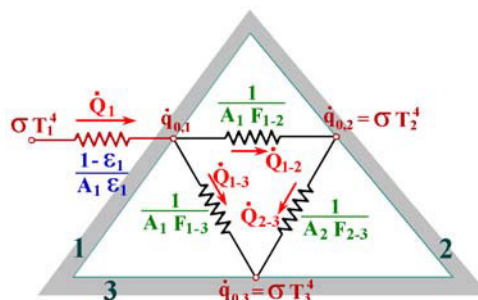
Esquema de resistências equivalente:



$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{\frac{1}{A_1 F_{1-3}}} + \frac{1}{\frac{1}{A_1 F_{1-2}} + \frac{1}{A_2 F_{2-3}}} \tag{22.21}$$

$$\dot{Q}_3 = \dot{Q}_1 = \frac{\sigma(T_1^4 - T_3^4)}{\frac{1-\epsilon_1}{A_1 \epsilon_1} + \frac{1}{\frac{1}{A_1 F_{1-3}} + \frac{1}{\frac{1}{A_1 F_{1-2}} + \frac{1}{A_2 F_{2-3}}}} + \frac{1-\epsilon_3}{A_3 \epsilon_3}} \tag{22.22}$$

O processo de TC por radiação entre três superfícies ainda será mais simples se duas das superfícies forem corpos negros e/ou superfícies re-radiantes. Na figura seguinte, mostra-se o esquema de resistências térmicas para este caso.



Mecanismos de condução convecção e radiação, em simultâneo:

A definição das resistências térmicas de radiação (superficial e espacial) assenta em formulação diferente da que se usou para definir as resistências térmicas de condução e convecção, já que a TC aqui é um balanço que **não é proporcional a ΔT** mas resulta das trocas por emissão/reflexão que **são proporcionais a T⁴**.

R_t de radiação superficial e espacial:

$$R_k = \frac{1 - \epsilon_k}{A_k \epsilon_k} ; R_{k-j} = \frac{1}{A_k F_{k-j}} \quad [m^{-2}]$$

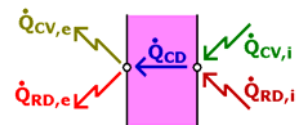
R_t de condução e convecção:

$$R_{t,cd} = \frac{e}{\lambda A} ; R_{t,cv} = \frac{1}{\alpha_{cv} A} \quad [m^2 \cdot C / W]$$

Nos casos reais em que há que contabilizar o efeito dos 3 modos de TC, **as respectivas resistências térmicas não podem ser associadas num só esquema.**

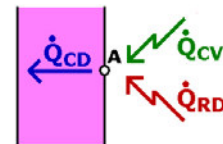


Tratam-se os modos de TC separadamente e aplicam-se balanços térmicos na resolução dos problemas.

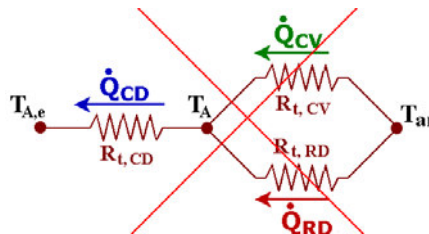


Exemplo:

À superfície A de uma parede, chegam dois fluxos de calor em paralelo (convecção e radiação), que atravessam a parede por condução.



Obviamente, este processo de TC **NÃO** pode ser traduzido pelo seguinte esquema de resistências:



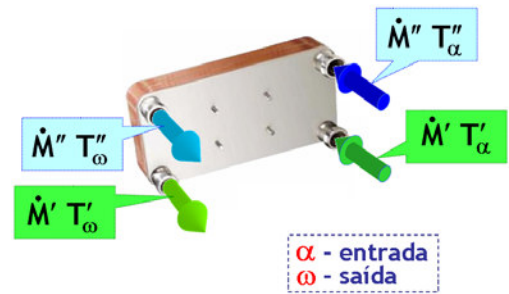
Neste caso, cada mecanismo de TC terá de ser tratado separadamente (pelas regras estudadas) para cálculo das respectivas potências caloríficas, e a simultaneidade será introduzida pelo balanço térmico: $\dot{Q}_{CD} = \dot{Q}_{CV} + \dot{Q}_{RD}$.

Lição nº 23

**Temas: Permutadores de Calor:
Tipos e aplicações
Coeficiente Global de Transferência de Calor (U)**

Permutadores de Calor são, genericamente, equipamentos que possibilitam a transferência de calor entre um fluido (mais) quente - fluido(") - e um fluido (mais) frio - fluido(') – geralmente mediante a interposição de uma parede boa condutora (placa, tubo, ...).

Os casos em que a parede não existe justificam-se pela imiscibilidade dos fluidos e chamam-se “de contacto directo”.



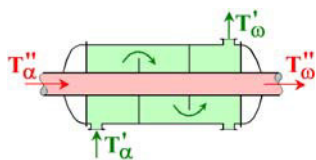
São designados de várias maneiras: Caldeiras, condensadores, evaporadores, permutadores carcaça-tubos, regeneradores, de placas, compactos, etc, e têm diversas aplicações: ar condicionado, refrigeração e criogenia, centrais térmicas, indústria química, indústria automóvel, energia solar, etc.

São classificados segundo diversos critérios:

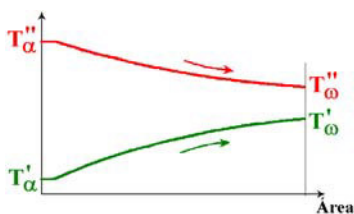
- ✓ **Número de Fluidos:** Gás-Gás, Gás-Líquido e Líquido-Líquido
- ✓ **Arranjo dos Fluxos:** Passagens simples e passagens múltiplas
- ✓ **Processos de Transferência:** Contacto Directo e Indirecto
- ✓ **Tipos Construtivos:** Tubulares, Placas, Regenerativos e Compactos
- ✓ **Modo de Transferência de Calor:** Fases simples e Escoamentos Bifásicos

Quanto ao arranjo dos fluxos em passagens simples, há três configurações básicas:

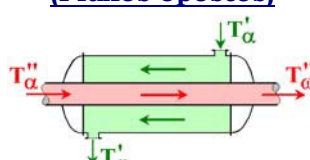
Fluxos paralelos



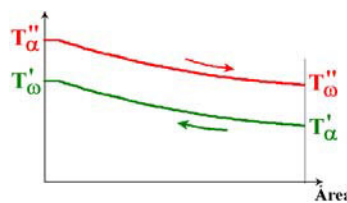
Distribuição de temperaturas neste tipo de permutador:



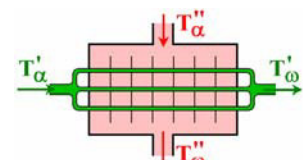
Fluxos contra-corrente (Fluxos opostos)



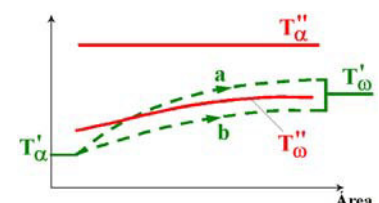
Distribuição de temperaturas neste tipo de permutador



Fluxos cruzados

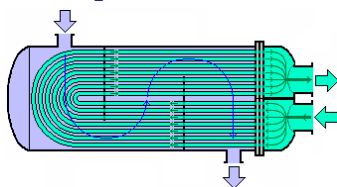


Distribuição de temperaturas neste tipo de permutador

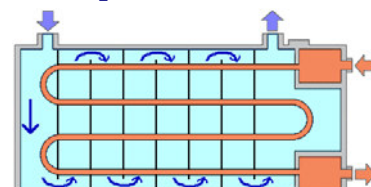


Quanto ao arranjo dos fluxos em passagens múltiplas, apresentam-se 2 tipos muito comuns:

Passagem múltipla: 1-2



Passagem múltipla: 1-4

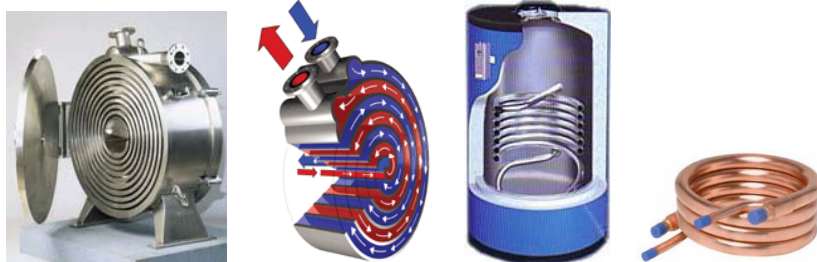


Quanto ao processo de transferência, os permutadores podem ser de:

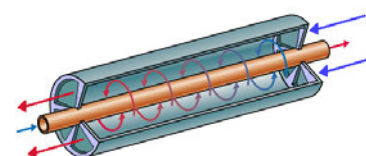
- **Contacto indirecto** → Entre os fluidos existe uma parede boa condutora de calor (placa, tubo, ...). É o caso da maioria dos permutadores.
- **Contacto directo** → Entre os fluidos (que são imiscíveis) não existe parede separadora. São exemplos: Torre de arrefecimento e condensadores evaporativos

Quanto ao tipo construtivo têm-se:

TUBULARES → Espiral (serpentina)



TUBULARES → Tubo duplo

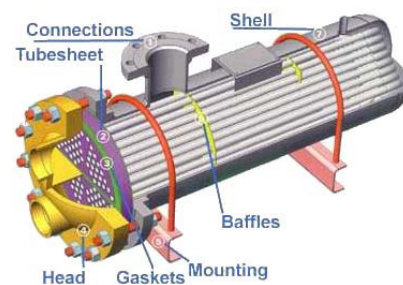


TUBULARES →Carcaça-tubos

São feixes de tubos fixados com “baffles” no interior de uma carcaça. Um dos fluidos circula no **interior dos tubos** (lado dos tubos) e o outro no exterior, do **lado da carcaça**.

Estes permutadores são ainda classificados de acordo com o número de passagens na carcaça e nos tubos. Por ex.:

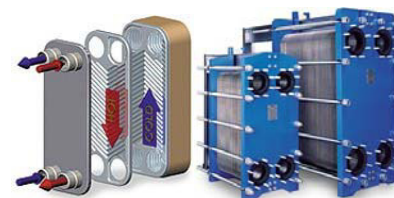
PC carcaça-tubos, **1-2** significa uma passagem do lado da carcaça e duas no lado dos tubos.



Permutadores de Placas

São permutadores constituídos por placas com canais abertos em ambas as faces por onde circulam os fluidos.

O fluido quente e o frio, circulam alternadamente. Assim, a corrente de fluido quente está rodeada por duas correntes de fluido frio e vice-versa. Desta forma, obtêm-se maior eficiência na transferência de calor.



Regenerativos

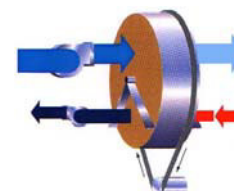
PC's, constituídos basicamente por materiais porosos com grande capacidade de acumulação de calor (resinas, ...). O fluido quente transfere calor a uma massa que armazena o calor a ser transferido no instante posterior ao fluido frio. Distinguem-se dois tipos:

Tipo estático: Matriz Fixa

Os fluidos, quente e frio, circulam alternadamente através da matriz, que acumula o calor do fluido quente, transferindo-o posteriormente para o fluido frio.

Tipo dinâmico: Matriz Rotativa

Os fluidos, quente e frio, circulam continuamente através de porções distintas da matriz. A porção em contacto com o fluido quente acumula calor que transfere para o fluido frio após a rotação.



Permutadores COMPACTOS

Densidade de Área $\geq 700 \text{ m}^2/\text{m}^3$

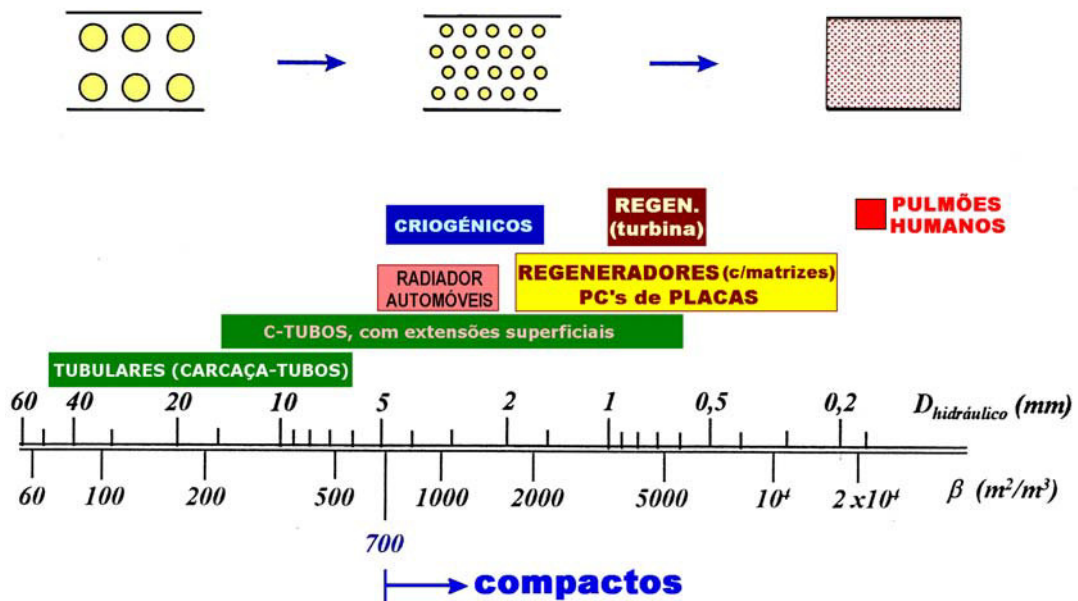
Têm menores dimensões (volume) para a mesma potência transferida.

Permutadores NÃO COMPACTOS

Densidade de Área $< 700 \text{ m}^2/\text{m}^3$

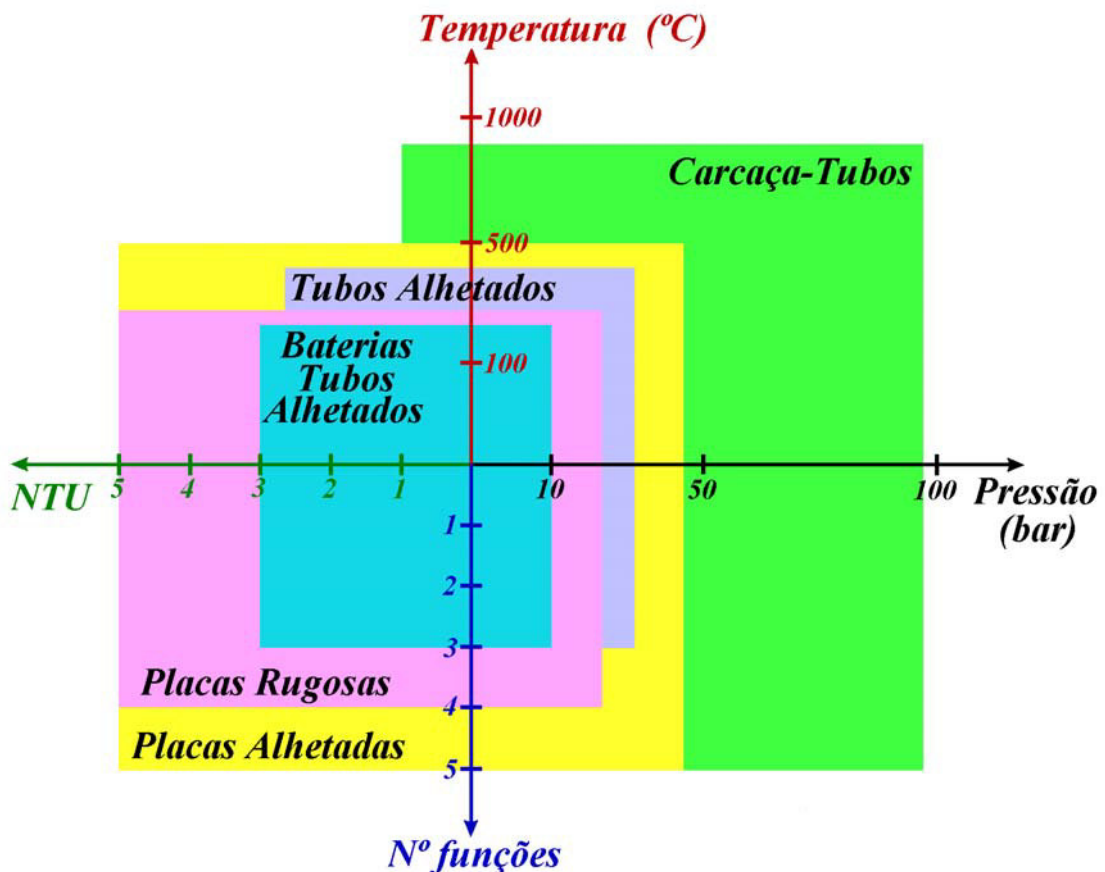
Definição de densidade: Densidade de Área = $\frac{\text{Área de TC do Permutador}}{\text{Volume do Permutador}}$

Espectro de densidades de área de transferência



A seguir mostra-se o domínio de aplicação dos permutadores de calor em função da temperatura e pressão dos fluidos, do número de unidades de transferência (NTU) a definir mais adiante, e do número de funções (gás-gás, gás-liquido, liquido-liquido, condensação e evaporação).

Domínios de Aplicação de Permutadores de Calor

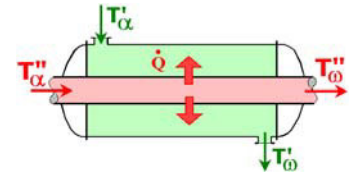


Princípios Dimensionamento Térmico

O objectivo básico de um PC, é transferir calor entre um fluido ‘quente’ (‘’) e um fluido ‘frio’ (‘’).

A equação de conservação de energia permite escrever que o calor permutado é, no caso de apenas estarem envolvidos calores sensíveis:

$$\dot{Q} = \underbrace{\dot{M}'' c_p'' (T''_{\alpha} - T''_{\omega})}_{\text{Potência calorífica cedida pelo fluido "quente"}} = \underbrace{\dot{M}' c_p' (T'_{\omega} - T'_{\alpha})}_{\text{Potência calorífica cedida pelo fluido "frio"}} \quad (23.1)$$



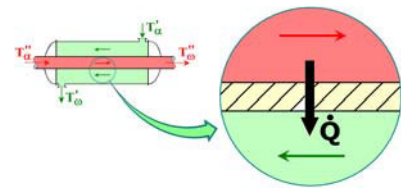
onde \dot{Q} é a potência calorífica permutada

A potência calorífica permutada ou transmitida, calcula-se da seguinte forma:

$$\dot{Q} = U A \Delta T_{\text{média}} \quad (23.2)$$

onde

- U** – Coeficiente global de transferência de calor (W/m² K)
- A** – Área de transferência de calor (m²)
- $\Delta T_{\text{média}}$** - Diferença de temperaturas média (°C)



A abordagem de um problema de dimensionamento térmico de um PC envolve:

- O cálculo do coeficiente de transferência de calor (**U**), para
- Para determinar a área da superfície de transferência (**A**),
- Que torne possível a troca de calor (**\dot{Q}**)
- Para uma dada diferença de temperatura média (**$\Delta T_{\text{média}}$**)

Parâmetros dimensionais Qualquer problema de permutadores tem que ver com os seguintes parâmetros: \dot{M}' , c_p' , T'_{ω} , T'_{α} \dot{M}'' , c_p'' , T''_{α} , T''_{ω} $\Delta p''$, $\Delta p'$

Princípio de Dimensionamento dos Permutadores

Quando se aborda o problema de dimensionamento térmico de permutadores, colocam-se, geralmente, 2 tipos de problemas:

1. Problema de dimensionamento (propriamente dito)

<u>Conhece-se:</u>	<u>Procura-se:</u>
<ul style="list-style-type: none"> ➢ Propriedades dos fluidos (c_p', c_p'') ➢ Condições operacionais: Caudais mássicos (\dot{M}', \dot{M}'') Temperaturas (3 das 4) 	<ul style="list-style-type: none"> ➢ Área de transferência (A). Pretende-se tão pequena (menor atravancamento) e económica quanto possível. ➢ A temperatura que se desconhece à partida. Em geral (T'_{ω} ou T''_{α}) ➢ Perdas de carga ($\Delta p'$ e $\Delta p''$). Pretende-se as menores possíveis.

2. Problema de comportamento

<u>Conhece-se:</u>	<u>Procura-se:</u>
<ul style="list-style-type: none"> ➢ Características geométricas e térmicas do PC: Área de transferência (A) e coeficiente global (U) ➢ Perdas de carga ($\Delta p'$ e $\Delta p''$) ➢ Propriedades dos fluidos (c_p'', c_p') ➢ Condições operacionais: Caudais mássicos (\dot{M}', \dot{M}'') Temperaturas de entrada 	<ul style="list-style-type: none"> ➢ A potência calorífica transferida (\dot{Q}). ➢ A temperatura de saída dos fluidos (T'_{ω} ou T''_{ω})

Hipóteses simplificativas (para dimensionamento térmico dos permutadores):

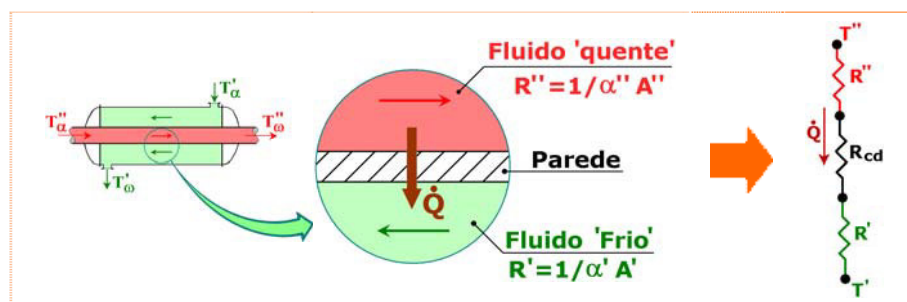
- Regime PERMANENTE
- Propriedades dos fluidos constantes
- Coeficiente global de transferência de calor (U) CONSTANTE (e igual ao seu valor médio)
- Permutadores de calor ADIABÁTICOS (sem perdas de calor para o exterior)

Coeficiente global de T. Calor (U)

A determinação do coeficiente global de transferência de calor é essencial para o cálculo da potência de calorífica permutada, e muitas vezes a incerta é elevada.

O seu valor depende da existência ou não de *incrustações* (que podem ocorrer nas superfícies), e da existência ou não de *alhetas*. Apresenta-se a seguir a forma de calcular este coeficiente.

1) Se as paredes que separam os fluidos, não têm incrustações nem alhetas



O coeficiente global de transferência de calor (produto UA) é o inverso da resistência equivalente:

$$\frac{1}{UA} = \frac{1}{\alpha'' A''} + R_{\text{condução na parede (plana ou cilíndrica)}} + \frac{1}{\alpha' A'} \tag{23.3}$$

onde [U] = W / m².K e [UA] = W / K .

Nota 1. **Área de referência (A)** do cálculo do coeficiente global de transferência de calor:

$$\text{Se } A = A'' \rightarrow U = \left[\frac{1}{\alpha''} + A'' \cdot R_{\text{condução na parede (plana ou cilíndrica)}} + \frac{A''}{A'} \frac{1}{\alpha'} \right]^{-1} \text{ (W / m}_{\text{de } A'}^2 \cdot \text{K)} \tag{23.4}$$

$$\text{Se } A = A' \rightarrow U = \left[\frac{A'}{A''} \frac{1}{\alpha''} + A' \cdot R_{\text{condução na parede (plana ou cilíndrica)}} + \frac{1}{\alpha'} \right]^{-1} \text{ (W / m}_{\text{de } A'}^2 \cdot \text{K)} \tag{23.5}$$

Nota 2. **Lado decisivo na permuta de calor**

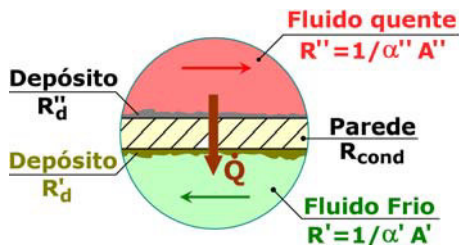
Na expressão de cálculo de U, se

<p>$\alpha'' = 2000 \text{ W / m}^2 \rightarrow$ convecção no interior dos tubos</p> <p>$\alpha' = 30 \text{ W / m}^2 \rightarrow$ convecção no exterior dos tubos</p> <p>$R_{\text{condução na parede (plana ou cilíndrica)}} \approx 0 \rightarrow$ espessura reduzida e material bom condutor</p>	<p style="color: red; font-weight: bold; font-size: 1.2em;">U ≈ α'</p> <p style="font-size: 2em; color: orange;">➔</p> <p>O fluido frio é decisivo no valor de U, e, portanto, na potência calorífica a transferir</p>
---	--

2) Se as paredes que separam os fluidos têm incrustações e não têm alhetas

Durante o funcionamento normal de um permutador as paredes de separação ficam sujeitas a **depósitos** que são resultado das impurezas dos fluidos, de reacções químicas entre os fluidos e as superfícies, etc. A espessura dos depósitos aumenta com o tempo de utilização entre limpezas consecutivas. São removidos com limpezas (físicas, químicas, ...) quando o tipo de permutador permite essas limpezas).

Este efeito, é considerado através da introdução de resistências térmicas adicionadas ao lado do fluido “quente” (R''_d), e ao lado do fluido “frio” (R'_d)



FLUIDO		Rd (m ² .K/ W)
Água destilada, Água do Mar e do Rio, Água de Alimentação das Caldeiras	T < 50°C	0,0001
	T > 50°C	0,0002
Fuelóleo		0,0009
Vapor		0,0001
Refrigerante (líquido)		0,0002
Refrigerante (vapor)		0,0004
Ar		0,0004

Neste caso, coeficiente global de transferência de calor (produto UA) será:

$$\frac{1}{UA} = \frac{1}{\alpha'' A''} + \frac{R''_d}{A''} + R_{\text{condução na parede (plana ou cilíndrica)}} + \frac{R'_d}{A'} + \frac{1}{\alpha' A'} \tag{23.6}$$

3) Se as paredes que separam os fluidos têm incrustações e têm alhetas

As alhetas são usadas para intensificar a transferência de calor entre os fluidos que circulam no permutador de calor. O coeficiente global calcula-se a partir da seguinte expressão:

$$\frac{1}{UA} = \frac{1}{\eta'' \alpha'' A''} + \frac{R''_d}{\eta'' A''} + R_{\text{condução na parede (plana ou cilíndrica)}} + \frac{R'_d}{\eta' A'} + \frac{1}{\eta' \alpha' A'} \tag{23.7}$$

onde η é o rendimento total das alhetas: $\eta = 1 - \frac{A_{\text{alh}}}{A} (1 - \eta_{\text{alh}})$ (23.8)

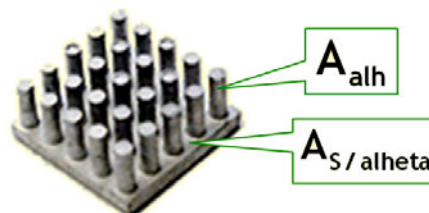
Sendo:

A - Área superficial total de transferência de calor (incluindo as alhetas)

$$A = A_{\text{alh}} + A_{S/\text{alhetas}} \tag{23.9}$$

A_{alh} - Área superficial das alhetas

η_{alh} - Rendimento de cada alheta



Valores médios típicos de U para algumas combinações de fluidos:

FLUIDO QUENTE	FLUIDO FRIO	U (W/ m ² .K)
Água	Água	1200 - 2400
Amónia	Água	1200 - 2400
Gás	Água	10 - 240
Vapor	Água	980 - 3400
Vapor	Amónia	981 - 3400
Vapor	Gás	25 - 240
Gás	Gás	10 - 40

Métodos de dimensionamento térmico de permutadores:

Há dois métodos básicos de dimensionamento térmico dos permutadores:

- **Método das NTU** (número de unidades de transferência) também conhecido por **método ϵ -NTU** (eficiência térmica-número de unidades de transferência).
- **Método da diferença de temperaturas média logarítmica.**

Lição nº 24

**Temas: Permutadores de Calor:
 Número de unidades de transferência (NTU)
 Eficiência Térmica (ϵ)**

Número de unidades de transferência de um permutador de calor (NTU)

Dá-se o nome de *unidade térmica* de superfície à porção (área) de permutador onde $\Delta T_{1 \text{ fluido}} = \bar{\theta}_{\text{local}}$

Dá-se o nome de unidade térmica (thermal unit) de superfície à porção (área) de permutador onde

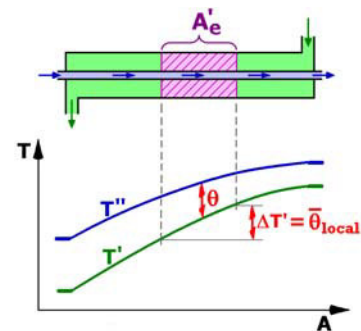
$$\Delta T_{1 \text{ fluido}} = \bar{\theta}_{\text{local}} \quad (24.1)$$

- $\Delta T_{1 \text{ fluido}}$ reporta-se ao fluido com $[\dot{M} c_p]_{\text{min}}$

Menor das capacidades térmicas:

$$[\dot{M}' c_p'] \text{ ou } [\dot{M}'' c_p'']$$

- $\bar{\theta}_{\text{local}} = (\bar{T}'' - \bar{T}')_{\text{local}}$



Na figura “representa-se” uma unidade térmica, (A'_e) no caso de $[\dot{M} c_p]_{\text{min}} = \dot{M}' c_p'$

Como se viu, a potência transferida num permutador de calor é:

$$\dot{Q} = \dot{M}'' c_p'' (T''_a - T''_o) = \dot{M}' c_p' (T'_o - T'_a) \quad (23.1)$$

$$\dot{Q} = U A \Delta T_{\text{média}} = U A \bar{\theta} \quad (23.2)$$

Então, para um elemento de referência com área dA'_e pode escrever-se:

$$dA'_e = \frac{d\dot{Q}}{U \theta} = \frac{\dot{M}' c_p' dT'}{U \theta} \quad (24.2)$$

e para toda a área local (A'_e):

$$\frac{A'_e U}{\dot{M}' c_p'} = \int \frac{dT'}{\theta} = 1 \quad (24.3)$$

Se $\dot{M}' c_p' = [\dot{M} c_p]_{\text{min}}$, a equação anterior toma a forma:

$$\frac{A'_e U}{[\dot{M} c_p]_{\text{min}}} = 1 \text{ (Unidade térmica de superfície - } A'_e) \quad (24.4)$$

Um permutador completo terá um número de unidades térmicas igual a

$$NTU' = \frac{A}{A'_e} \rightarrow NTU = \frac{A U}{[\dot{M} c_p]_{\min}} \quad (24.5)$$

Sendo **NTU - Número de Unidades de Transferência** de um permutador de Calor.

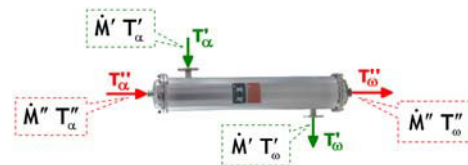
Eficiência térmica (ϵ)

A eficiência térmica de um PC é a razão entre a potência calorífica efectivamente transferida e a potência máxima que seria possível transferir

$$\epsilon = \frac{\dot{Q}}{\dot{Q}_{\max}} \quad (24.6)$$

Potência calorífica efectivamente transferida:

$$\dot{Q} = \dot{M}'' c_p'' (T'_\alpha - T''_\omega) = \dot{M}' c_p' (T''_\omega - T'_\alpha) \quad (23.1)$$



Potência máxima possível de transferir:

$$\dot{Q}_{\max} = (\dot{M} c_p)_{\min} (T''_\alpha - T'_\alpha) \quad (24.7)$$

Onde se tem:

$$(\dot{M} c_p)_{\min} = \dot{M}'' c_p'' \text{ Capacidade térmica do fluido "quente"}$$

$$(\dot{M} c_p)_{\min} = \dot{M}' c_p' \text{ Capacidade térmica do fluido "frio"}$$

A eficiência térmica é quantificada da seguinte forma:

$$\epsilon = \frac{\dot{Q}}{\dot{Q}_{\max}} = \frac{\dot{M}' c_p' (T''_\omega - T'_\alpha)}{(\dot{M} c_p)_{\min} (T''_\alpha - T'_\alpha)} \quad (24.8) \quad \text{ou} \quad \epsilon = \frac{\dot{Q}}{\dot{Q}_{\max}} = \frac{\dot{M}'' c_p'' (T'_\alpha - T''_\omega)}{(\dot{M} c_p)_{\min} (T''_\alpha - T'_\alpha)} \quad (24.9)$$

Se $(\dot{M} c_p)_{\min} = \dot{M}' c_p'$, então:

$$\epsilon = \epsilon' = \frac{(T''_\omega - T'_\alpha)}{(T''_\alpha - T'_\alpha)} \quad (24.10)$$

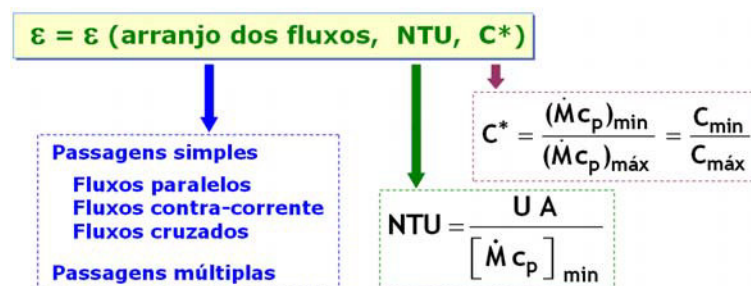
Se $(\dot{M} c_p)_{\min} = \dot{M}'' c_p''$, então:

$$\epsilon = \epsilon'' = \frac{(T'_\alpha - T''_\omega)}{(T''_\alpha - T'_\alpha)} \quad (24.11)$$

Como se deprende destas expressões, a eficiência térmica varia entre 0 e 100% ($0 \leq \epsilon \leq 1$).

Relação ϵ - NTU

Para cada configuração (arranjo de escoamentos), é possível relacionar ϵ com NTU e a razão de capacidade (C^*).

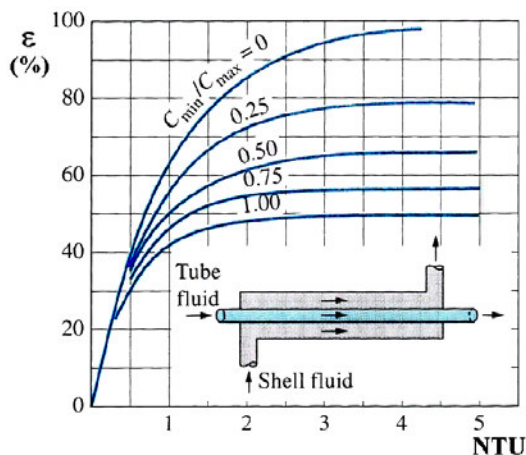


A seguir apresentam-se algumas configurações constantes no anexo E (gráficos e/ou tabelas):

Fluxos paralelos

(passagem simples)

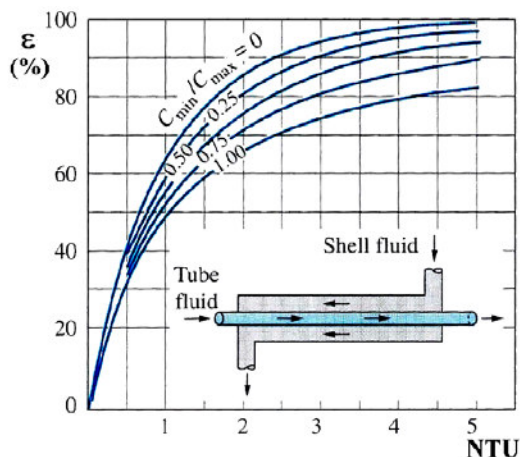
$$\epsilon = \frac{1 - \exp[-NTU(1 + C^*)]}{1 + C^*} \quad (24.12)$$



Fluxos contra-corrente

(passagem simples)

$$\epsilon = \frac{1 - \exp[-NTU(1 - C^*)]}{1 - C^* \exp[-NTU(1 - C^*)]} \quad (24.13)$$

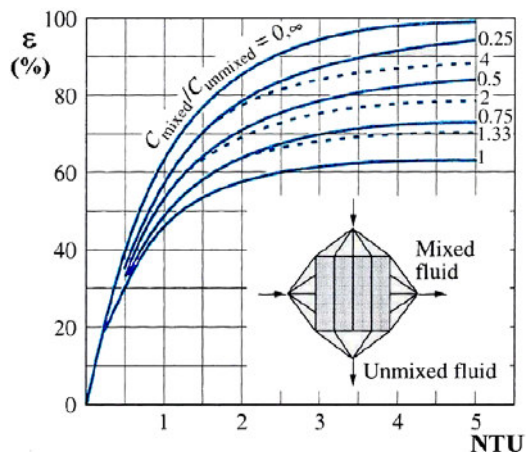


Fluxos cruzados

(passagem simples)

(C_{min} misturado e C_{max} não misturado)

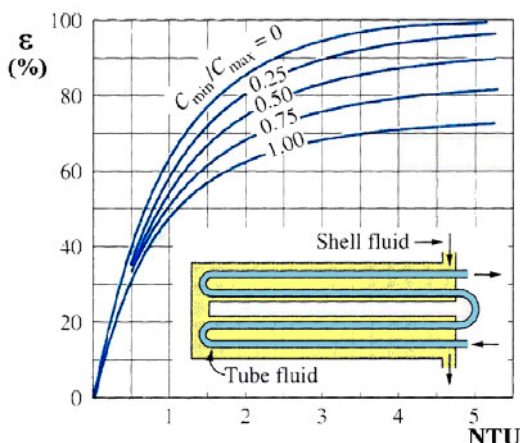
$$\epsilon = 1 - \exp\left\{-\frac{1}{C^*} [1 - \exp(-C^* NTU)]\right\} \quad (24.14)$$



Passagens múltiplas

2 passagens na carcaça

4, 8, ... passagens nos tubos



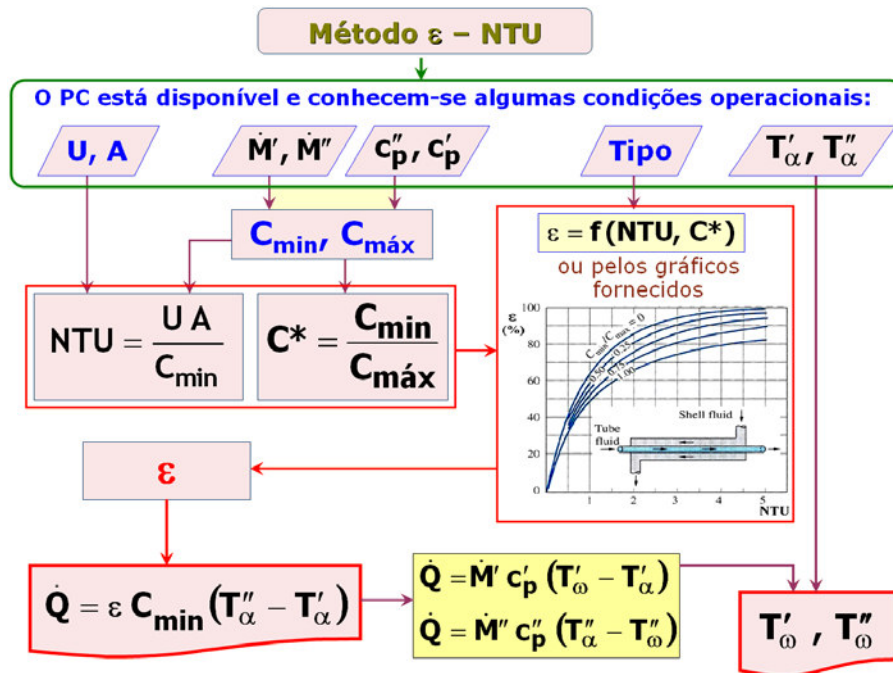
Mais relações $\epsilon - NTU$, na tabela E.1 do anexo E.

Arranjos	$\epsilon - NTU$	$\epsilon - NTU$ p/ $C^*=1$	ϵ p/ $NTU \rightarrow \infty$
 Contra-corrente	$\epsilon = \frac{1 - \exp[-NTU(1 - C^*)]}{1 - C^* \exp[-NTU(1 - C^*)]}$	$\epsilon = \frac{NTU}{1 + NTU}$	$\epsilon = 1$
 Paralelo	$\epsilon = \frac{1 - \exp[-NTU(1 + C^*)]}{1 + C^*}$	$\epsilon = \frac{1}{2} [1 - \exp(-2 NTU)]$	$\epsilon = \frac{1}{1 + C^*}$

Método ϵ - NTU

Método que se baseia na definição de eficiência térmica e que se deve aplicar quando se conhece o permutador, e se pretende saber a potência permutada e/ou a(s) temperatura(s) de saída de ambos os fluidos → Problema de comportamento.

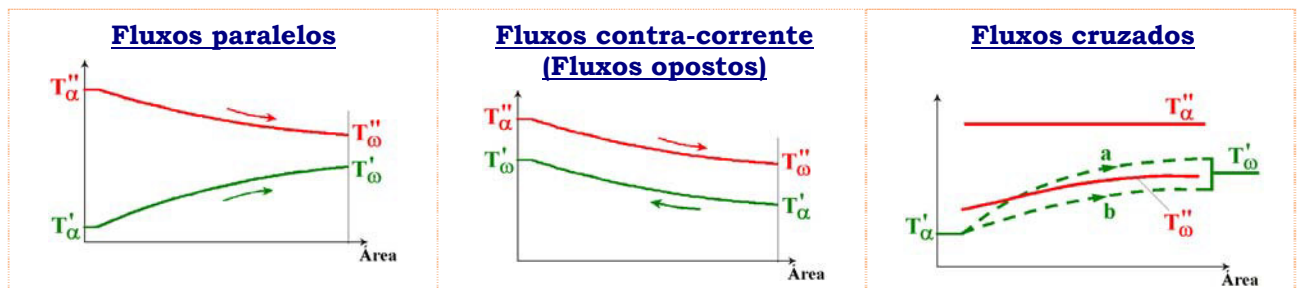
O fluxograma seguinte explica este método:



Lição nº 25

- Temas: Permutadores de Calor:**
- Diferença de temperatura média**
- Método da diferença de temperaturas média logarítmica**

Como se viu, temperatura dos fluidos no interior de um permutador de calor, varia desde a entrada até à saída, e essa variação depende, entre outros factores, do arranjo dos fluidos.



Portanto, as diferenças de temperatura locais (θ) no interior de um permutador de calor são sempre, ou quase sempre, diferentes ao longo do permutador.

A fim de tornar a análise térmica do permutador o mais simples possível, convém compatibilizar as distribuições permanentes das temperaturas num permutador, com o valor $\Delta T_{média}$, usado no cálculo da potência calorífica transferida ($\dot{Q} = U A \Delta T_{média}$).

Para o efeito, vamos usar como **modelo** um permutador de passagens simples e de fluxos paralelos (para os outros arranjos a análise é semelhante).

Para a área elementar, **dA**, representada no modelo, a potência calorífica transferida é:

$$d\dot{Q} = U \, dA \, (T'' - T') \tag{25.1}$$

ou, em função da potência calorífica perdida pelo fluido “quente”

$$d\dot{Q} = -\dot{M}'' \, c_p'' \, dT'' \tag{25.2}$$

ou, em função da potência calorífica perdida pelo fluido “frio”

$$d\dot{Q} = \dot{M}' \, c_p' \, dT' \tag{25.3}$$

Sendo $\theta = (T'' - T')$, então:

$$d\theta = dT'' - dT' = -\frac{d\dot{Q}}{\dot{M}'' \, c_p''} - \frac{d\dot{Q}}{\dot{M}' \, c_p'} \tag{25.4}$$

como $d\dot{Q} = U \, dA \, \theta$:

$$\frac{d\theta}{\theta} = -U \, dA \left[\frac{1}{\dot{M}'' \, c_p''} + \frac{1}{\dot{M}' \, c_p'} \right] \tag{25.5}$$

Fazendo $\theta = (T'' - T')$, as equações anteriores tomam a forma:

$$\text{Fazendo } Y = \frac{1}{\dot{M}'' \, c_p''} + \frac{1}{\dot{M}' \, c_p'} \tag{25.6}$$

as equações anteriores tomam a forma:

$\frac{d\theta}{\theta} = -U \, Y \, dA \tag{25.7}$ <p>Integrando para Y constante, obtém-se:</p> $[\ln \theta]_{\theta_1}^{\theta_2} = -Y \, A \frac{\int_{x=0}^{x=L} U \, dA}{A} \tag{25.9}$ $\ln \left[\frac{\theta_1}{\theta_2} \right] = + \bar{U} \, A \, Y \tag{25.11}$	$d\theta = -d\dot{Q} \left[\frac{1}{\dot{M}'' \, c_p''} - \frac{1}{\dot{M}' \, c_p'} \right] = -Y \, d\dot{Q} \tag{25.8}$ <p>Integrando para Y constante, obtém-se:</p> $\int_{x=0}^{x=L} d\theta = -Y \int_0^{\dot{Q}} d\dot{Q} \tag{25.10}$ $\dot{Q} = \frac{\theta_1 - \theta_2}{Y} \tag{25.12}$
--	---

Associando estas duas últimas equações, e eliminando a constante Y, obtém-se:

$$\dot{Q} = \bar{U} \, A \, \frac{\theta_1 - \theta_2}{\ln \frac{\theta_1}{\theta_2}} \rightarrow \dot{Q} = \bar{U} \, A \, \theta_{ln} \tag{25.13}$$

Onde $\theta_{ln} = \frac{\theta_1 - \theta_2}{\ln \frac{\theta_1}{\theta_2}}$ é a **Diferença Temperatura Média Logarítmica (DTML)** (25.14)

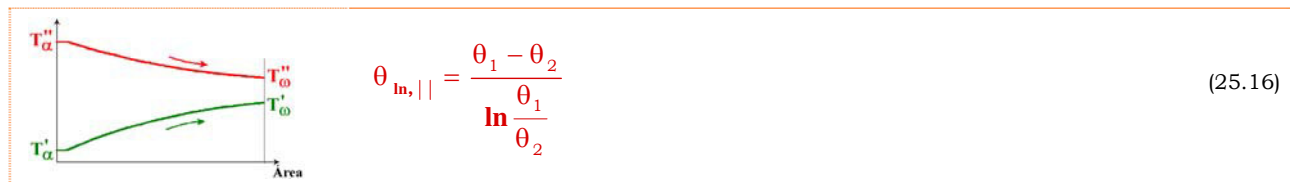
Onde θ_1 e θ_2 representam a diferença de temperatura entre os dois fluidos, na entrada e na saída do permutador de calor.

Então, a potência calorífica transferida num permutador de calor é calculada por:

$$\dot{Q} = \bar{U} \, A \, \Delta T_{m\acute{e}dia} = \bar{U} \, A \, \theta_{ln} \tag{25.15}$$

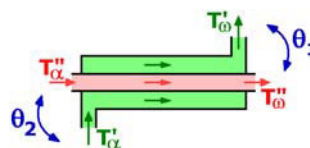
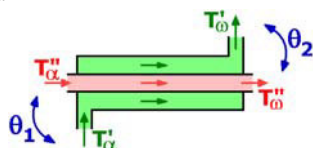
Notar que θ_1 e θ_2 são medidos na entrada e outro na saída, independentemente do que se considere para entrada ou para saída.

1. DTML para PC de fluxos paralelos

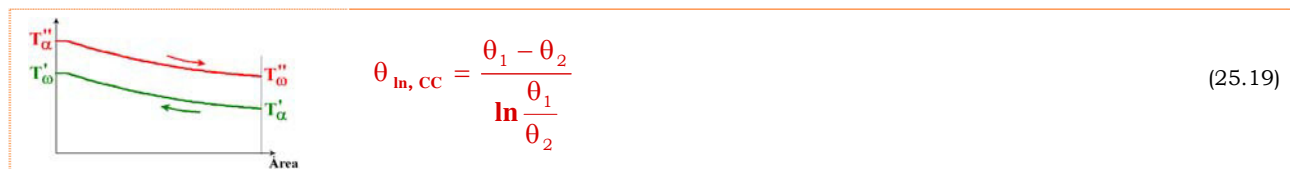


$$\begin{aligned} \theta_1 &= T''_{\alpha} - T'_{\omega} \\ \theta_2 &= T''_{\omega} - T'_{\alpha} \end{aligned} \tag{25.17}$$

$$\begin{aligned} \theta_2 &= T''_{\alpha} - T'_{\omega} \\ \theta_1 &= T''_{\omega} - T'_{\alpha} \end{aligned} \tag{25.18}$$

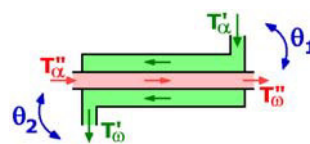
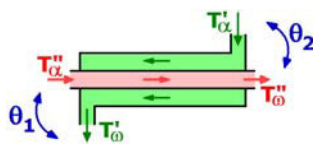


2. DTML para PC de fluxos opostos (contra-corrente)



$$\begin{aligned} \theta_1 &= T''_{\alpha} - T'_{\omega} \\ \theta_2 &= T''_{\omega} - T'_{\alpha} \end{aligned} \tag{25.20}$$

$$\begin{aligned} \theta_2 &= T''_{\alpha} - T'_{\omega} \\ \theta_1 &= T''_{\omega} - T'_{\alpha} \end{aligned} \tag{25.21}$$



3. DTML para PC de fluxos cruzados e para PC de múltiplas passagens

$$\theta_{ln} = F_c \theta_{ln,cc} \tag{25.22}$$

Onde $F_c \rightarrow$ **Factor de Correção**

$F_c = f$ (Arranjo dos fluxos; temperaturas de ambos os fluidos) \rightarrow **Ver anexo D, figura D.1**

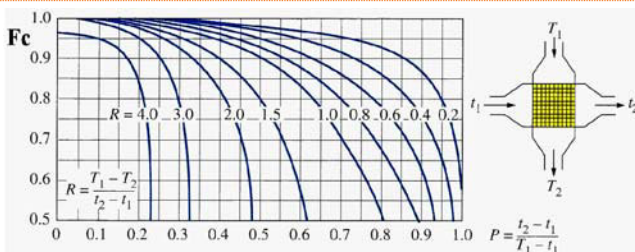
Exemplo:

PC Fluxos cruzados:

Passagens simples

e

ambos os fluidos não misturados

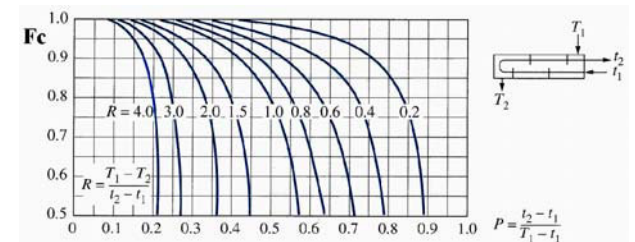


Exemplo: PC Passagens múltiplas:

1 passagem no lado da Carcaça,

e

2, 4, 6, ... passagens no lado dos tubos



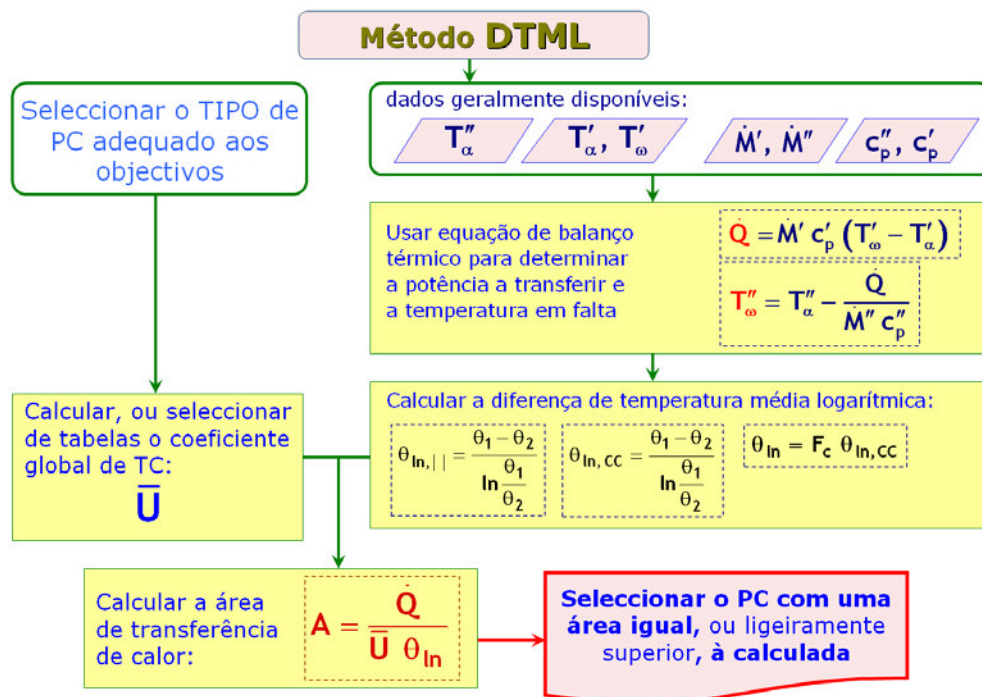
Método DTML (Diferença Temperatura Média logarítmica)

Método que se baseia na definição da diferença de temperatura média logarítmica para dimensionamento dos permutadores (cálculo da área de transferência de calor).

Porque o cálculo da DTML, obriga ao conhecimento de todas as temperaturas (ou ao conhecimento de 3 delas e ao cálculo de 1):

- ✓ Este método deve ser usado nos problemas de dimensionamento de permutadores
- ✓ Não é adequado a problemas de comportamento dos permutadores, nos quais, em geral, se desconhecem as temperaturas de saída de ambos os fluidos (a não ser que se usem métodos iterativos morosos e nada práticos).

O método DTML tem a estrutura de cálculo que se apresenta no fluxograma seguinte:



Lição nº 26

**Temas: Permutadores de Calor:
Análise Térmica de Permutadores**

Como se viu, existe uma relação entre o número de unidades de transferência de calor de um permutador de calor e a sua eficiência térmica, e que a expressão de cálculo do NTU, para o fluido aquecido (') é:

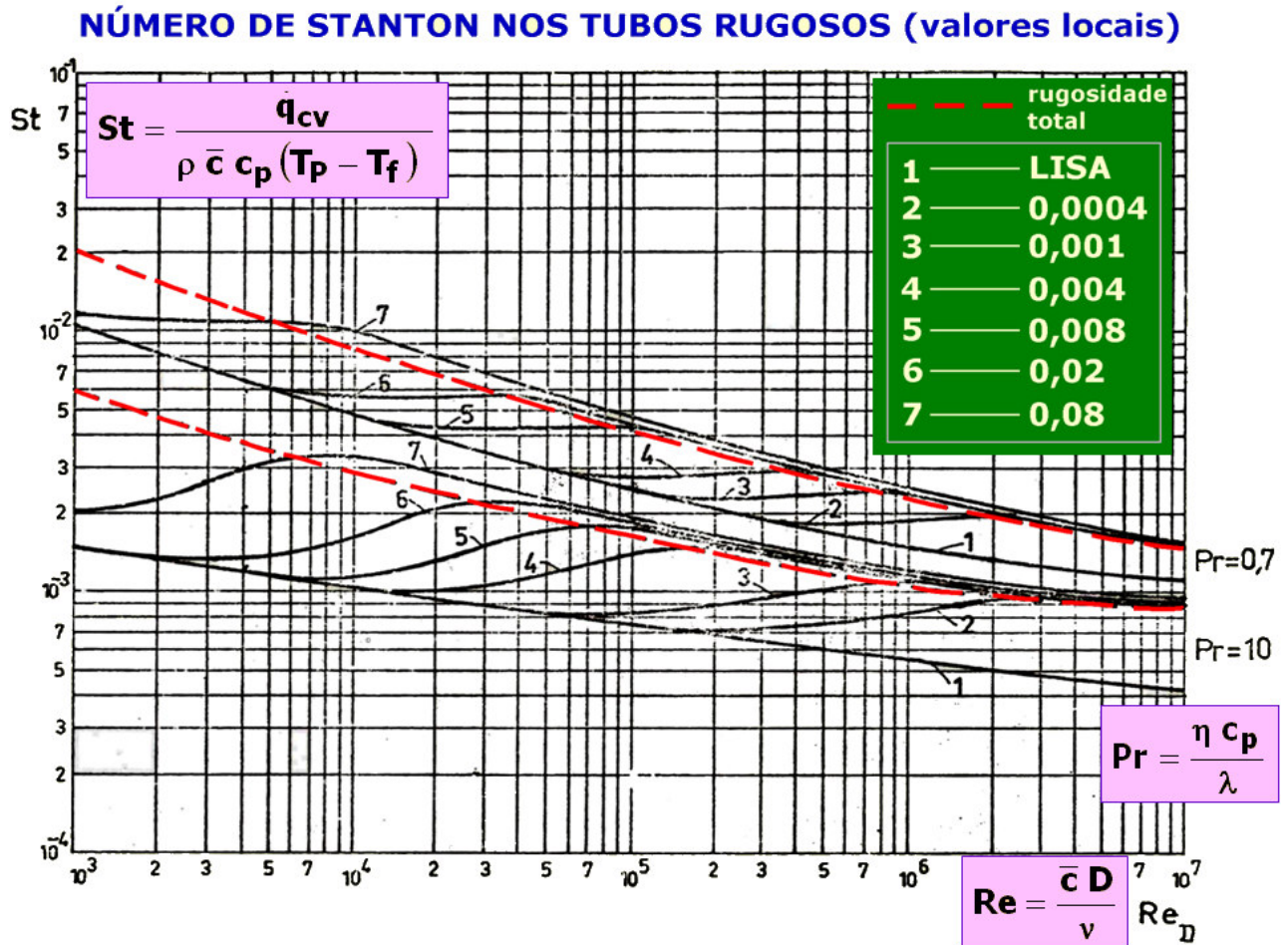
$$NTU' = \frac{A U}{\dot{M}' c'_p} \tag{26.1}$$

Esta expressão de NTU' pode tomar a forma:

$$NTU' = \frac{A}{\dot{M}' C'_p \left(\frac{1}{U} \right)} = \frac{A}{\dot{M}' C'_p \left(\frac{1}{\alpha'} + \frac{\Delta R}{\lambda} + \frac{1}{\alpha''} \right)} \tag{26.2}$$

A partir da qual é possível introduzir na análise o **número dimensional de Stanton (St)**.

Número de Stanton:
$$St = \frac{\overline{Nu}}{Re Pr} = \frac{\bar{\alpha}}{\rho \bar{c} c_p} = \frac{\bar{\alpha}}{\frac{\dot{M}}{S} c_p} \tag{26.3}$$



Dando a seguinte forma à expressão (26.3):

$$\frac{1}{\bar{\alpha}} = \frac{S}{\dot{M} c_p St} \tag{26.4}$$

É possível estabelecer, a partir da equação (26.2) uma outra equação para cálculo de NTU' em função do número de Stanton:

$$NTU' = \frac{A}{\frac{S'}{St'} + \frac{\Delta R \dot{M}' C'_p}{\lambda} + \frac{S'' \dot{M}'' C''_p}{St'' M'' C''_p}} \tag{26.5}$$

Continuando a manipular a equação anterior para cálculo de NTU', obtém-se a expressão:

$$NTU' = \frac{A/S'}{\frac{1}{St'} + \frac{S''/S'}{St''} \times \frac{\dot{M}' C'_p}{\dot{M}'' C''_p} + \frac{\Delta R \dot{M}' C'_p}{\lambda S'}} \tag{26.6}$$

- S' - Área secção transversal de passagem do fluido "frio"
- S'' - Área secção transversal passagem do fluido "quente"
- A - Área de transferência de calor
- ΔR- Resistência térmica do meio que separa os dois fluidos
- λ - Condutibilidade térmica do meio que separa os fluidos

- $St' = \frac{S' \alpha'}{\dot{M}' c'_p}$ e $St'' = \frac{S'' \alpha''}{\dot{M}'' c''_p}$

A última equação ainda pode ser alterada para adequação à análise que se pretende realizar.

Sendo:

$$\sigma = S'' / S' \quad (26.7)$$

$$\omega = \dot{M}'' c_p'' / \dot{M}' c_p' \quad (26.8)$$

$$\varphi = \frac{\lambda}{\Delta R} \times \frac{S'}{\dot{M}' c_p'} \quad (26.9)$$

Utilizando o **fluido frio** (') como referência a equação anterior toma a forma:

$$NTU' = \frac{A U}{\dot{M}' C_p'} = \frac{A / S'}{\frac{1}{St'} + \frac{\sigma}{\omega St''} + \frac{1}{\varphi}} \quad (26.10)$$

A **variação de NTU** pode ser directamente relacionada com parâmetros dimensionais fundamentais: **A** (Área de transferência de calor) e **S'** (Área da secção transversal)

Utilizando agora o **fluido quente** (") têm-se:

$$NTU'' = \frac{A U}{\dot{M}'' C_p''} = \frac{\omega A / S''}{\frac{\omega}{\sigma St'} + \frac{1}{St''} + \frac{\omega}{\varphi \sigma}} \quad (26.11)$$

Expressão de análise do NTU, relativa ao fluido arrefecido ("), em função da área de transferência de calor (**A**) e da área da secção transversal de passagem (**S''**).

Nota 1 - A variação do NTU, está directamente relacionada com a variação da eficiência (**ε**) do permutador de calor. A um **aumento do NTU, corresponde um aumento da eficiência.**

Nota 2 - A variação do número de Stanton, especialmente para os escoamentos turbulentos, é pouco sensível à variação de Re. O denominador, das equações de análise do NTU, será igualmente pouco sensível às variações de **A** e **S**, pelo que, numa avaliação preliminar se pode considerar constante.

Nota 3 - Definição das áreas **A** e **S'** ou **S''**:

Interior de tubos (feixe de tubos):

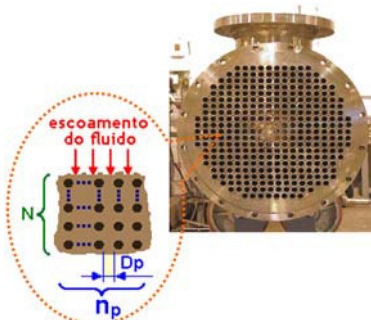


$$A = n \pi D L \quad (26.12)$$

$$S = n \frac{\pi D^2}{4} \quad (26.13)$$

$$\frac{A}{S} = 4 \frac{L}{D} \quad (26.14)$$

Exterior de tubos (feixe de tubos)



$$A = N n_p \pi D L \quad (26.15)$$

$$S = N n_p D_p D_p \quad (26.16)$$

$$\frac{A}{S} = \frac{\pi D}{D_p} \frac{L}{D} \quad (26.17)$$

- N** - Nº médio de fiadas de tubos
- D_p** - Distância entre duas colunas de tubos
- n_p** - Nº de passagens entre tubos distanciadosp
- n** - Nº de tubos

Perdas de carga

A análise térmica de permutadores de calor também pode ser efectuada através da variação das perdas de carga do lado do fluido aquecido (**Δp'**), ou do lado do fluido arrefecido (**Δp''**).

Como se sabe, as perdas de carga são calculadas da seguinte forma:

Perdas de carga lineares (Equação de Darcy-Weisbach)	Perdas de carga localizadas (Correlação de Darcy)
$\Delta p_{\text{linear}} = f \frac{L}{D} \rho \frac{c^2}{2} \quad (26.18)$	$\Delta p_{\text{local}} = f \frac{L_{\text{eq}}}{D} \rho \frac{c^2}{2} = K_0 \rho \frac{c^2}{2} \quad (26.19)$
<p>Δp - Perda de carga (Pa) L - Comprimento efectivo da conduta (m) L_{eq} - Comprimento equivalente de conduta (m) c - Velocidade média do fluido (m/s)</p>	<p>ρ - Massa volúmica do fluido (kg/m³) D - Diâmetro (hidráulico) (m) f - Factor de atrito K₀ - Coeficiente de perdas de carga localizadas</p>
<p>Perdas de carga total</p> $\Delta p_{\text{total}} = \Delta p_{\text{linear}} + \Delta p_{\text{local}} = \rho \frac{c^2}{2} \left(f \frac{L}{D} + \sum K_0 \right) \quad (26.20)$ <p>Esta expressão pode assumir outra forma:</p>	
$c = \frac{\dot{M}}{\rho S} \quad (26.21)$	$\frac{\Delta p_{\text{total}}}{p} = \frac{\dot{M}^2}{2 \rho p} \frac{1}{S^2} \left(f v \frac{A}{S} + \sum K_0 \right) \quad (26.24)$
$v = \frac{1}{4} \quad (\text{no interior de tubos}) \quad (26.22)$	<p>Equação que permite a análise simplificada das perdas de carga em função de A e S (S' ou S'')</p>
$v = \frac{\pi D}{D_p} \quad (\text{no exterior feixes de tubos}) \quad (26.23)$	

Análise Térmica

Como se sabe, quanto maior for o rendimento térmico de um permutador de calor, menor será a área de transferência de calor necessária para a permuta de uma dada potência calorífica, donde resulta um menor investimento inicial.

Por outro lado, quanto menor for a área maior a perda de carga e maiores serão os custos operacionais. Portanto, o objectivo será obter-se um compromisso (optimização) entre os custos de investimento e de utilização (perdas de carga, manutenção).

As equações atrás desenvolvidas tornam possível uma avaliação expedita das implicações resultantes das alterações dimensionais, que se queiram introduzir para melhorar a performance do PC. Essa avaliação será realizada com recurso a dois parâmetros fundamentais na análise: eficiência do permutador e perdas de carga.

Análise Térmica – Influência das modificações

Transferência de calor decisiva do lado do fluido aquecido ('): Aumento de A

A ↑
S' = C.te
S'' ↑

A partir da equação de cálculo de NTU atrás deduzida:

$$NTU' = \frac{A/S'}{1 + \frac{\sigma}{\omega St''} + \frac{1}{\phi}}$$

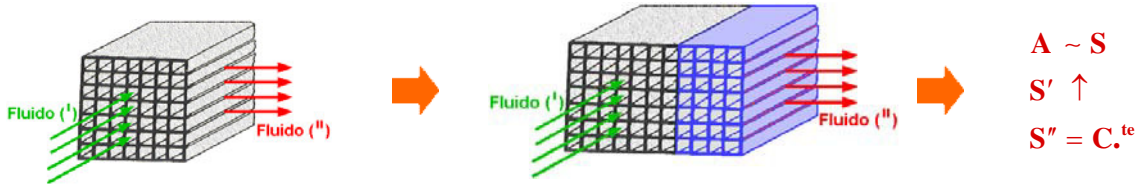
Conclui-se que a **eficiência aumenta**
 $\epsilon \uparrow$

A partir da equação de cálculo de Δp atrás deduzida:

$$\frac{\Delta p}{p} = \frac{\dot{M}^2}{2 \rho p} \times \frac{1}{S^2} \left(f v \frac{A}{S} + \sum K_0 \right)$$

Conclui-se que as **perdas de carga:**
 $\Delta p' / p' \uparrow$ e $\Delta p'' / p'' \downarrow$

Transferência de calor decisiva do lado do fluido aquecido ('): Aumentar S' e A~S'



Da mesma forma, a partir da equação de cálculo de NTU:

$$NTU' = \frac{A/S'}{\frac{1}{St'} + \frac{\sigma}{\omega St''} + \frac{1}{\phi}}$$

Conclui-se que a **eficiência não se altera**
 $\epsilon \leftrightarrow$

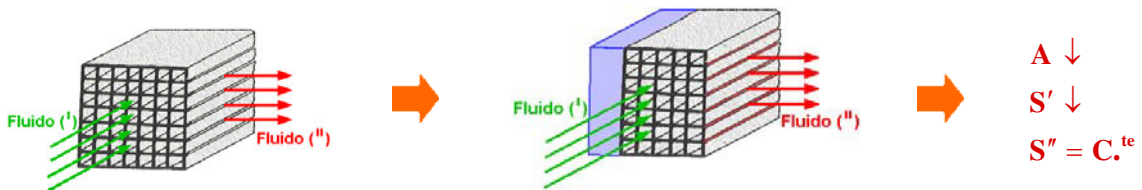
E a partir da equação de cálculo de Δp :

$$\frac{\Delta p}{p} = \frac{\dot{M}^2}{2 \rho p} \times \frac{1}{S^2} \left(f v \frac{A}{S} + \sum K_0 \right)$$

Conclui-se que as **perdas de carga:**

$$\Delta p' / p' \downarrow \text{ e } \Delta p'' / p'' \uparrow$$

Transferência de calor decisiva do lado do fluido aquecido ('): Reduzir S'



A partir da equação de cálculo de NTU:

$$NTU' = \frac{A/S'}{\frac{1}{St'} + \frac{\sigma}{\omega St''} + \frac{1}{\phi}}$$

Conclui-se que a **eficiência aumenta**
 $\epsilon \uparrow$

E a partir da equação de cálculo de Δp :

$$\frac{\Delta p}{p} = \frac{\dot{M}^2}{2 \rho p} \times \frac{1}{S^2} \left(f v \frac{A}{S} + \sum K_0 \right)$$

Conclui-se que as **perdas de carga:**

$$\Delta p' / p' \uparrow \text{ e } \Delta p'' / p'' \downarrow$$

Procedendo-se a análise semelhante à que se acabou de efectuar para o fluido aquecido e utilizando as correspondentes equações, obtém-se resultados análogos.

Quadro resumo da análise

SITUAÇÃO	Nº	MODIFICAÇÃO	TRANSFERÊNCIA (expresso por ϵ)	PERDA DE CARGA	
				$\Delta p'/p$	$\Delta p''/p$
transferência de calor decisiva do lado (')	1	Aumentar A	↑	↑	↓
	2	Aumentar S' e A~S'	—	↓	↑
	3	Diminuir S'	↑	↑	↓
transferência de calor decisiva do lado (")	4	Aumentar A	↑	↑	↓
	5	Aumentar S'' e A~S''	—	↓	↑
	6	Diminuir S''	↑	↑	↓

Anexo A

PROPRIEDADES FÍSICAS DO AR E DA ÁGUA

Tab. A1 - Propriedades Físicas do Ar

T (°C)	ρ (kg/m ³)	c_p (KJ/KgK)	λ (W/mK)	$\mu \times 10^6$ (N.s/m ²)	$\nu \times 10^6$ (m ² /s)	$\beta \times 10^3$ (K ⁻¹)	D (m ² /h)	Pr
-50	1,5340	1,005	0,0204	14,641	9,55	4,51	0,048	0,725
0	1,2930	1,005	0,0243	17,189	13,30	3,67	0,067	0,715
10	1,2488	1,005	0,0250	17,684	14,21	3,55	0,072	0,714
20	1,2045	1,005	0,0257	18,179	15,11	3,43	0,076	0,713
30	1,1656	1,005	0,0264	18,645	16,04	3,32	0,081	0,712
40	1,1267	1,005	0,0271	19,110	16,97	3,20	0,086	0,711
50	1,0931	1,005	0,0278	19,561	17,94	3,10	0,091	0,710
60	1,0595	1,009	0,0285	20,012	18,90	3,00	0,096	0,709
70	1,0297	1,009	0,0292	20,463	19,92	2,92	0,101	0,709
80	0,9998	1,009	0,0299	20,913	20,94	2,83	0,107	0,708
100	0,9458	1,009	0,0314	21,795	23,06	2,68	0,118	0,703
120	0,8968	1,013	0,0328	22,648	25,23	2,55	0,130	0,700
140	0,8535	1,013	0,0343	23,491	27,55	2,43	0,143	0,695
160	0,8170	1,017	0,0358	24,314	29,85	2,32	0,155	0,690
180	0,7785	1,022	0,0372	25,127	32,29	2,21	0,168	0,690
200	0,7457	1,026	0,0386	25,823	34,63	2,11	0,182	0,685

Tab. A2 - Propriedades Físicas da Água

T (°C)	P (atm)	ρ (kg/m ³)	c_p (KJ/KgK)	λ (W/mK)	$\mu \times 10^6$ (N.s/m ²)	$\nu \times 10^6$ (m ² /s)	$\beta \times 10^3$ (K ⁻¹)	Pr	q_{iv} (KJ/Kg)
0	1,00	999,8	4,218	0,552	1790,5	1,792	-0,070	13,67	2501
10	1,00	999,7	4,192	0,578	1306,3	1,304	0,088	9,47	2477
20	1,00	998,2	4,182	0,598	1001,6	1,004	0,207	7,01	2454
30	1,00	995,65	4,179	0,614	796,7	0,801	0,303	5,43	2430
40	1,00	992,2	4,179	0,628	651,7	0,658	0,385	4,34	2406
50	1,00	988,0	4,181	0,641	545,9	0,553	0,457	3,56	2382
60	1,00	983,2	4,184	0,651	465,5	0,474	0,523	2,99	2358
70	1,00	977,8	4,190	0,661	403,8	0,413	0,585	2,56	2333
80	1,00	971,8	4,197	0,669	354,8	0,365	0,643	2,23	2308
90	1,00	965,3	4,205	0,676	314,6	0,326	0,698	1,96	2283
100	1,03	958,4	4,216	0,682	277,3	0,295	0,752	1,75	2257
120	2,02	943,1	4,246	0,685	234,2	0,249	0,860	1,45	2203
140	3,68	928,1	4,287	0,684	198,9	0,215	0,975	1,25	2145
160	6,30	907,4	4,342	0,682	171,5	0,189	1,098	1,09	2083
180	10,23	886,8	4,409	0,678	150,4	0,170	1,233	0,98	2015
200	15,86	864,7	4,497	0,665	136,4	0,158	1,392	0,92	1941

Anexo B

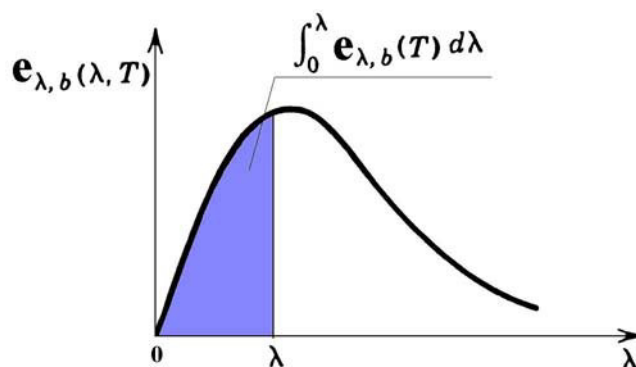
FRACÇÃO DA EMISSÃO TOTAL DE UM CORPO NEGRO

A fracção da energia total emitida por um corpo negro a uma dada temperatura (T) e num dado intervalo de comprimentos de onda (0→λ), designa-se por **F**, e determina-se da seguinte forma:

$$F_{0-\lambda}(T) = F_{0-\lambda T} = \frac{\int_0^\lambda e_{\lambda,b}(T) d\lambda}{\sigma T^4} \tag{B.1}$$

onde **e_{λ,b}** é o poder emissivo espectral do corpo negro, **T** é a sua temperatura, e **σ** é a constante de Stefan-Boltzmann.

Graficamente, **F_{0→λT}** é a relação entre a área sombreada, representada na figura, e a área total subentendida pela curva **e_{λ,b} (T,λ)**.



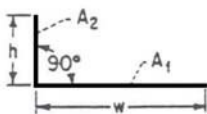
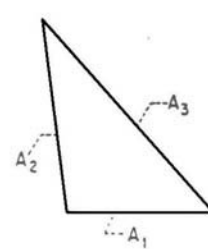
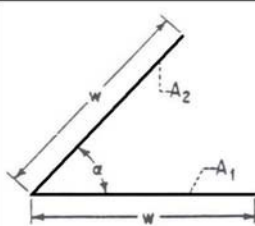
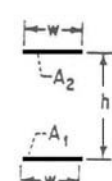
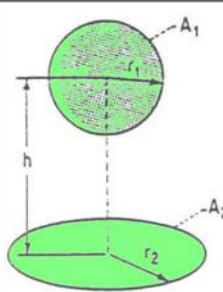
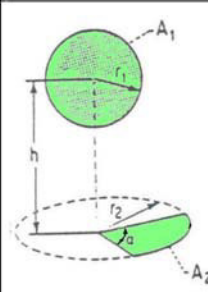
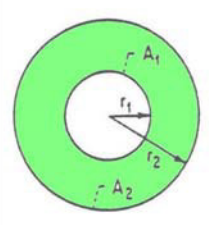
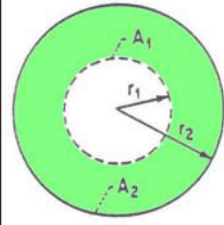
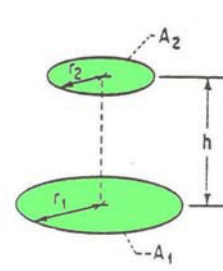
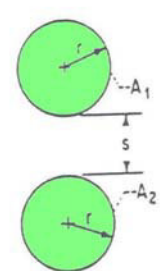
Os resultados da aplicação da equação B.1 estão registados na tabela B.1. Estes resultados também permitem calcular a fracção da radiação emitida entre dois comprimentos de onda (λ₁→λ₂).

Tab. B1 - Fracções da Radiação de um Corpo Negro							
λ T (μm·K)	F _{0-λT}	λ T (μm·K)	F _{0-λT}	λ T (μm·K)	F _{0-λT}	λ T (μm·K)	F _{0-λT}
200	0,000000	3 000	0,273232	6 000	0,737818	10 500	0,923710
400	0,000000	3 200	0,318102	6 200	0,754140	11 000	0,931890
600	0,000000	3 400	0,361735	6 400	0,769234	11 500	0,939959
800	0,000016	3 600	0,403607	6 600	0,783199	12 000	0,945098
1 000	0,000321	3 800	0,443382	6 800	0,796129	13 000	0,955139
1 200	0,002134	4 000	0,480877	7 000	0,808109	14 000	0,962898
1 400	0,007790	4 200	0,516014	7 200	0,819217	15 000	0,969981
1 600	0,019718	4 400	0,548796	7 400	0,829527	16 000	0,973814
1 800	0,039341	4 600	0,579280	7 600	0,839102	18 000	0,980860
2 000	0,066728	4 800	0,607559	7 800	0,848005	20 000	0,985602
2 200	0,100888	5 000	0,633747	8 000	0,856288	25 000	0,992215
2 400	0,140256	5 200	0,658970	8 500	0,874608	30 000	0,995340
2 600	0,183120	5 400	0,680360	9 000	0,890029	40 000	0,997967
2 800	0,227897	5 600	0,701046	9 500	0,903085	50 000	0,998953
2 898	0,250108	5 800	0,720158	10 000	0,914199	75 000	0,999713
						100 000	0,999905

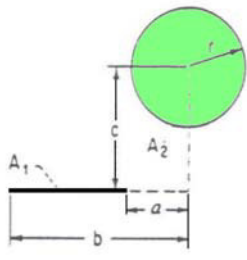
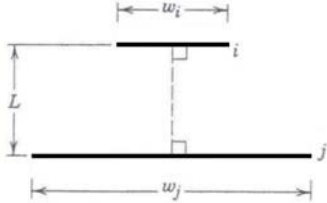
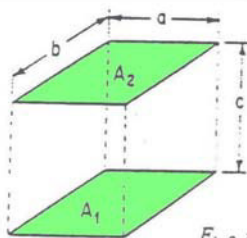
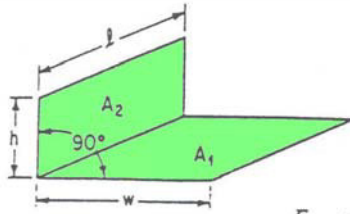
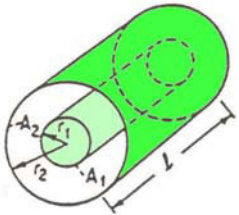
Anexo C FACTORES DE FORMA

O factor de forma F_{i-j} define a fracção de energia radiativa que sai da superfície i e atinge a superfície j .

Os factores de forma de várias geometrias podem ser calculados como se indica na tabela C.1, ou através dos gráficos das figuras C.1 até C.4.

Tab. C1 - Factores de Forma de Várias Geometrias	
 <p>Two infinitely long plates of unequal widths h and w, having one common edge, and at an angle of 90° to each other.</p> $H = \frac{h}{w}$ $F_{1-2} = \frac{1}{2}[1 + H - \sqrt{1 + H^2}]$	 <p>Infinitely long enclosure formed by three plane areas.</p> $F_{1-2} = \frac{A_1 + A_2 - A_3}{2A_1}$
 <p>Two infinitely long plates of equal finite width w, having one common edge, and at an included angle α to each other.</p> $F_{1-2} = F_{2-1} = 1 - \sin \frac{\alpha}{2}$	 <p>Two infinitely long, directly opposed parallel plates of the same finite width.</p> $H = \frac{h}{w}$ $F_{1-2} = F_{2-1} = \sqrt{1 + H^2} - H$
 <p>Sphere of radius r_1 to disk of radius r_2; normal to center of disk passes through center of sphere.</p> $R_2 = \frac{r_2}{h}$ $F_{1-2} = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1 + R_2^2}} \right)$	 <p>Sphere to sector of disk; normal to center of disk passes through center of sphere.</p> $R_2 = \frac{r_2}{h}$ $F_{1-2} = \frac{\alpha}{4\pi} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1 + R_2^2}} \right)$
 <p>Concentric cylinders of infinite length.</p> $F_{1-2} = 1$ $F_{2-1} = \frac{r_1}{r_2}$ $F_{2-2} = 1 - \frac{r_1}{r_2}$	 <p>Concentric spheres.</p> $F_{1-2} = 1$ $F_{2-1} = \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^2$ $F_{2-2} = 1 - \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^2$
 <p>Parallel circular disks with centers along the same normal.</p> $R_1 = \frac{r_1}{h} \quad R_2 = \frac{r_2}{h}$ $X = 1 + \frac{1 + R_2^2}{R_1^2}$ $F_{1-2} = \frac{1}{2} \left[X - \sqrt{X^2 - 4 \left(\frac{R_2}{R_1} \right)^2} \right]$	 <p>Infinitely long parallel cylinders of the same diameter.</p> $X = 1 + \frac{s}{2r}$ $F_{1-2} = F_{2-1} = \frac{1}{\pi} \left[\sqrt{X^2 - 1} + \sin^{-1} \left(\frac{1}{X} \right) - X \right]$

Tab. C1 - Factores de Forma de Várias Geometrias (continuação)

 <p>Infinitely long plane of finite width to parallel infinitely long cylinder.</p> $F_{1-2} = \frac{r}{b-a} \left[\tan^{-1} \frac{b}{c} - \tan^{-1} \frac{a}{c} \right]$	 <p>Placas paralelas simétricas em relação ao plano mediano normal</p> $W_i = w_i/L, W_j = w_j/L$ $F_{ij} = \frac{[(W_i + W_j)^2 + 4]^{1/2} - [(W_j - W_i)^2 + 4]^{1/2}}{2W_i}$
 <p>Identical, parallel, directly opposed rectangles.</p> $X = \frac{a}{c} \quad Y = \frac{b}{c}$ $F_{1-2} = \frac{2}{\pi XY} \left\{ \ln \left[\frac{(1 + X^2)(1 + Y^2)}{1 + X^2 + Y^2} \right]^{\frac{1}{2}} + X\sqrt{1 + Y^2} \tan^{-1} \frac{X}{\sqrt{1 + Y^2}} + Y\sqrt{1 + X^2} \tan^{-1} \frac{Y}{\sqrt{1 + X^2}} - X \tan^{-1} X - Y \tan^{-1} Y \right\}$	
 <p>Two finite rectangles of same length, having one common edge, and at an angle of 90° to each other.</p> $H = \frac{h}{l} \quad W = \frac{w}{l}$ $F_{1-2} = \frac{1}{\pi W} \left(W \tan^{-1} \frac{1}{W} + H \tan^{-1} \frac{1}{H} - \sqrt{H^2 + W^2} \tan^{-1} \frac{1}{\sqrt{H^2 + W^2}} + \frac{1}{2} \ln \left\{ \left[\frac{(1 + W^2)(1 + H^2)}{(1 + W^2 + H^2)} \right] \left[\frac{W^2(1 + W^2 + H^2)}{(1 + W^2)(W^2 + H^2)} \right]^2 \left[\frac{H^2(1 + H^2 + W^2)}{(1 + H^2)(H^2 + W^2)} \right]^2 \right\} \right)$	
 <p>Two concentric cylinders of same finite length.</p> $R = \frac{r_2}{r_1} \quad L = \frac{l}{r_1}$ $A = L^2 + R^2 - 1$ $B = L^2 - R^2 + 1$ <p>for any argument ξ:</p> $-\frac{\pi}{2} \leq \sin^{-1} \xi \leq \frac{\pi}{2}$ $0 \leq \cos^{-1} \xi \leq \pi$ $F_{2-1} = \frac{1}{R} - \frac{1}{\pi R} \left\{ \cos^{-1} \left(\frac{B}{A} \right) - \frac{1}{2L} \left[\sqrt{(A+2)^2 - (2R)^2} \cos^{-1} \left(\frac{B}{RA} \right) + B \sin^{-1} \left(\frac{1}{R} \right) - \frac{\pi A}{2} \right] \right\}$ $F_{2-2} = 1 - \frac{1}{R} + \frac{2}{\pi R} \tan^{-1} \left(\frac{2\sqrt{R^2 - 1}}{L} \right) - \frac{L}{2\pi R} \left\{ \frac{\sqrt{4R^2 + L^2}}{L} \sin^{-1} \left[\frac{4(R^2 - 1) + (L^2/R^2)(R^2 - 2)}{L^2 + 4(R^2 - 1)} \right] - \sin^{-1} \left(\frac{R^2 - 2}{R^2} \right) + \frac{\pi}{2} \left(\frac{\sqrt{4R^2 + L^2}}{L} - 1 \right) \right\}$	

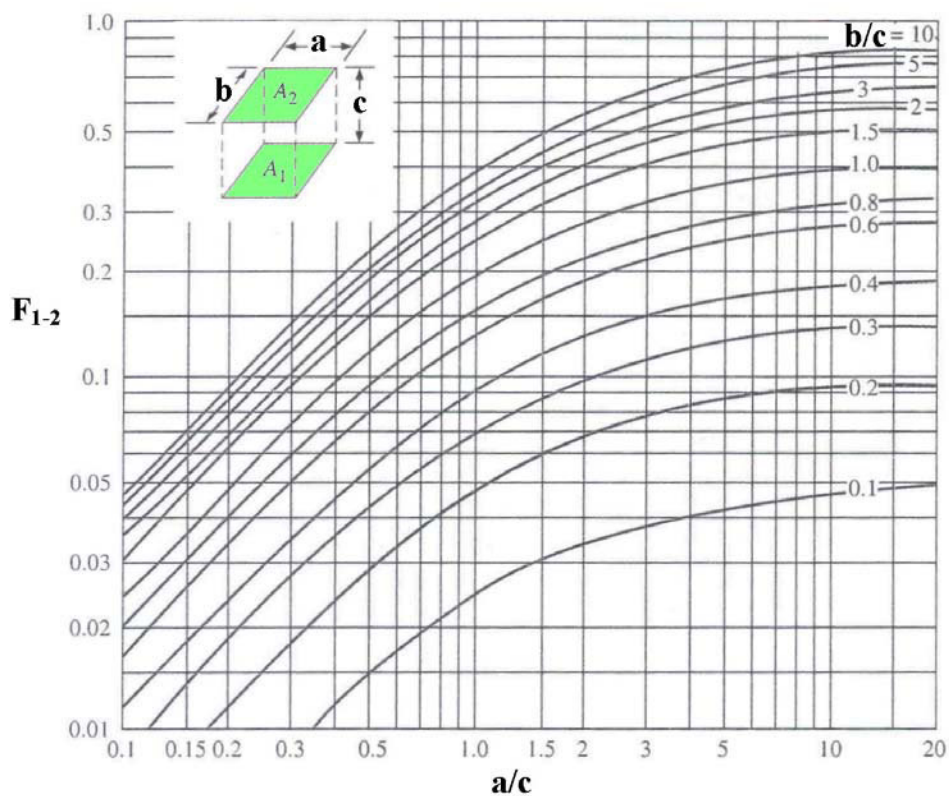


Fig. C.1 – Factores de Forma para Rectângulos Paralelos e Verticalmente Alinhados

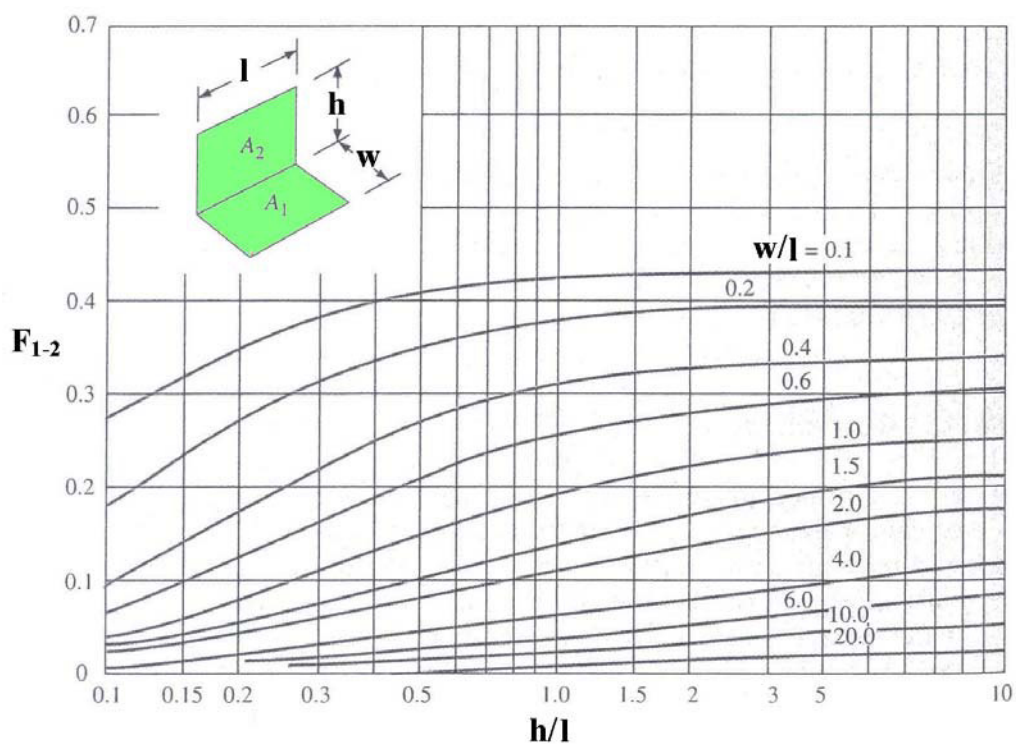


Fig. C.2 – Factores de Forma para Rectângulos Perpendiculares com uma Aresta Comum

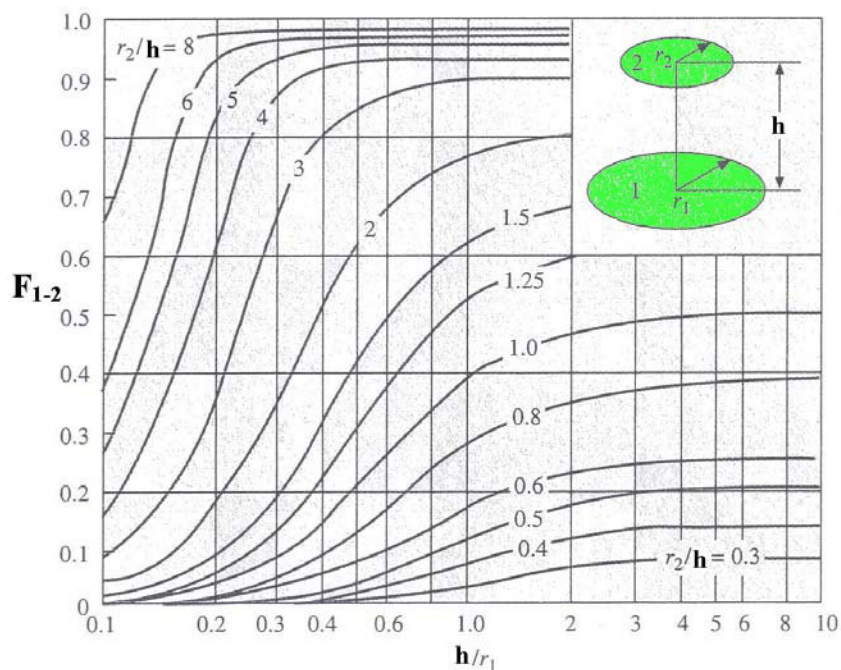


Fig. C.3 – Factores de Forma para Discos Paralelos Coaxiais

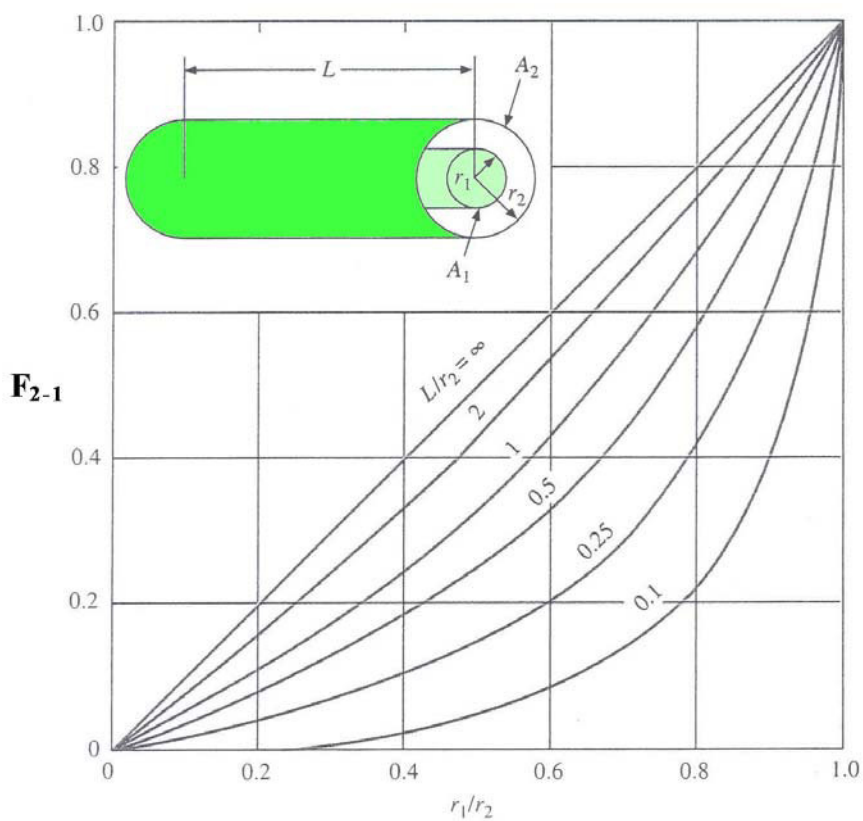


Fig. C.4 – Factores de Forma para Dois Cilindros Concêntricos de Comprimento Infinito

Anexo D

FACTORES DE CORRECÇÃO (para uso na equação 5.4)

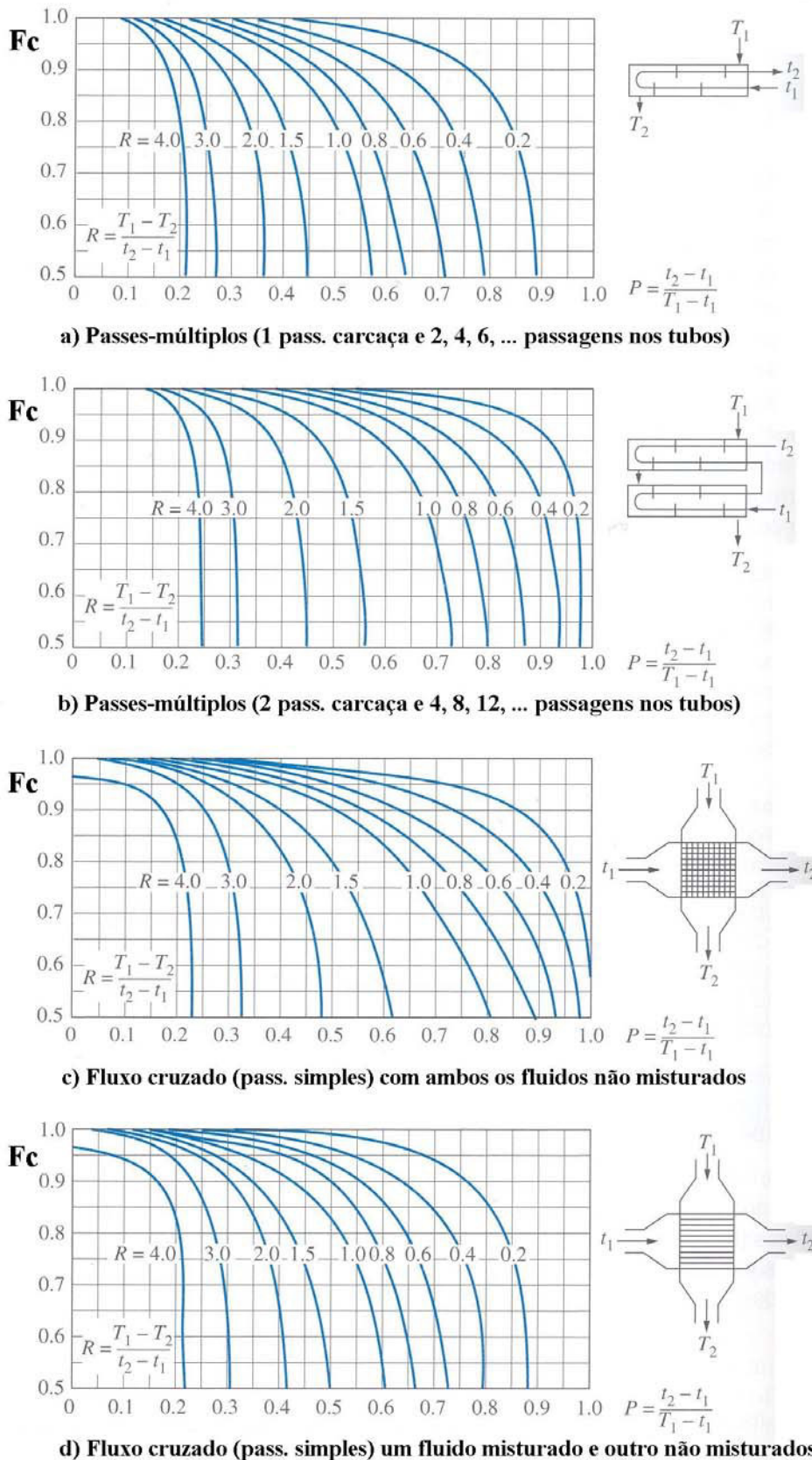
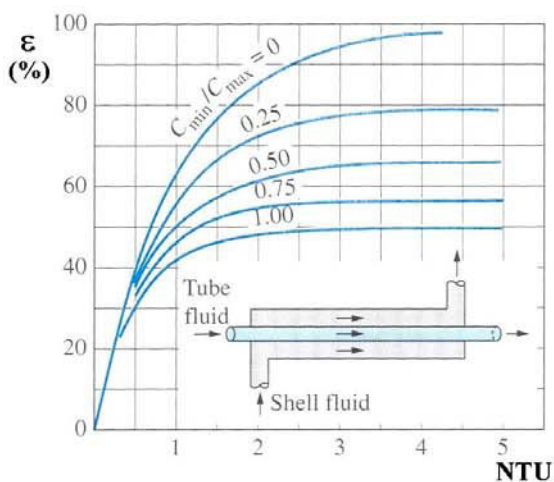
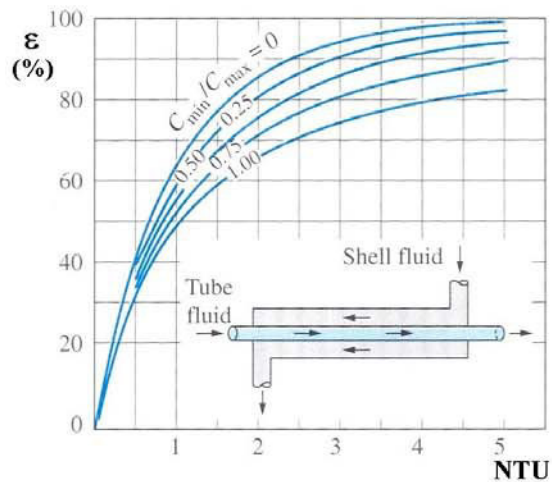


Fig. D.1 – Factor de Correção para Permutadores de Passagens Múltiplas ou de Fluxos Cruzados

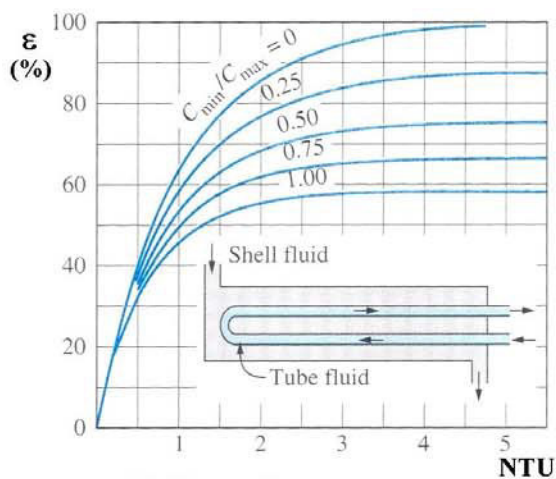
Anexo E
RELAÇÕES ϵ - NTU



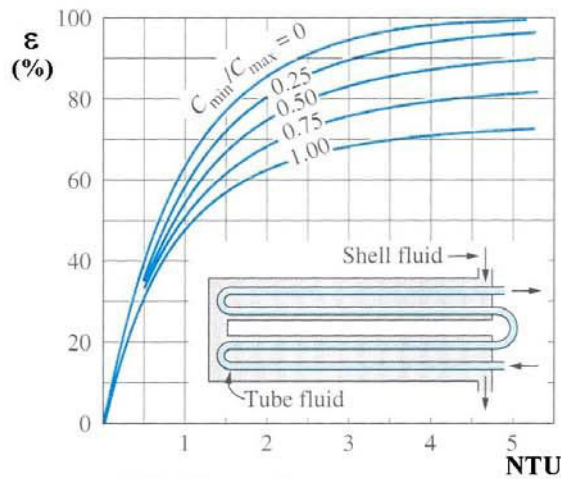
a) Fluxo paralelo



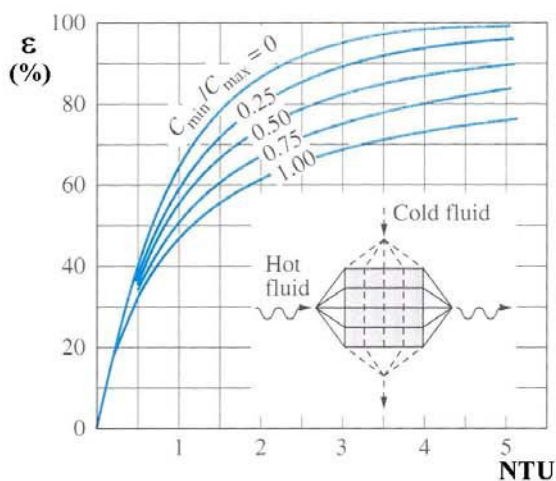
b) Fluxo contra-corrente



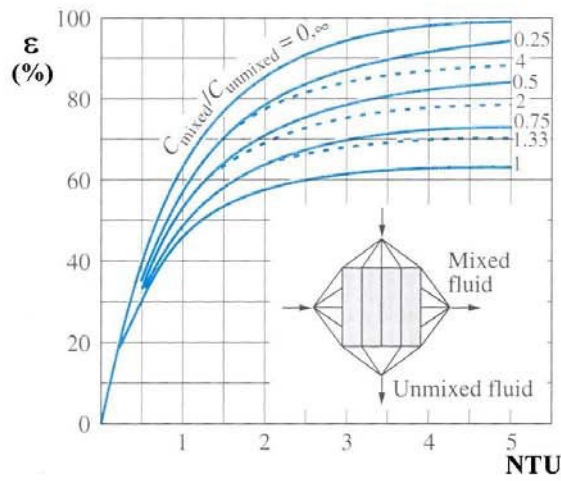
c) Multipasse (1 pass. na carcaça e, 2, 4, 6, ... passagens nos tubos)



d) Multipasse (2 pass. na carcaça e, 4, 8, 12, ... passagens nos tubos)



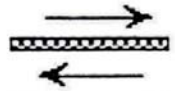
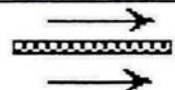
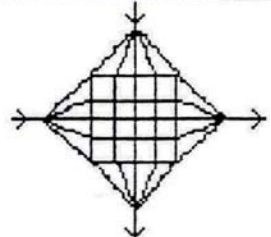
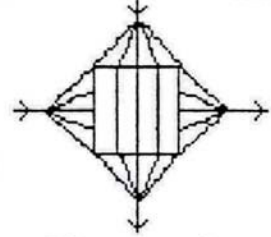
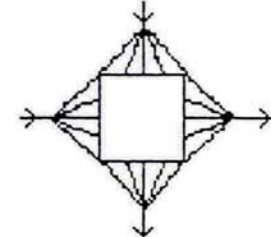
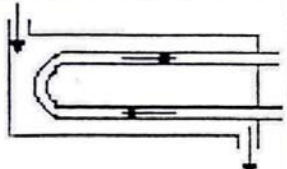
e) Fluxo cruzado com ambos os fluidos não misturados



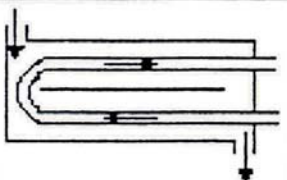
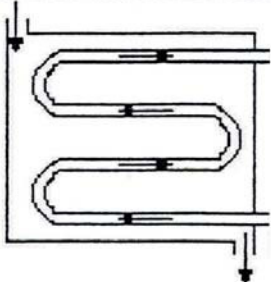
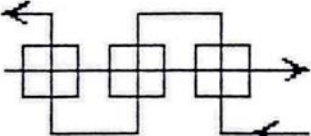
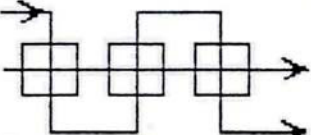
f) Fluxo cruzado com um fluido misturado e o outro não misturado

Fig. E.1 – Relações ϵ - NTU para várias configurações (arranjos de fluxos)

Tab. E.1 - Fórmulas ϵ - NTU (Casos gerais, $C^* = \frac{(\dot{M}c_p)_{\min}}{(\dot{M}c_p)_{\max}}$, $NTU \rightarrow \infty$)

Arranjos	ϵ -NTU	ϵ -NTU p/ $C^*=1$	ϵ p/ $NTU \rightarrow \infty$
 Contra-corrente	$\epsilon = \frac{1 - \exp[-NTU(1-C^*)]}{1 - C^* \exp[-NTU(1-C^*)]}$	$\epsilon = \frac{NTU}{1 + NTU}$	$\epsilon = 1$
 Paralelo	$\epsilon = \frac{1 - \exp[-NTU(1+C^*)]}{1 + C^*}$	$\epsilon = \frac{1}{2} [1 - \exp(-2 NTU)]$	$\epsilon = \frac{1}{1 + C^*}$
 Fluxos cruzados fluidos não misturados	$\epsilon = 1 - \exp[-(1+C^*)NTU] * [I_0(2 NTU \sqrt{C^*}) + \sqrt{C^*} I_1(2 NTU \sqrt{C^*}) + \frac{C^*-1}{C^*} \sum_{n=2}^{\infty} C^{*n/2} I_n(2 NTU \sqrt{C^*})]$	$\epsilon = 1 - [I_0(2 NTU) + I_1(2 NTU)] e^{-2NTU}$	$\epsilon = 1$
 Fluxos cruzados um fluido misturado	$C_{\min} \text{ misturado: } \epsilon = 1 - \exp\left[-\frac{1 - \exp(-NTU C^*)}{C^*}\right]$ $C_{\max} \text{ misturado: } \epsilon = \frac{1}{C^*} (1 - \exp(-C^*(1 - \exp(-NTU))))$	$\epsilon = 1 - \exp(-(1 - \exp(-NTU)))$ $\epsilon = 1 - \exp(-(1 - \exp(-NTU)))$	$\epsilon = 1 - \exp\left(-\frac{1}{C^*}\right)$ $\epsilon = \frac{1 - \exp(-C^*)}{C^*}$
 Fluxos cruzados fluidos misturados	$\epsilon = \frac{1}{\frac{1}{1 - \exp(-NTU)} + \frac{1}{1 - \exp(-NTU C^*)} - \frac{1}{NTU}}$	$\epsilon = \frac{1}{\frac{2}{1 - \exp(-NTU)} - \frac{1}{NTU}}$	$\epsilon = \frac{1}{1 + C^*}$
 Permutador carcaça-tubos 1-2, fluido da carcaça misturado, carcaça E	$\epsilon = \frac{2}{(1+C^*) + (1+C^*)^{1/2} \coth(\Gamma/2)}$ $\Gamma = NTU (1+C^*)^{1/2}$ $\coth(\Gamma/2) = \frac{1+e^{-\Gamma}}{1-e^{-\Gamma}}$	$\epsilon = \frac{2}{2 + \sqrt{2} \coth(\Gamma/2)}$ $\Gamma = \sqrt{2} NTU$	$\epsilon = \frac{2}{(1+C^*) + (1+C^*)^{1/2}}$

Tab. E.1 - Fórmulas ϵ - NTU (Casos gerais, $C^* = \frac{(\dot{M} c_p)_{\min}}{(\dot{M} c_p)_{\max}}$, $NTU \rightarrow \infty$) (continuação)

Arranjos	ϵ -NTU	ϵ -NTU p/ $C^*=1$	ϵ p/ $NTU \rightarrow \infty$
 <p>Permutador carcaça-tubos 1-2, fluido da carcaça não misturado, carcaça E</p>	$C_{\min} = C_t :$ $\epsilon = 1 - \frac{2C^* - 1}{2C^* + 1} \left[\frac{2C^* + \exp[-NTU(C^* + 1/2)]}{2C^* - \exp[-NTU(C^* - 1/2)]} \right]$ $C_{\min} = C_c :$ $\epsilon = \frac{1}{C^*} \frac{2C^*}{C^*(2+C^*)} * \left[\frac{2+C^*\exp[-NTU(1+C^*/2)]}{2-C^*\exp[-NTU(1-C^*/2)]} \right]$	$\epsilon = 1 - \frac{1}{3} \left[\frac{2 + \exp(-3/2 NTU)}{2 - \exp(-1/2 NTU)} \right]$	$C_{\min} = C_t :$ $\epsilon = \begin{cases} \frac{2}{1+2C^*}, & C^* \geq 0,5 \\ 1, & C^* < 0,5 \end{cases}$ $C_{\min} = C_c :$ $\epsilon = \frac{2}{2+2C^*}$
 <p>Permutador carcaça-tubos 1-4, fluido da carcaça misturado, carcaça E</p>	$C_{\min} = C_t :$ $\epsilon = 4 / [2(1+C^*) + (1+4C^*)^{1/2} \coth(\Gamma/4) + \tanh(NTU/4)]$ $\Gamma = NTU(1+4C^*)^{1/2}$ $C_{\min} = C_c :$ $\epsilon = 4 / [2(1+C^*) + (4+C^*)^{1/2} \coth(\Gamma/4) + C^* \tanh(NTU C^*/4)]$ $\Gamma = NTU(4+C^*)^{1/2}$	$\epsilon = \frac{4}{4 + \sqrt{5} \coth(\Gamma/4) + \tanh(NTU/4)}$ $\Gamma = \sqrt{5} NTU$	$C_{\min} = C_t :$ $\epsilon = \frac{4}{2(1+C^*) + (1+4C^*)^{1/2} + 1}$ $C_{\min} = C_c :$ $\epsilon = \frac{4}{2(1+C^*) + (4+C^*)^{1/2} + C^*}$
 <p>Permutador de n passagens (n=3 na fig.), arranjo global em contra-corrente, fluidos misturados entre passagens, cada passagem com $\epsilon =$</p>	$\epsilon = \frac{[(1-\epsilon_p C^*) / (1-\epsilon_p)]^n - 1}{[(1-\epsilon_p C^*) / (1-\epsilon_p)]^n - C^*}$ <p>Nota: $C^* = C_p^*$, $NTU = n NTU_p$</p> $\epsilon_p = \frac{[(1-\epsilon C^*) / (1-\epsilon)]^{1/n} - 1}{[(1-\epsilon C^*) / (1-\epsilon)]^{1/n} - C^*}$	$\epsilon = \begin{cases} n \epsilon_p / [1 + (n-1) \epsilon_p], & C^* = 1 \\ 1 - (1-\epsilon_p)^n, & C^* = 0 \end{cases}$	$\epsilon = \epsilon_{cc}$ $\epsilon_p \rightarrow 0$
 <p>Permutador de n passagens (n=3 na fig.), arranjo global em paralelo, fluidos misturados entre passagens, cada passagem com $\epsilon =$</p>	$\epsilon = \frac{1}{1+C^*} [1 - (1 - (1+C^*) \epsilon_p)^n]$ <p>Nota: $C^* = C_p^*$, $NTU = n NTU_p$</p> $\epsilon_p = \frac{1}{1+C^*} [1 - (1 - (1+C^*) \epsilon)^{1/n}]$	$\epsilon = \begin{cases} 1/2 [1 - (1-2\epsilon_p)^n], & C^* = 1 \\ 1 - (1-\epsilon_p)^n, & C^* = 0 \end{cases}$	$\epsilon = \epsilon_{paralelo}$ $\epsilon_p \rightarrow 0$