



Apontamentos de

Transferência de Calor

Por André Duarte Ferreira
Porto, 24 de Fevereiro de 2014

www.estudomec.info

Índice

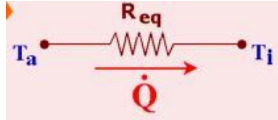
#FORMULÁRIO#	4
ANALOGIA REO-ELÉTRICA	4
GERAL	4
REGIME NÃO-PERMANENTE	5
DETERMINAÇÃO DE α	6
#CONDUÇÃO#	7
GERALIDADES	7
#CONVECÇÃO#	7
#RADIAÇÃO#	7
#EXERCÍCIOS#	8
I.1	8
I.2	10
I.3	11
I.4	12
I.5	14
I.6	17
I.7	19
I.8	22
I.9	24
I.10	26
I.11	29
I.12	31
I.13	32
II.1	34
II.2	36
II.3	39
II.4	42
II.5	45
II.6	48
II.7	51
II.8	52
II.9	53
III.1	55
III.2	59
III.3	60
III.4	61
IV.1	63
IV.2	65
IV.3	68
IV.4	69
IV.5	70
IV.6	73
IV.7	75
IV.8	78
IV.9	81
IV.10	83
IV.11	85
IV.12	86

V.1.....	88
V.2.....	92
V.3.....	93
#RESOLUÇÃO DE EXAMES#.....	95
2º TESTE: 6-JAN-2014	95
1º TESTE: 14-NOV-2013	100
EXAME FEV 2010.....	102
#OUTROS EXERCÍCIOS#.....	103
1.7.....	103
1.16.....	104
14.5.....	105
14.9.....	106
14.19.....	108
14.24.....	110
14.20.....	111
7.116.....	114

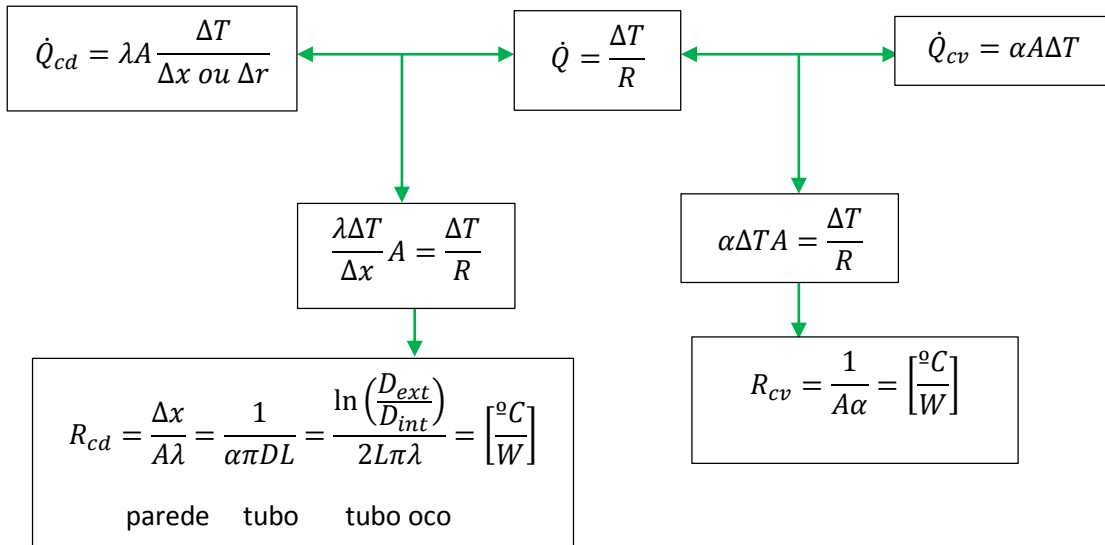
#Formulário#

Analogia reo-elétrica

Resistências em // $\rightarrow \frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots$



$$\dot{Q} = \frac{T_{+ quente} - T_{+ frio}}{R_{eq}}$$



Geral

Nota: o “-“ aparece em $\dot{Q}_{cd} = -\lambda \frac{dT}{dx} A$ mas não em $\dot{Q}_{cd} = \lambda \frac{\Delta T}{\Delta x} A$ porque no 1º caso se formos na direção em que aumenta a Tª, estamos a ir em direção contrária ao fluxo. No 2º caso temos sempre $\Delta T = T_{maior} - T_{menor}$ que é a direção do fluxo do calor.

Nota: Resistência térmica = $^{\circ}C/W$ ($\frac{1}{\alpha A}, \frac{\Delta x}{\lambda A}$, etc), Resistência térmica específica = $m^2 \frac{^{\circ}C}{W}$ ($\frac{1}{\alpha}, \frac{\Delta x}{\lambda}$, etc)

Eq. geral da condução $\rightarrow \nabla^2 T + \frac{\dot{q}_f}{\lambda} = \frac{1}{a} \frac{\partial T}{\partial t}$ (\dot{q}_f é o calor gerado por uma fonte de calor no volume dV)

difusividade térmica $\rightarrow a = \frac{\lambda}{\rho c_p}$

$\dot{Q} = \dot{q}_f \cdot Vol$ (onde se gera calor)

Quanto maior o coeficiente de convecção (α) maior a facilidade de o calor se transferir (maior \dot{q}).

Escoamentos externos

$$Re_{crit} = 5 \cdot 10^5$$

$$D_h = \frac{4A}{P}$$

Escoamentos internos

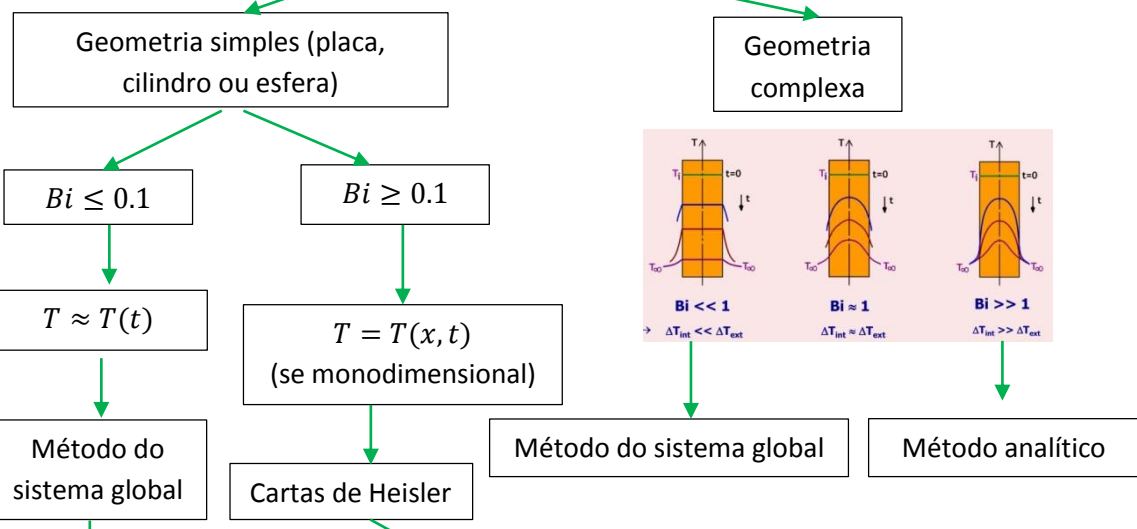
$$Re_{crit} = 2300$$

$$L_{e,lam} \approx 0.05 D Re \quad L_{e,turb} \approx 10 D$$

Regime não-permanente

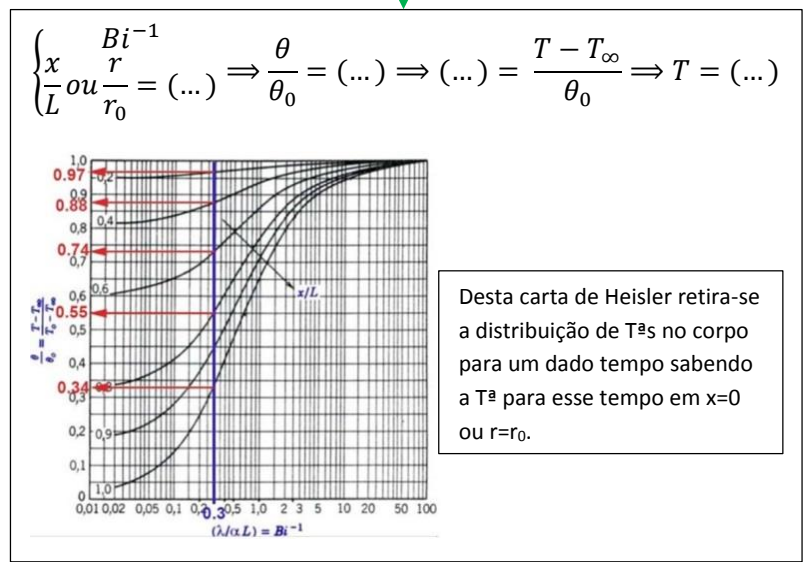
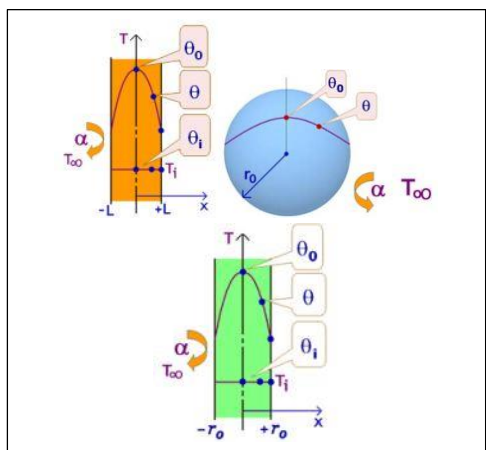
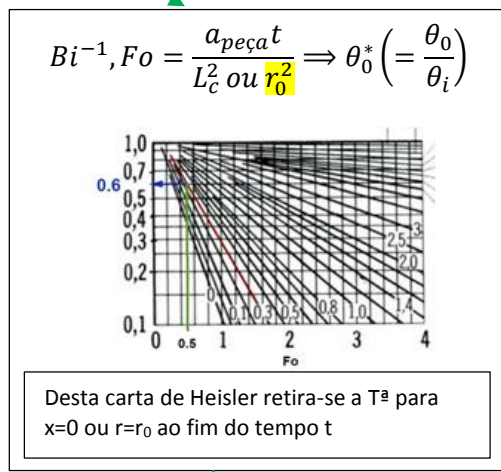
$T(x,y,z,t)$

$$Bi = \frac{\alpha L_c}{\lambda_{material}} \quad L_c = \frac{Volume}{\acute{A}rea \ de \ TC}$$



$$\frac{T(t) - T_{\infty}}{T_i - T_{\infty}} = e^{\frac{-\alpha A_{TC} t}{\rho Vol c_p}}$$

Índice 0: no instante, t , considerado em $x=0$ ou $r=0$
 Índice i : instante inicial ($t=0$)



Determinação de α

Escoamentos
internos

Escoamentos
externos

L = comprimento na
direção do escoamento

$$Nu = \frac{\alpha L \text{ ou } D}{\lambda_{\text{fluido}}}$$

Correlação para Nu

Depende de Re

Placas planas
(L)

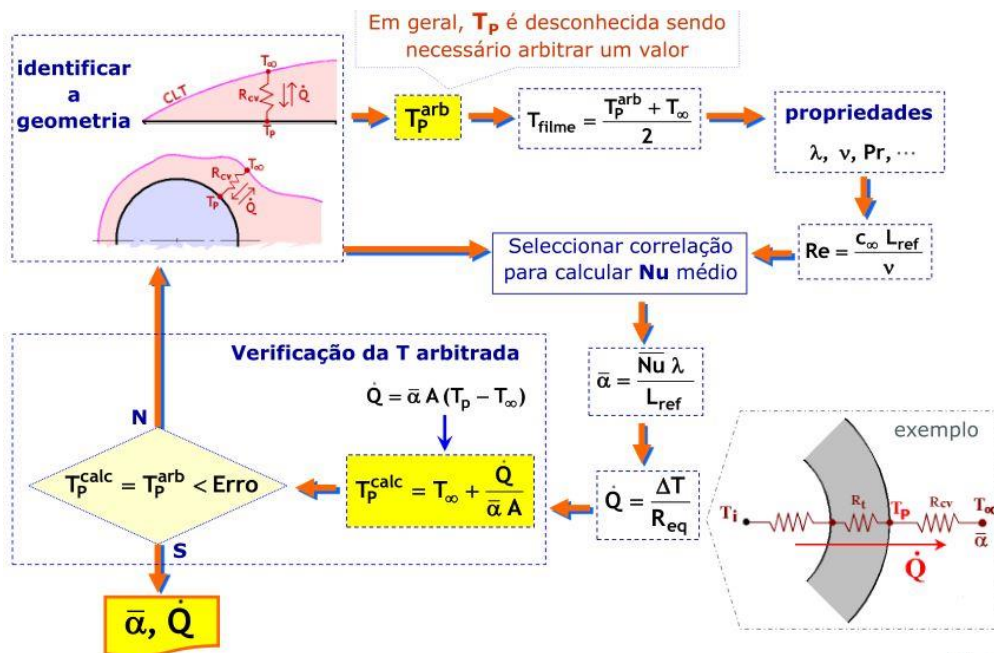
Cilindros
(D)

Esferas
(D)

$$\bar{\alpha} = \frac{\lambda_{\text{fluido}}(\text{correlação})}{L \text{ ou } D} \left[\frac{W}{m^2K} \right]$$

Lembrar de que as correlações são para $\bar{T}_{\text{filme}} = \frac{T_{\text{superfície}} + T_{\infty}}{2}$ (e daí o valor de α e Nu serão médios. Se não se souber $T_{\text{superfície}}$ ou T_{∞} uma delas terá que ser arbitrada. Depois no fim verifica-se. (processo iterativo)

Outra hipótese é integrar os valores locais a L dividir por L.



#Condução#

Geralidades

1. λ sólidos $>$ λ líquidos $>$ λ gases
2. λ metais $>$ λ não metais
3. Bons condutores térmicos = bons condutores elétricos
4. Em materiais com estrutura orientada (madeira, cristalinicos orientados) a condutividade não é isotrópica (não é igual para todas as direções)
5. λ não é constante para os materiais. É função da sua temperatura. Em alguns aumenta com a temperatura (ar, lã, rocha) noutros diminui (metais)

#Convecção#

Transferência de calor por movimento macroscópico e microscópico.

#Radiação#

Emissividade (ϵ) é tipo a eficiência de emissão de radiação, em q o máximo é o qe o CN emite.

Para se falar do CN, usa-se índice b (de black)

Poder emissivo: e. Poder emissivo corpo negro: $e_b = \sigma T_b^4$ (Lei de Stefan Boltzman) . Poder emissivo corpo real: $e_i = \epsilon_i \sigma T_i^4$

Emissividade total é a soma das emissividades para cada comprimento de onda (λ)

Variável espectral : varia com o comprimento de onda.

O Sol pode ser aproximado como um corpo negro a 5800K.

Para $T < 530$ °C a emissão encontra-se predominantemente na região do infra vermelho.

Se dois corpos iguais estiverem à mesma T^a há trocas de radiação?

R: Sim, mas o fluxo líquido é zero, porque ambos emitem e absorvem o mesmo (em termos radiativos pelo menos)

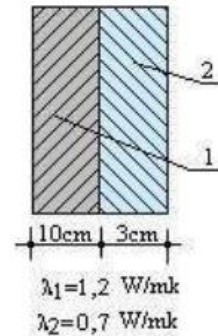
#Exercícios#

Notas:

- 1) Todos os valores estão em unidades SI, caso contrário as unidades são indicadas;
- 2) Se os resultados estiverem de acordo com as soluções aparece um ✓. Se não estiver de acordo com as soluções ou houver dúvidas não aparece o visto e aparece o valor que está nas soluções.

I.1

Uma parede é constituída por dois materiais com as características assinaladas na figura. A temperatura do ar exterior (contíguo a 1) é de 10°C, enquanto no interior o ar está a 20°C. O coeficiente de convecção exterior é de 20 W/m²K, e o interior é de 5 W/m²K.



- Calcule o fluxo de calor por unidade de área através da parede, sem utilizar a noção de resistência térmica equivalente
- Calcule o fluxo de calor, com recurso à noção de resistência térmica equivalente

$$T_{\infty e} = 10^{\circ}C \quad T_{\infty i} = 20^{\circ}C \quad \alpha_e = 20 \quad \alpha_i = 5$$

a)

Sabemos que o fluxo de calor por convecção do interior para a parede = fluxo de calor por condução dentro da parede = fluxo de calor por convecção da parede para o exterior. Dito por símbolos fica

$$\dot{Q}_{cvi} = \dot{Q}_{cd2} = \dot{Q}_{cd1} = \dot{Q}_{cve}$$

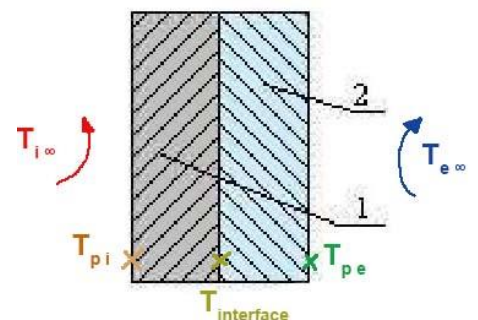
Pondo sob a forma de sistema de equações e o calor por unidade de área (qe é o qe é pedido)

$$\begin{cases} \dot{q}_{cvi} = \dot{q}_{cd2} \\ \dot{q}_{cd2} = \dot{q}_{cd1} \\ \dot{q}_{cd1} = \dot{q}_{cve} \end{cases}$$

Sabendo que

$$\dot{q}_{cd} = -\lambda \frac{dT}{dx} \Rightarrow -\lambda \frac{\Delta T}{\Delta x} \quad \text{e que} \quad \dot{q}_{cv} = \alpha \Delta T$$

$$\begin{cases} \alpha_i(T_{\infty i} - T_{pi}) = -\lambda_1 \frac{T_{pi} - T_{pit}}{e_1} \\ -\lambda_1 \frac{T_{pi} - T_{pit}}{e_1} = -\lambda_2 \frac{T_{pit} - T_{pe}}{e_2} \\ -\lambda_2 \frac{T_{pit} - T_{pe}}{e_2} = \alpha_e(T_{pe} - T_{\infty e}) \end{cases}$$



Outra maneira de fazer era

$$\begin{cases} \dot{q} = \alpha_i(T_{\infty i} - T_{pi}) \\ \dot{q} = -\lambda_1 \frac{T_{pi} - T_{pit}}{e_1} \\ \dot{q} = -\lambda_2 \frac{T_{pit} - T_{pe}}{e_2} \\ \dot{q} = \alpha_e(T_{pe} - T_{\infty e}) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dot{q} = 26.6 \text{ W/m}^2 \\ T_{pi} = 11.33^{\circ}C \\ T_{pe} = 14.68^{\circ}C \\ T_{pit} = 13.54^{\circ}C \end{cases} \quad \checkmark$$

b)

Utilizando a analogia reo-elétrica

$$R_{convecção} = R_{cv} = \frac{1}{A\alpha} \quad \dot{q} = \frac{\Delta T}{AR_{eq}} \quad (1) \quad R_{condução} = R_{cd} = \frac{\Delta x}{A\lambda}$$

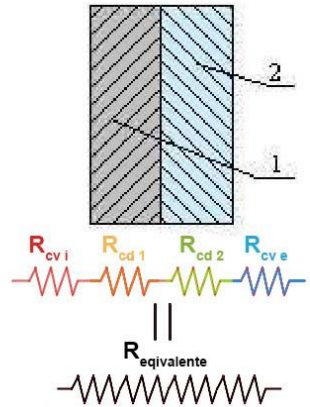
$$R_{eq} = \frac{1}{A\alpha_i} + \frac{e_1}{A\lambda_1} + \frac{e_2}{A\lambda_2} + \frac{1}{A\alpha_e}$$

Inserindo a eq. anterior em (1)

$$\dot{q} = \frac{\Delta T}{AA^{-1} \left(\frac{1}{\alpha_i} + \frac{e_1}{\lambda_1} + \frac{e_2}{\lambda_2} + \frac{1}{\alpha_e} \right)} = 26.58$$

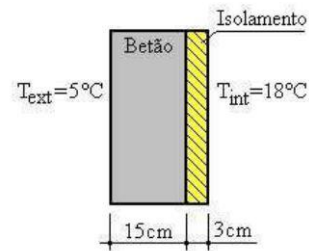
(soluções $\dot{q} = 27$)

Este método tem a vantagem que não é necessário andar a calcular as T^{as} intermédias. Se quisermos calcular qualquer T^a intermédia, como sabemos o fluxo, basta calcular a R_{eq} até ao ponto.



I.2

As paredes de uma casa são constituídas como mostra a figura. Os coeficientes de convecção interior e exterior são, respectivamente, de 7 e 20 W/m²K. A temperatura do ar no interior é de 18°C e no exterior é de 5°C. As condutibilidades térmicas do betão e do isolamento são iguais a 1,21 W/mK e 0,1 W/mK, respectivamente.

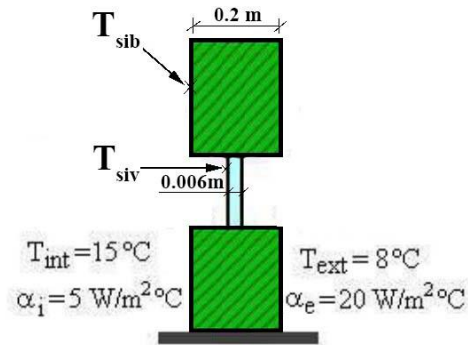


- Calcule o fluxo de calor que atravessa as paredes.
- Qual o fluxo se as paredes não tivessem isolamento?
- Determine as temperaturas da superfície interior e exterior da parede.
- Represente graficamente a variação de temperatura entre o interior e o exterior.
- Qual das resistências térmicas é a principal responsável pelo valor do fluxo de calor para o exterior?
- Suponha que se substitui a parede da figura anterior por uma outra constituída por duas camadas de betão de 5 cm cada, separadas por uma camada de ar de 5 cm de espessura. Admitindo que o transporte de energia através da camada de ar se realiza apenas pelo modo da condução ($\lambda_{ar} = 0,025$ W/mK, calcule o novo fluxo de calor, comparando-o com o obtido em a).

I.3

Uma sala tem uma parede exterior de betão ($\lambda = 1,21 \text{ W/mK}$) com 20 cm de espessura, na qual existe uma janela de vidro ($\lambda = 0,8 \text{ W/mK}$) de 6 mm de espessura.

Para as condições referidas, verifique em qual das superfícies interiores (betão ou vidro) é menor a temperatura. Porquê?



Pela analogia reo-elétrica

$$\dot{q}_b = \frac{T_{int} - T_{sib}}{R_{cvb}} = (T_{int} - T_{sib})\alpha_i$$

$$\dot{q}_v = \frac{T_{int} - T_{siv}}{R_{civ}} = (T_{int} - T_{siv})\alpha_i$$

As resistências de convecção determinam-se facilmente, o fluxo de calor pode-se determinar porque sabemos

$$\dot{q}_b = \frac{T_{int} - T_{ext}}{R_{eqb}}$$

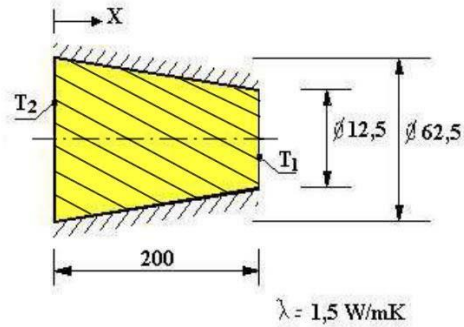
$$\dot{q}_v = \frac{T_{int} - T_{ext}}{R_{eqv}}$$

$$R_{eqb} = \frac{1}{\alpha_i} + \frac{\Delta x_b}{\lambda_b} + \frac{1}{\alpha_e} = 0,415 \Rightarrow \dot{q}_b = 16,87 \Rightarrow T_{sib} = 11,6^\circ\text{C} \quad \checkmark$$

$$R_{eqv} = \frac{1}{\alpha_i} + \frac{\Delta x_v}{\lambda_v} + \frac{1}{\alpha_e} = 0,258 \Rightarrow \dot{q}_v = 27,13 \Rightarrow \boxed{T_{siv} = 9,6^\circ\text{C}} \quad \checkmark$$

I.4

A figura mostra a secção cónica de um material cerâmico ($\lambda = 1,5 \text{ W/mK}$) com a superfície lateral bem isolada. Sendo a temperatura nos topos iguais a $T_1 = 400\text{K}$ e $T_2 = 600\text{K}$:



- a) Encontre uma expressão para $T(x)$, assumindo condições monodimensionais. Desenhe a distribuição da temperatura.
- b) Calcule o fluxo de calor através do cone.

a)

$$r = -\frac{\left(\frac{0.0625}{2} - \frac{0.0125}{2}\right)}{0.2}x + \frac{0.0625}{2} \Rightarrow r = -0.125x + 0.0315$$

Aplicando a equação geral da condução, simplificando e integrando duas vezes

$\nabla^2 T + \frac{\dot{q}_f}{\lambda} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t}$ $\frac{d^2 T}{dx^2} = 0$ $\frac{1}{A} \frac{d}{dx} \left(\frac{AdT}{dx} \right) = 0$ $d \left(\frac{AdT}{dx} \right) = 0 \cdot dx$	$d \left(\pi(-0.125x + 0.0315)^2 \frac{dT}{dx} \right) = 0 \cdot dx$ $\int (-0.125x + 0.0315)^2 \frac{dT}{dx} = \int 0 \cdot dx$ $(-0.125x + 0.0315)^2 \frac{dT}{dx} = c_1$ $\int dT = \int \frac{c_1 dx}{(-0.125x + 0.0315)^2}$	$T = c_1 \frac{1}{-0.125} \frac{(-0.125x + 0.0315)^{-1}}{-1} + c_2$ $T = -\frac{64}{x - 0.25} c_1 + c_2$
--	---	--

Sabendo-se as temperaturas no topo, e sendo a condição de T^a de primeira espécie, podemos usar as duas como cond. fronteira

$$\text{condições fronteira} \rightarrow \begin{cases} T(0) = 400 \\ T(200) = 600 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 400 = (...) \Rightarrow c_1 = -0.195 \\ 600 = (...) \Rightarrow c_2 = 650 \end{cases}$$

Portanto a distribuição de temperaturas é

$$T(x) = \frac{12.5}{x - 0.25} + 650$$

(soluções: $T(x) = \frac{37.5 - 175x}{0.0625 - 0.25x}$)

b)

$$\dot{Q} = -\lambda A \frac{dT}{dx}$$

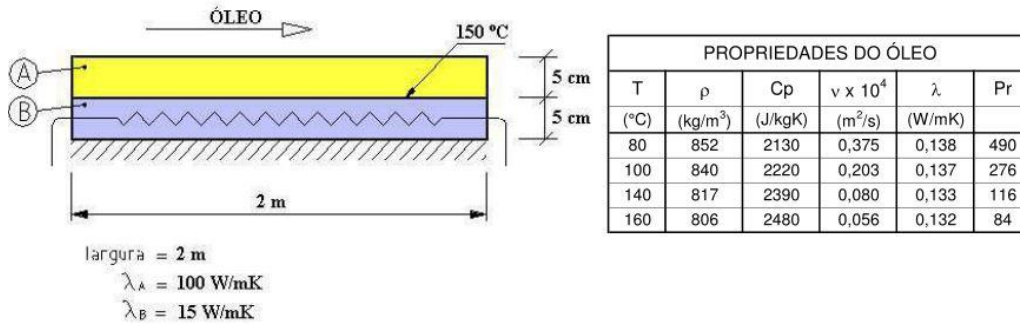
$\lambda = 1.5$	$A = \pi(-0.125x + 0.0315)^2$	$\frac{dT}{dx} = \frac{-0.195}{(-0.125x + 0.0315)^2}$
-----------------	-------------------------------	---

$$\dot{Q} = -1.5 \cdot \pi(-0.125x + 0.0315)^2 \cdot \frac{-0.195}{(-0.125x + 0.0315)^2} \Rightarrow \dot{Q} = 0.918 \text{ W}$$

(soluções: $\dot{Q}=1.8W$)

I.5

O tratamento térmico superficial da placa [A] representada na figura, exige que uma das suas superfícies seja mantida, durante um determinado período de tempo, à temperatura de 150°C. Para tal, a superfície a tratar é aquecida por contacto com uma placa metálica [B], que é atravessada por uma corrente eléctrica geradora de um fluxo de calor uniforme por unidade de volume da placa [B].



- a) Sabendo que a face inferior da placa [B] está isolada, e que a temperatura máxima nesta placa deverá ser de 153°C, calcule a potência calorífica necessária, por unidade de volume de [B].
- b) Calcule a temperatura da face superior da placa [A].

a)

$\dot{q}_{fB}?$

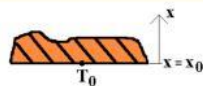
Aplicando a equação geral da condução em regime permanente, mono dimensional com geração de calor e integrando duas vezes tem-se

$$\frac{d^2T}{dx^2} = -\frac{\dot{q}_{fB}}{\lambda} \Rightarrow \frac{d}{dx} \left(\frac{dT}{dx} \right) = -\frac{\dot{q}_{fB}}{\lambda} \Rightarrow d \left(\frac{dT}{dx} \right) = -\frac{\dot{q}_{fB}}{\lambda} dx \Rightarrow \int d \left(\frac{dT}{dx} \right) = \int -\frac{\dot{q}_{fB}}{\lambda} dx \Rightarrow$$

$$\boxed{\frac{dT}{dx} = -\frac{\dot{q}_{fB}}{\lambda} x + c_1} \Rightarrow dT = \left(-\frac{\dot{q}_{fB}}{\lambda} x + c_1 \right) dx \Rightarrow \int dT = \int -\frac{\dot{q}_{fB}}{\lambda} x + c_1 dx$$

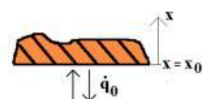
$$\boxed{T = -\frac{\dot{q}_{fB}}{2\lambda} x^2 + c_1 x + c_2}$$

1ª espécie: **condição de temperatura.** Conhece-se a temperatura na fronteira



$$x = x_0 \Rightarrow T_{(x=x_0)} = T_0 \tag{3.8}$$

2ª espécie: **condição de fluxo.** Conhece-se o fluxo de calor na fronteira



No caso monodimensional:

$$x = x_0 \Rightarrow \dot{q}_0 = -\lambda \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=x_0} \text{ ou } -\left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=x_0} = \frac{\dot{q}_0}{\lambda} \tag{3.9}$$

Caso particular: parede adiabática ou condição de simetria

$$-\left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=x_0} = 0 \tag{3.10}$$

$$\text{condições fronteira} \rightarrow \begin{cases} T(0) = 153^\circ\text{C} \Rightarrow c_2 = 153 \\ \dot{q}|_{x=0} = -\lambda \frac{dT}{dx} = 0 \Rightarrow -\lambda \left(-\frac{\dot{q}_{fB}}{\lambda} x + c_1 \right) = 0 \Rightarrow c_1 = 0 \end{cases}$$

$$T(0.05) = 150 = -\frac{\dot{q}_{fB}}{2 \cdot 15} 0.05^2 + 153 \Rightarrow \dot{q}_{fB} = 36000 \text{ W/m}^2 \quad \checkmark$$

b)

Pela analogia reo-elétrica **ou** aplicando a equação geral da condução à placa de cima.

Pela analogia reo-elétrica

$$\dot{Q}_B = \dot{Q}_A$$

$$\dot{q}_{fB} \cdot Vol = \frac{150 - T_{SA}}{R_{cdA}}$$

$$R_{cdA} = \frac{\Delta x}{\lambda_A A}$$

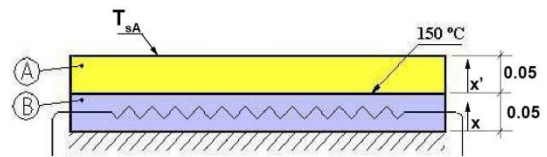
$$\dot{q}_{fB} \cdot Vol = \frac{(150 - T_{SA})\lambda_A A}{\Delta x}$$

$\dot{q}_{fB} = 36000$	$Vol = A \cdot \Delta x = 4 \cdot 0.05 = 0.2$	$\lambda_A = 100$	$A = 2 \cdot 2 = 4$
	$\Delta x = 0.05$	$T_{SA}?$	

$$T_{SA} = 149.1^\circ\text{C}$$

Aplicando a equação geral da condução à placa de cima

$$\nabla^2 T + \frac{\dot{q}_{fA}}{\lambda} = \frac{1}{a} \frac{\partial T}{\partial t}$$



$$\frac{d^2 T}{dx'^2} = 0 \Rightarrow \frac{dT}{dx'} = c_3 \Rightarrow T = c_3 x' + c_4$$

$$\text{Condições fronteira} \rightarrow \begin{cases} T(0) = 150 \Rightarrow c_2 = 150 \\ \dot{q}_{A|x'=0} = \dot{q}_{B|x=0.05} \end{cases}$$

Relativamente à condição fronteira de baixo:

$$\begin{cases} \dot{q}_{B|x=0.05} = -\lambda_B \frac{dT}{dx} = -\lambda_B \left(-\frac{\dot{q}_{fB}}{\lambda_B} x + c_1 \right) \\ \dot{q}_{A|x'=0} = -\lambda_A \frac{dT}{dx'} = -\lambda_A c_3 \end{cases} \Rightarrow -\lambda_B \left(-\frac{\dot{q}_{fB}}{\lambda_B} x + c_1 \right) = -\lambda_A c_3$$

$\lambda_B = 15$	$\lambda_A = 100$	$c_1 = 0$
$\dot{q}_{fB} = 36000$	$x = 0.05$	$c_3?$

$$c_3 = -18$$

$$T = -18x + 150 \Rightarrow T(0.05) = 149.1 \quad \checkmark$$

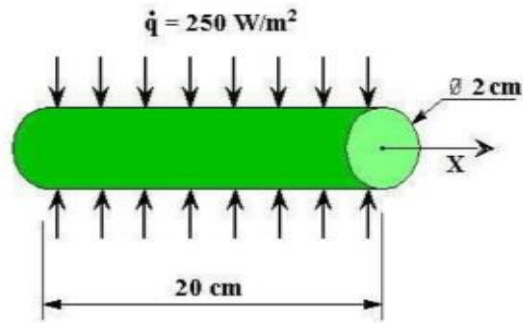
Pensei qe \dot{q}_B fosse sempre cte e não variasse com x . \rightarrow Nop. Em baixo não há fluxo de calor, por exemplo. É como uma nascente. Em toda ela nasce a mesma quantidade de água por m^2 de terreno (\dot{q}_f) Mas na parte de trás quase não há caudal em movimento (\dot{q}), enquanto que à frente todo o caudal que nasceu na nascente toda tem de se mover. Isto só acontece quando há uma superfície isolada ou quando há geração de calor.



I.6

Um cilindro metálico ($\lambda = 200$ W/mK, $\rho = 2787$ kg/m³, $c_p = 896$ J/kgK) é aquecido uniformemente na sua superfície lateral, sendo arrefecido pelos topos, expostos ao ar a 10°C, com um coeficiente de transferência de 100 W/m²K.

Admitindo condução monodimensional segundo o eixo (x), calcule a temperatura máxima e mínima em regime permanente, quando o cilindro é aquecido.



$$\text{metal} \rightarrow \begin{cases} \lambda = 200 \\ \rho = 2787 \\ c_p = 896 \end{cases} \quad \text{ar} \rightarrow \begin{cases} T_\infty = 10^\circ\text{C} \\ \alpha = 100 \end{cases}$$

A T^a máxima dever-se-á encontrar no centro e a T^a mínima nos topos. A T^a nos topos parece ser a mais fácil de calcular e então começa-se por aí.

Considerando a superfície de um dos topos e aplicando a analogia reo-elétrica

$$\dot{q}_{sai} = \frac{T_{topo} - T_{ar}}{R_{cv} = 1/\alpha} \Rightarrow \dot{q}_{sai} = \alpha(T_{topo} - T_{ar})$$

Obtendo \dot{q}_{sai} , tira-se a T_{topo} .

$$\dot{Q}_{entra} = \dot{Q}_{sai} \rightarrow \dot{q}_{entra} A_{entrada} = \dot{q}_{sai} A_{saída}$$

$A_{entrada} = Pl = \pi D l = \pi \cdot 0.02 \cdot 0.2 = 0.1257$	$A_{saída} = 2 \cdot \frac{\pi D^2}{4} = 6.28 \cdot 10^{-4}$	$\dot{q}_{entra} = 250$
$D = 0.02$	$l = 0.2$	

$$\dot{q}_{sai} = 5000 \rightarrow T_{topo} = 60^\circ\text{C} \quad \checkmark$$

Nota: se quiséssemos saber o fluxo de calor por área numa superfície intermédia (qe ia ser diferente de 5000) em vez de "l" usava-se x, que seria a distância ao centro (visto existir simetria, podia-se dividir em dois e considerar o meio como adiabático).

Para saber a T^a no centro é preciso aplicar a equação geral da condução ao cilindro (equação (1)).

Nota: Se usássemos a analogia reo elétrica

$$\dot{q}_{sai} = \frac{\Delta T}{R_{cd}} = \frac{T_{centro} - T_{topo}}{\frac{\Delta x}{\lambda}} \Rightarrow T_{centro} = 62.5^\circ\text{C}$$

daria a T^a no centro caso não houvesse geração de calor (isto é, variação da temperatura linear, enquanto que com fonte de calor é parabólica). A analogia elétrica só funciona se o fluxo de calor for constante. Neste caso à medida que nos aproximamos dos topos o fluxo de calor aumenta, pelo que está presente um caso onde se pode considerar que existe geração de calor.

Aplicando a equação geral (igual à de baixo mas sem fonte de calor) a distribuição de T^a seria $T = -25x + 62.5$, qe para $T(0) = 62.5$ como a analogia elétrica disse.

$$\nabla^2 T + \frac{\dot{q}_f}{\lambda} = \frac{1}{a} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (1)$$

A equação geral da condução aplicada ao cilindro segundo x e em regime permanente mono dimensional com fonte de calor fica

$$\frac{d^2T}{dx^2} + \frac{\dot{q}_f}{\lambda} = 0$$

$$\frac{d^2T}{dx^2} = -\frac{\dot{q}_f}{\lambda}$$

$$\frac{\dot{q}_f \cdot \text{Vol onde se gera calor}}{\text{Área de TC}} = \dot{q}$$

$$\frac{d^2T}{dx^2} = -\frac{\dot{q}A}{\text{Vol} \cdot \lambda}$$

Aqui optei por dividir o cilindro em dois, porque é simétrico, e portanto no centro é como se fosse adiabático. Assim, x é a distância longitudinal com origem no centro

$\lambda = 200$	$A = \pi D dx$	$\text{Vol} = \frac{\pi D^2}{4} dx$	$\dot{q} = 250$
-----------------	----------------	-------------------------------------	-----------------

$$\frac{d^2T}{dx^2} = -\frac{250\pi D dx}{\frac{\pi D^2}{4} dx \cdot 200}$$

$$\frac{d^2T}{dx^2} = -250$$

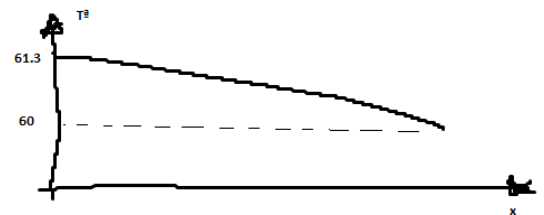
$$\frac{dT}{dx} = -250x + c_1$$

$$T = -125x^2 + c_1x + c_2$$

condições fronteira $\rightarrow \begin{cases} T(0.1) = 60^\circ\text{C} \\ \dot{q}|_{x=0} = 0 \\ \dot{q}|_{x=0.1} = -\lambda \frac{dT}{dx}|_{x=0.1} = 5000 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 60 = -125 \cdot 0.1^2 + c_1 \cdot 0.1 + c_2 \Rightarrow c_2 = 61.3 \\ -200(-250 \cdot 0.1 + c_1) = 5000 \Rightarrow c_1 = 0 \end{cases}$

$$T = -125x^2 + 61.3$$

$$T(0) = 61.3^\circ\text{C} \quad \checkmark$$



Porque não posso usar essa cond fronteira?

Se quiséssemos saber a distribuição radial de T^a .

Em coordenadas cilíndricas e integrando duas vezes pela separação de variáveis

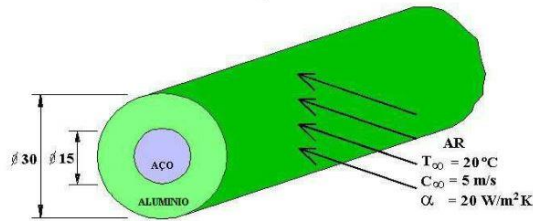
$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\dot{q}_f A_l}{\lambda_{Al}} = 0 \Rightarrow \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) = -\frac{\dot{q}_f A_l r}{\lambda_{Al}} \Rightarrow \partial \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) = -\frac{\dot{q}_f A_l r}{\lambda_{Al}} \partial r \Rightarrow \int \partial \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) = \int -\frac{\dot{q}_f A_l r}{\lambda_{Al}} \partial r \Rightarrow$$

$$r \frac{\partial T}{\partial r} = -\frac{\dot{q}_f A_l r^2}{2\lambda_{Al}} + c_1 \Rightarrow \partial T = \left(-\frac{\dot{q}_f A_l r}{2\lambda_{Al}} + \frac{c_1}{r} \right) \partial r \Rightarrow \int \partial T = \int -\frac{\dot{q}_f A_l r}{2\lambda_{Al}} + \frac{c_1}{r} \partial r \Rightarrow T = -\frac{\dot{q}_f A_l r^2}{4\lambda_{Al}} + c_1 \ln r + c_2$$

I.7

O cabo representado na figura é utilizado no transporte de energia eléctrica por via aérea. Ao ser percorrido pela corrente eléctrica é gerado uniformemente, devido ao efeito de Joule, um fluxo de calor de 14 kW/m³ no interior do alumínio, e de 3 kW/m³ no interior do aço.

Considerando a condução monodimensional e desprezando o mecanismo da



AÇO	$\lambda = 40 \text{ W/mK}$
	$\rho = 7850 \text{ kg/m}^3$
	$c_p = 502 \text{ J/kgK}$
ALUM.	$\lambda = 207 \text{ W/mK}$
	$\rho = 2700 \text{ kg/m}^3$
	$c_p = 896 \text{ J/kgK}$

radiação:

- Calcule a temperatura da superfície exterior do alumínio.
- Calcule a temperatura na interface aço-alumínio.

a)

$$\dot{Q}_{total} = \dot{Q}_{cv} = \frac{(T_{sup Al} - T_{\infty})}{R_{cv} = 1/\alpha A} \Rightarrow \dot{Q}_{cv} = \alpha A (T_{sup Al} - T_{\infty}) \quad (1)$$

$$\dot{Q}_{cv}?$$

$$\dot{Q} = \dot{q}_f \cdot \text{volume onde calor é gerado} \Rightarrow \dot{Q}_{total} = \dot{q}_{fAl} \cdot vol_{Al} + \dot{q}_{f\text{aço}} \cdot vol_{\text{aço}}$$

$$\dot{Q}_{total} = \dot{q}_f \frac{\pi(D_{ext}^2 - D_{int}^2)L}{4} \Big|_{Al} + \dot{q}_f \frac{\pi D^2 L}{4} \Big|_{\text{aço}}$$

$D_{ext Al} = 0.03$	$D_{\text{aço}} = 0.015$
$D_{int Al} = 0.015$	$\dot{q}_{f \text{aço}} = 3000$
$\dot{q}_{f Al} = 14000$	

$$\dot{Q}_{total} = 7.95 \text{ W}$$

$$A = \pi D_{ext Al} \cdot 1 (\text{comprimento unitário})$$

$$(1) \Rightarrow T_{sup Al} = 24.218 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

Porque é qe não podia ter feito isto?

$$\dot{q}_{total} = \dot{q}_f \frac{\pi(D_e^2 - D_i^2)L}{\pi L A D_e} \Big|_{Al} + \dot{q}_f \frac{\pi D^2 L}{4 \pi D L} \Big|_{\text{aço}}$$

$$\dot{q}_{total} = \dot{q}_f \frac{(D_e^2 - D_i^2)}{4 D_e} \Big|_{Al} + \dot{q}_f \frac{D}{4} \Big|_{\text{aço}} = 90 \text{ W/m}^2$$

$$(1) \Rightarrow T_{sup Al} = 24.5 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

b)

Aqui deve-se aplicar a equação geral da condução em coordenadas cilíndricas, regime permanente mono dimensional com fonte de calor ao alumínio porque como vamos precisar de 2 condições fronteira precisamos de saber 2 informações sobre aquilo a qe estamos a aplicar a equação. Ao alumínio sabemos a Tª da superfície e o fluxo de calor. Se aplicássemos ao aço só poderíamos saber o fluxo (condição de 2ª espécie) e portanto ficávamos com uma condição fronteira por colocar. Então tem-se

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} (rdT) + \frac{\dot{q}_{f, Al}}{\lambda_{Al}} = 0$$

Integrando duas vezes

$$d\left(\frac{rdT}{dr}\right) = -\frac{r\dot{q}_{f, Al}}{\lambda_{Al}} dr$$

$$\int d\left(\frac{rdT}{dr}\right) = \int -\frac{r\dot{q}_{f, Al}}{\lambda_{Al}} dr$$

$$\frac{rdT}{dr} = -\frac{r^2\dot{q}_{f, Al}}{2\lambda_{Al}} + c_1$$

$$\boxed{\frac{dT}{dr} = -\frac{r\dot{q}_f}{2 \cdot \lambda} + \frac{c_1}{r}} \quad (1)$$

$$dT = -\frac{r\dot{q}_f}{2 \cdot \lambda} + \frac{c_1}{r} dr$$

$$\int dT = \int -\frac{r\dot{q}_f}{2 \cdot \lambda} + \frac{c_1}{r} dr$$

$$T = -\frac{\dot{q}_f}{4\lambda} r^2 + c_1 \ln(r) + c_2$$

Que para este caso fica

$$T_{Al} = -\frac{14000}{4 \cdot 207} r^2 + c_1 \ln(r) + c_2$$

$$\boxed{T_{Al}(r) = -16.9r^2 + c_1 \ln(r) + c_2} \quad (2)$$

$$\text{condições fronteira} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} T\left(\frac{0.03}{2}\right) = 24.218^\circ\text{C} \\ \dot{Q}_{aço|r=\frac{0.015}{2}} = \dot{q}_{f, aço} \cdot Vol = \frac{0.53W}{m} = \dot{Q}_{Al|r=0.015/2} = -\lambda_{Al} \frac{dT}{dr} \Big|_{r=\frac{0.015}{2}} \cdot A \Rightarrow \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} -16.9 \cdot 0.015^2 + c_1 \ln(0.015) + c_2 = 24.218 \\ 0.53 = -\lambda \left(-\frac{r\dot{q}_{f, Al}}{2 \cdot \lambda_{Al}} + \frac{c_1}{r} \right) \Big|_{r=\frac{0.015}{2}} * A \end{array} \right. \Rightarrow \begin{cases} c_2 = 24.23 \\ c_1 = 0.0015 \end{cases}$$

$$T_{Al} = -16.9r^2 + 0.0015 \ln(r) + 24.23 \quad , \quad \frac{0.015}{2} \leq r \leq \frac{0.03}{2}$$

$$T_{Al}\left(\frac{0.015}{2}\right) = 24.222^\circ\text{C} \quad \checkmark$$

Outra condição fronteira que poderia ter sido usada em vez da de fluxo?

$$\dot{Q}_{|r=0.015} = 7.95 = -\lambda A \frac{dT}{dr}$$

Usei comprimento unitário, porque não é dado nenhum valor para este.

Outra maneira de resolver a) e b)

Na equação (2) utilizar como cond. fronteira

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{q} \text{ que entra na superfície ext por cd} = \dot{q} \text{ que sai pela msm sup. por cv} \\ \dot{q} \text{ que sai pela sup. externa do aço} = \dot{q} \text{ que entra pela sup. interna do Al} \end{array} \right. \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \alpha(T_{ext Al} - T_{ar}) = -\lambda_{Al} \frac{dT}{dr} \Big|_{r=\frac{0.03}{2}} \\ \dot{q}_{aço} = -\lambda_{Al} \frac{dT}{dr} \Big|_{r=\frac{0.015}{2}} \end{array} \right.$$

A primeira cond trata-se de um condição de convecção (3ª espécie) e a segunda condição é de fluxo (2ª espécie).

O fluxo de calor que sai pela superfície externa do aço é o gerado no interior, que sabemos.

$$\dot{Q}_{aço} = \dot{q}_{f(aço)} \cdot Volume_{aço} = \dot{q}_{f(aço)} \cdot \frac{\pi D_{ext aço}^2}{4} \cdot 1 = 0.53 \text{ W/m}$$

Para a $T_{ext Al}$, usa-se $r=0.03/2$ na eq (2); $\alpha = 20$; $T_{ar} = 20 \text{ }^\circ\text{C}$; $A = \pi \cdot 0.015 \cdot 1 = 0.047$

O $\frac{\partial T}{\partial r}$ tira-se da eq. (1).

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha(-16.9r^2 + c_1 \ln r + c_2 - T_{ar}) = -\lambda_{Al} \cdot \left(-\frac{\dot{q}_{f(Al)}}{2 \cdot \lambda} r + \frac{c_1}{r} \right) \Big|_{r=0.015} \\ \frac{0.53}{0.047} = -\lambda_{Al} \cdot \left(-\frac{\dot{q}_{f(Al)}}{2 \cdot \lambda} r + \frac{c_1}{r} \right) \Big|_{r=0.0075} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 20(-16.9 \cdot 0.015^2 + c_1 \ln(0.015) + c_2 - 20) = -207 \cdot \left(-\frac{14000}{2 \cdot 207} \cdot 0.015 + \frac{c_1}{0.015} \right) \\ \frac{0.53}{0.047} = -207 \cdot \left(-\frac{14000}{2 \cdot 207} \cdot 0.0075 + \frac{c_1}{0.0075} \right) \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} c_1 = 0.001495 \\ c_2 = 24.23 \end{array} \right.$$

A eq (2) fica então

$$T_{Al} = -16.9r^2 + 0.001495 \ln r + 24.23 \quad (3)$$

E assim a T^a da superfície exterior do Al ($r=0.015$) é 24.21°C . ✓

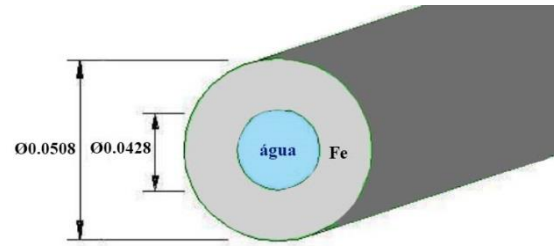
Substituindo na eq(3) o raio correspondente ($r=0.0075$), $T=24.22$ ✓

I.8

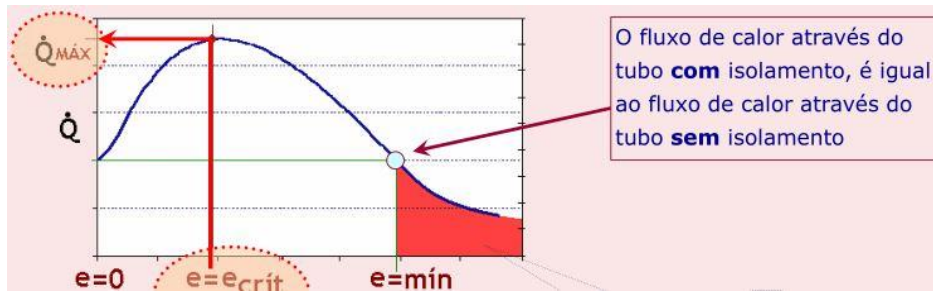
Um tubo de ferro onde circula vapor à temperatura de 150°C, com raio externo de 1" e 2mm de espessura, vai ser isolado com amianto. O coeficiente de convecção interior é de 2000 W/m²K, o coeficiente de convecção exterior é de 6 W/m²K e a temperatura do ar exterior de 20°C. Suponha que lhe pediam para escolher a espessura do isolamento a instalar. Para tal, estude o efeito da espessura do isolamento na perda de calor do tubo, para espessuras entre 0 e 3 cm.

Despreze o mecanismo da radiação.

$$\lambda_{\text{ferro}} = 40 \text{ W/mK} \quad \lambda_{\text{amianto}} = 0,208 \text{ W/mK}$$



Se fizermos a analogia reo-elétrica (e como sabemos que a podemos fazer?¹) e sabendo que



Calcula-se o fluxo de calor através do tubo sem isolamento (e=0), e com ele determina-se a espessura de isolamento que propicia um fluxo de calor igual (dará uma função parabólica com duas soluções para a espessura, uma delas é 0, e a outra é a que se quer).

$$\dot{Q} = \frac{\Delta T}{R_{eq}} \Rightarrow \dot{Q} = \frac{T_{\infty e} - T_{\infty i}}{R_{eq}} = \frac{150 - 20}{R_{eq}} \quad (1)$$

$$R_{eq} = R_{cv \text{ int}} + R_{cd \text{ Fe}} + R_{cd \text{ isol}} + R_{cv \text{ ext}}$$

$$R_{eq} = \frac{1}{A_i \alpha_i} + \frac{\ln\left(\frac{D_{ext}}{D_{int}}\right)}{2\pi L \lambda} |_{[Fe]} + \frac{\ln\left(\frac{D_{ext}}{D_{int}}\right)}{2\pi L \lambda} |_{[isol]} + \frac{1}{A_e \alpha_e}$$

$$R_{eq} = \frac{1}{L\pi D_i \alpha_i} + \frac{\ln\left(\frac{D_{ext}}{D_{int}}\right)}{2\pi L \lambda} |_{[Fe]} + \frac{\ln\left(\frac{D_{ext \text{ Fe}} + 2e}{D_{ext \text{ Fe}}}\right)}{2\pi L \lambda} |_{[isol]} + \frac{1}{L\pi D_e \alpha_e}$$

Substituindo em (1) fica

$$\dot{Q} = \frac{150 - 20}{\frac{1}{L\pi D_i \alpha_i} + \frac{\ln\left(\frac{D_{ext}}{D_{int}}\right)}{2\pi L \lambda} |_{[Fe]} + \frac{\ln\left(\frac{D_{ext \text{ Fe}} + 2e}{D_{ext \text{ Fe}}}\right)}{2\pi L \lambda} |_{[isol]} + \frac{1}{L\pi (D_e + 2e) \alpha_e}}$$

Esta é a equação do fluxo de calor geral. Para o caso sem isolamento é só fazer e=0, e a resistência devida ao isolamento desaparece (ln(1) = 0).

$D_{int \text{ isol}} = D_{ext \text{ Fe}} = 0.0508$	$\lambda_{Fe} = 40$	$\alpha_i = 2000$	$e = \text{espessura}_{\text{isolamento}}$
$D_i = D_{int \text{ Fe}} = 0.0428$	$\lambda_{isol} = 0.208$	$\alpha_e = 6$	$L \text{ unitário} = 1$

¹ Hipótese: desde que a T³ varie linearmente na direção a aplicar pode-se fazer analogia reo elétrica

$$\dot{Q}_{s/isol (e=0)} = 124$$

Agora pretendemos saber quando é que

$$\begin{aligned}\dot{Q}_{s/isol} &= \dot{Q}_{c/isol} \\ 124 &= \frac{150 - 20}{R_{eq}} \rightarrow e = 0.0236 \text{ m}\end{aligned}$$

Assim, só a partir de 2.36 cm de espessura do isolamento é que efetivamente o fluxo de calor é reduzido pela sua adição ao tubo.

Soluções: $e > 25\text{mm}$.

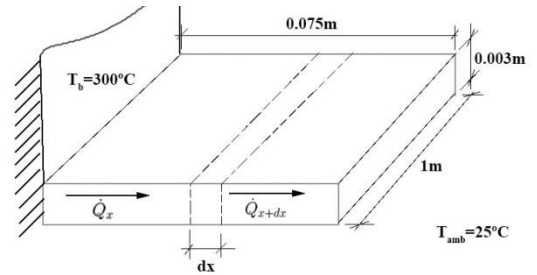
$$\begin{aligned}r_e &= \frac{50.8}{2} = 25.4\text{mm} \\ r_{crit} &= \frac{\lambda_{isol}}{\alpha_{cv,e}} = 0.035 = 35\text{mm} \\ e_{crit} &> 35 - 25.4 = 10\text{mm}\end{aligned}$$

Só partir de 10mm de espessura do isolamento, é que se diminui o fluxo de calor ao adicionar mais isolamento.

I.9

Considere uma alheta rectangular de alumínio ($\lambda = 200 \text{ W/mK}$) de 3 mm de espessura e 75 mm de comprimento e 1 m de largura. A temperatura da base é de 300°C , a temperatura ambiente de 25°C e o coeficiente de convecção de $20 \text{ W/m}^2\text{K}$. Calcule:

- A distribuição de temperatura na alheta, desprezando as perdas pelo topo.
- A distribuição de temperatura na alheta, considerando as perdas pelo topo.
- O rendimento da alheta, em cada um dos casos.



a)

distribuição da T^a na alheta desprezando as perdas pelo topo

Resolvendo a equação geral da condução, (...)

$$\frac{\theta(x)}{\theta_0} = \frac{T(x) - T_\infty}{T_0 - T_\infty} = \frac{\cosh(m(L-x))}{\cosh(mL)} \quad (1)$$

Onde m é o parâmetro da alheta dado por

$m^2 = \frac{\alpha P}{\lambda S}$	$S = \text{secção}$	$P = \text{perimetro}$	$L = 0.075$
------------------------------------	---------------------	------------------------	-------------

$$m^2 = \frac{20 \cdot (1 + 1 + 0.003 + 0.003)}{200 \cdot (1 \cdot 0.003)} \rightarrow m = 8.177$$

$$T_0 = 300; T_\infty = 25$$

Assim, introduzindo os valores em (1), o perfil de temperaturas é dado por

$$T(x) = (300 - 25) \cdot \frac{\cosh(8.177(0.075 - x))}{\cosh(8.177 \cdot 0.075)}$$

b)

distribuição da T^a na alheta considerando as perdas pelo topo

$$\frac{\theta(x)}{\theta_b} = \frac{T(x) - T_\infty}{T_b - T_\infty} = \frac{\cosh(m(L-x)) + \frac{\alpha}{\lambda m} \sinh(m(L-x))}{\cosh(mL) + \frac{\alpha}{\lambda m} \sinh(mL)} \quad (2)$$

Substituir os valores.

c)

rendimento da alheta para cada 1 dos casos

$$\eta = \frac{\dot{Q}_{alheta}}{\dot{Q}_{m\acute{a}x}}$$

Desprezando as perdas pelo topo

$$\dot{Q}_{alheta} = (\alpha P \lambda S)^{0.5} \theta_b \tanh(mL) = 670.3$$

$\alpha = 20$	$P = 1.006$	$\lambda = 200$
$S = 0.003$	$\theta_b = T_b - T_\infty = 300 - 25 = 275$	$m = 8.177$

$$\dot{Q}_{m\acute{a}x} = \alpha A_{alh} \theta_b$$

$$\eta = 0.8910 \quad \checkmark$$

Não desprezando as perdas pelo topo

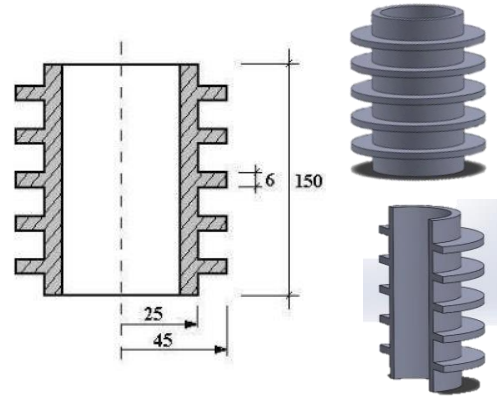
$$\dot{Q}_{alh} = (\alpha P \lambda S)^{0.5} \theta_b \frac{\sinh(mL) + \frac{\alpha}{\lambda m} \cosh(mL)}{\cosh(mL) + \frac{\alpha}{\lambda m} \cosh(mL)} = 683W$$

$$\eta = 0.8911$$

(Soluções: 88.7%)

Esta pequena diferença de rendimento já era de esperar visto que o topo tem uma área muito mais pequena que o resto da alheta, pelo que o calor que perde por lá é muito pequeno comparado com o perdido pelo resto, pelo que se pode desprezar.

I.10 O cilindro de um motor de motorizada é construído numa liga de alumínio com $\lambda = 186 \text{ W/mK}$ e tem as dimensões da figura. Em condições de funcionamento típicas, a superfície exterior do cilindro está à temperatura de 500 K e exposta ao ar ambiente a 300 K , com um coeficiente de convecção de $50 \text{ W/m}^2\text{K}$. Serão adicionadas ao cilindro 5 alhetas circulares de 6 mm de espessura e igualmente espaçadas. Qual o aumento da transferência de calor pela adição das alhetas? (Considere igual temperatura para a superfície exterior - com e sem alhetas).



Qual a TC ganha pela adição de alhetas?

O plano será calcular o fluxo de calor sem alhetas e depois com alhetas para obter a diferença.

1º podemos por começar por calcular $\dot{Q}_{s\ alh}$

Para a superfície cilíndrica sem alhetas, o fluxo de calor pode ser dado pela analogia reo elétrica

$$\dot{Q} = \frac{T_b - T_\infty}{\frac{1}{\alpha A}} = \alpha A (T_b - T_\infty)$$

$\alpha = 50$	$A = \pi D h$	$T_b - T_\infty = 500 - 300$
$\dot{Q}_{s\ alh} = 235.6$		

Para calcular o \dot{Q}_{alh} , e como as alhetas não têm secção constante (se formos fazendo cortes de fora para dentro a secção vai aumentando) então seria muito difícil pela eq. geral da condução (se fosse constante bastava aplicar a fórmula apropriada). Então com alhetas de forma esquisita será melhor aplicar a analogia reo-elétrica, sendo que para tal teremos que calcular a área de TC das alhetas.

Então tem de se considerar dois fluxos separadas. O fluxo de calor pela superfície das alhetas, e o fluxo pela superfície sem alhetas.

$$\dot{Q}_{c\ alh} = \dot{Q}_{area\ n\ alhetada} + \dot{Q}_{area\ alhetada}$$

Aplicando a analogia reo elétrica e sabendo que

$$\dot{Q}_{alheta} = \dot{Q}_{da\ alheta\ máx} \eta_{alheta} = \alpha A_{alheta} (T_b - T_\infty) \eta_{alheta}$$

O fluxo máximo que a alheta conseguiria transferir era se toda ela estivesse à temperatura da base. Como isso não acontece, é preciso entrar com o conceito de rendimento da alheta.

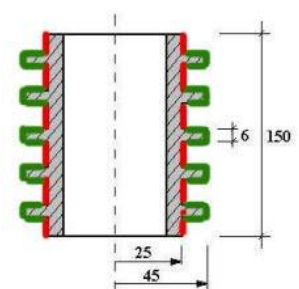
$$\dot{Q}_{(c\ alh)} = \alpha A_{n\ alhetada} (T_b - T_\infty) + \alpha A_{alheta} (T_b - T_\infty) \cdot N \cdot \eta_{1\ alheta}$$

Onde N é o número de alhetas.

$$A = \pi D l = \pi \cdot 0.05 \cdot (0.15 - 5 \cdot 0.006) = 0.0188$$

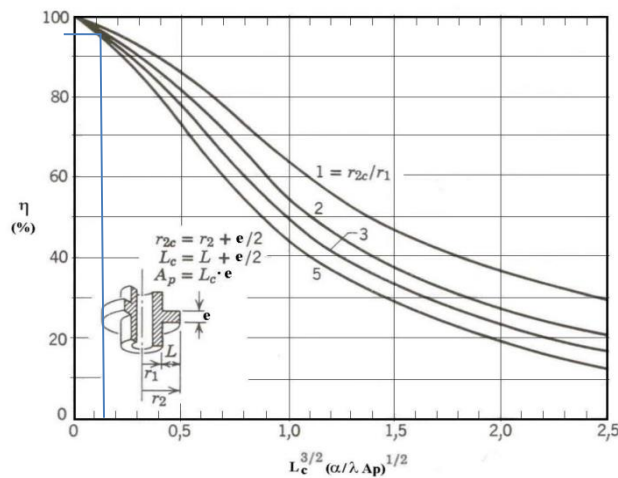
$$A = \pi \cdot D_{ext} \cdot l + \pi (r_{ext}^2 - r_{int}^2) \cdot 2 = \pi \cdot 0.09 \cdot 0.006 + \pi (0.045^2 - 0.025^2) \cdot 2 = 0.0105$$

O rendimento de uma alheta (incógnita que falta determinar) está tabelado de acordo com a sua geometria



$$L_c = 0.045 - 0.025 + \frac{0.006}{2} = 0.023$$

$$A_p = 0.026 + 2 \cdot 0.006 = 0.038$$



O gráfico dá-nos o rendimento em função de

$$L_c^{2/3} \cdot \left(\frac{\alpha}{\lambda A_p} \right)^{0.5} \xrightarrow{\lambda=186; \alpha=50} = 0.154$$

As diferentes curvas são para diferentes valores de r_{2c}/r_1 . Como vamos dividir distancia por distancia, pode-se fazer em qualquer unidade, portanto vou fazer em mm para facilitar.

$$r_{2c} = 45 + \frac{6}{2}$$

$$r_1 = 25$$

$$\frac{r_{2c}}{r_1} = 1.92 \rightarrow \text{curva 2} \rightarrow \eta \approx 96\%$$

Substituindo o rendimento em (1)

$$\dot{Q}_{c\ alh} = 188 + 504 = 692$$

Então, aumentou-se o fluxo de calor de 236W para 686W

$$\epsilon = \frac{\dot{Q}_{c/ alheta}}{\dot{Q}_{s/ alheta}} = \frac{692}{235.6} = 2.94$$

Fim

(A experimentar fazer pelo método do ex I.9)

$$\eta = \frac{\dot{Q}_{alheta}}{\dot{Q}_{m\acute{a}x}} = \frac{\dot{Q}_{alheta}}{\alpha A_{alheta} (T_b - T_{\infty})}$$

O $\dot{Q}_{m\acute{a}x}$ corresponde ao caso em que toda a alheta se encontra à $T^a \uparrow$.

A eficácia da adição de alhetas seria dado por

$$\epsilon = \frac{\dot{Q}_{c\ alh}}{\dot{Q}_{s\ alh}} = \frac{686}{235.6} = 2.5$$

(Soluções $\epsilon = 3$)

P: Porque é qe neste exercício não usámos as fórmulas para alhetas com convecção no topo conhecida?

R: Porque esta não é uma alheta típica. Não teríamos valores para por no perímetro nem na secção visto que estes variam.

$$\dot{Q} = (T_b - T_\infty)\sqrt{\alpha P \lambda S} \frac{\sinh(mL) + \frac{\alpha}{\lambda m} \cosh(mL)}{\cosh(mL) + \frac{\alpha}{\lambda m} \sinh(mL)}$$

$$m = \left(\frac{\alpha P}{\lambda S}\right)^{0.5}$$

$$P = 6 + 2 * 20 = 46 * 10^{-3}$$

$$S = 6 * 20 = 120 * 10^{-6}$$

$$\alpha = 50 ; \lambda = 186$$

$$m = 10.15$$

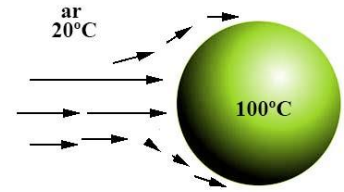
$$\dot{Q} = 3.95$$

I.11

Uma esfera de 3 cm de diâmetro, à temperatura de 100°C, vai ser arrefecida por uma corrente de ar à temperatura de 20°C, com $\alpha = 100 \text{ W/m}^2\text{K}$.

Sendo as propriedades do material da esfera: $\rho = 400 \text{ kg/m}^3$, $c_p = 1600 \text{ J/kg K}$ e $\lambda = 40 \text{ W/mK}$:

- a) Qual a temperatura da esfera ao fim de 30 s?
 b) Encontre uma expressão que relacione a energia transferida para o ar, com o tempo de arrefecimento. Calcule a energia transferida ao fim de 30s.



“Uma esfera vai ser arrefecida...”, como não se fala em geração de calor, esse arrefecimento parece ser definitivo => regime não-permanente. Primeiro dever-se-á começar por calcular o nº de Biot para se saber se a variação de T^a no corpo pode ou não ser desprezada e daí se escolher o método de resolução respetivo (sistema global e pelas cartas de Heisler respetivamente visto se tratar de uma esfera => geometria simples).

a)

$$Bi = \frac{R_{cd}}{R_{cv}} = \frac{\alpha L_c}{\lambda_{peça}}, \quad L_c = \frac{\text{Volume}}{\text{Área}} = \frac{r}{3} = 0.0125 < 0.1 \Rightarrow T \approx T(t) \Rightarrow \text{Método sistema global}$$

$$\text{Volume}_{esfera} = \frac{4\pi r^3}{3}, \quad \text{área superfície esférica} = 4\pi r^2$$

Equação da evolução da T^a de um corpo (imerso num fluido) com o tempo, segundo o método do sistema global:

Aplicando a 1ª lei da TMD, $\dot{W} + \dot{Q} = \Delta U + \Delta E_p + \Delta E_e + \dots$

$$-\dot{Q}_e + \dot{Q}_s = mc_p \frac{dT}{dt} \quad (1)$$

E a analogia reo elétrica

$$\alpha(T - T_\infty)A = mc_p \frac{dT}{dt}$$

Onde a área é a área de TC que aqui corresponde à superfície esférica

$$\alpha\theta A = mc_p \frac{d\theta}{dt}$$

Integrando desde o instante inicial de tempo ($t=0$) e temperatura inicial (T_i) até ao instante corrente (t) e temperatura corrente (T)

$$\int_0^t \frac{\alpha A dt}{mc_p} = \int_{\theta_i}^{\theta} \frac{d\theta}{\theta}$$

$$\frac{\alpha A t}{mc_p} - \frac{\alpha A \cdot 0}{mc_p} = \ln(\theta) - \ln(\theta_i)$$

$$\frac{T(t) - T_\infty}{T_i - T_\infty} = e^{\frac{-\alpha A t}{\rho V c_p}} \quad (2)$$

$T_i = T(t_i) = T(0) = 100^\circ\text{C}$	$T_\infty = 20^\circ\text{C}$	$\alpha = 100$	$t = 30$
$A = 4\pi r^2 = 0.00283$	$V = \frac{4\pi r^3}{3} = 1.41 \cdot 10^{-5}$	$\rho = 400$	$c_p = 1600$

$$T(30) = 51.3^{\circ}\text{C}$$

b)

$$\dot{Q} = \alpha_{cv} A (T(t) - T_{\infty})$$

$$\dot{Q} = \alpha_{cv} A \left(e^{\frac{-\alpha A_s t}{\rho_s V_s c_p s}} (T_i - T_{\infty}) + T_{\infty} - T_{\infty} \right)$$

$$\dot{Q} = \alpha_{cv} A (T_i - T_{\infty}) e^{\frac{-\alpha A_s t}{\rho_s V_s c_p s}}$$

$$\dot{Q} = 100 * 4\pi r^2 * 80 e^{\frac{-100 * 4\pi r^2 t}{400 * \frac{4}{3}\pi r^3 * 1600}}$$

$$\dot{Q} = 22.62 * e^{-\frac{1}{32}t}$$

$$\frac{dQ}{dt} = 22.62 * e^{-\frac{1}{32}t}$$

Fazendo separação de variáveis

$$Q = 22.62 \int e^{-\frac{1}{32}t} dt$$

Como $Pe^{u'u'} = e^u$

$$Q = 22.62 * -32 \int e^{-\frac{1}{32}t} * -\frac{1}{32} dt$$

$$Q = 22.62 * -32 e^{-\frac{1}{32}t} + c_1$$

$$Q = -723.81 e^{-\frac{1}{32}t} + c_1$$

Que nos dá a energia perdida pela esfera / ganha pelo ar para um determinado instante de tempo. Como no instante inicial ainda não perdeu nada

$$Q(0) = 0 \rightarrow c_1 = 22.62 * 32 = 723.81$$

$$Q = 723.81 \left(1 - e^{-\frac{1}{32}t} \right)$$

$$Q(30) = 440\text{J} \quad \checkmark$$

Porque é que não dá para fazer

$$\Delta Q = mc_p \Delta T = \rho Vol c_p (T_i - T)$$

$$\Delta Q = \rho Vol c_p \left(T_i - e^{\frac{-\alpha A_s t}{\rho_s V_s c_p s}} (T_i - T_{\infty}) + T_{\infty} \right)$$

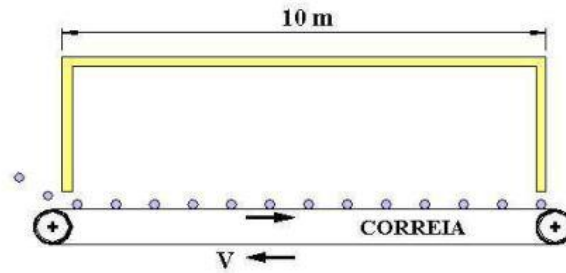
Substituindo os valores que são possíveis substituir

$$\Delta Q = 9.05(100 - e^{-0.031t}(100 - 20) + 20)$$

$$\Delta Q = 9.05(120 - 80e^{-0.031t}) = 800\text{J}$$

I.12

A câmara de arrefecimento da figura é usada para arrefecer esferas de rolamentos, com um diâmetro de 2 cm, a uma temperatura de entrada de 100°C . O ar da câmara é mantido a -15°C , por um sistema de refrigeração, e as esferas atravessam a câmara pousadas numa correia transportadora, saindo à temperatura de 50°C .



- a) Sabendo que o coeficiente de transferência de calor das esferas está relacionado com a velocidade destas, de acordo com a expressão $\alpha = 350 \cdot V^{0,6}$, com V em m/s e α em $\text{W/m}^2\text{K}$, calcule a velocidade da correia (V).

$$\lambda_{\text{esf}} = 50 \text{ W/mk}, \quad \rho_{\text{esf}} = 5500 \text{ kg/m}^3, \quad c_{p,\text{esf}} = 450 \text{ J/kg K}$$

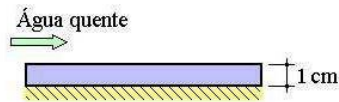
- b) O aquecimento prévio das esferas referidas em a) é realizado através de um processo em que é gerado um fluxo de calor uniforme no seu interior, igual a 360 kW/m^3 . A temperatura da superfície das esferas é de 100°C , em regime estacionário, transferindo-se o calor para o ar, sendo $\alpha = 15 \text{ W/m}^2\text{K}$ e $T_{\text{ar}} = 20^{\circ}\text{C}$.

Nestas condições, calcule a temperatura a $0,5 \text{ cm}$ da superfície, em regime estacionário.

NOTA: Não use qualquer condição de fronteira em $r = 0$, por forma a evitar dificuldades matemáticas.

I.13

Uma placa de betão, inicialmente à temperatura de 20°C, é banhada na face superior por um escoamento de água quente a 60°C, com um coeficiente de convecção de 300 W/m²K. Sendo a placa isolada na face inferior:



$\lambda_{\text{betão}} = 0,9 \text{ W/mK}$
 $C_p = 1150 \text{ J/Kg}$
 $\rho_{\text{betão}} = 2800 \text{ Kg/m}^3$

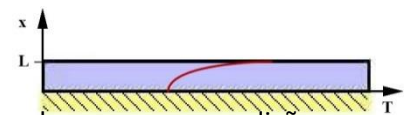
- a) Represente a distribuição de temperaturas na placa no instante inicial, ao fim de 3 minutos, ao fim de 6 minutos, e para um tempo de aquecimento muito grande.
- b) Ao fim de quanto tempo se pode supor o regime estacionário?

a)

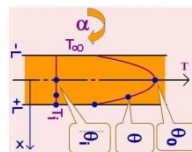
“Inicialmente...” (em termos de tempo) => regime não permanente. Para saber a temperatura em qualquer ponto/distribuição de T^os, é necessário saber como é que a peça reage à variação T^a. Se Bi<0.1, a peça reage como um todo, isto é, uma variação de T^a num ponto propaga-se e toda a peça está +- sempre à mesma T^a (para um dado instante), e então pode-se recorrer ao método do sistema global. Se Bi>0.1 então a T^a na peça não é igual, e recorre-se às cartas de Heisler para saber a T^a nos diferentes locais da peça para um dado instante. Começa-se então por calcular o nº de Biot para saber qual método seguir.

$$Bi = \frac{\alpha L_c}{\lambda_{peça}} = \frac{\alpha \frac{Vol}{A}}{\lambda_{peça}} = \frac{\alpha \frac{A \cdot h}{A}}{\lambda_{peça}} = \frac{\alpha h}{\lambda_{peça}} = 3.3 > 0.1 \Rightarrow (\text{geometria simples}) \Rightarrow \text{Cartas de Heisler}$$

Para a primeira carta de Heisler precisa-se de saber $Bi^{-1}, Fo, \theta_0^* = \frac{\theta_0}{T_i - T_\infty}$



Como se diz qe em baixo está isolada, é como se houvesse uma placa por baixo igual nas mesmas condições (simétrica em tudo). Assim x=0 neste caso corresponde à base da placa.



$T_i = 20^\circ\text{C}$	$T_\infty = 60^\circ\text{C}$	$a = \frac{\lambda}{\rho c_p} = \frac{0.9}{2800 \cdot 1150} = 2.8 \cdot 10^{-7}$
--------------------------	-------------------------------	--

$t = 3 \text{ min}$

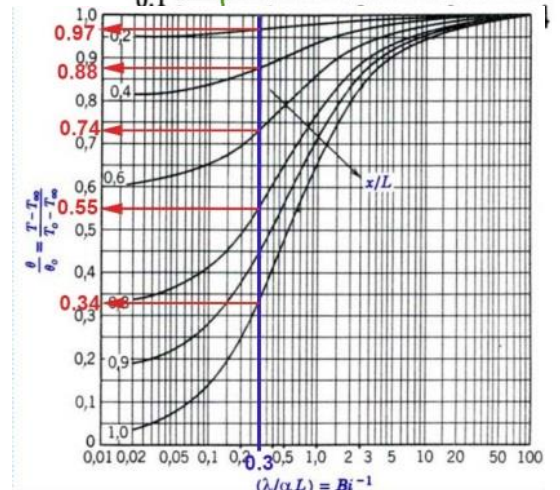
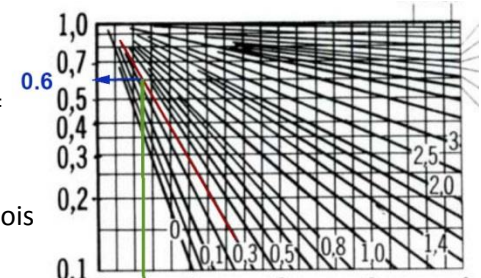
$$\left\{ \begin{array}{l} Bi^{-1} = 3.3^{-1} = 0.3 \\ Fo = \frac{at}{L_c^2} = \frac{a \cdot 180}{0.01^2} = 0.5 \end{array} \right\} \Rightarrow \theta_0^* = 0.6$$

Para a segunda carta de Heisler entra-se com Biot e x/L, tirando-se $\frac{\theta}{\theta_0}$ que depois vai ser usado para determinar a temperatura nesse local x, porque o valor de θ_0 é sempre o mesmo (para um determinado tempo) (valor esse qe é calculado).

$$\left\{ \begin{array}{l} Bi^{-1} = 0.3 \\ x/L = (\dots) \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{\theta}{\theta_0} = (\dots) \Rightarrow (\dots) = \frac{T - T_\infty}{\theta_0} \Rightarrow T = (\dots)$$

$$0.6 = \frac{\theta_0}{T_i - T_\infty} \Rightarrow \theta_0 = (20 - 60)0.6 \Rightarrow \theta_0 = -24$$

Para $x/L = 0$ não é preciso recorrer-se à 2ª carta.



$$\theta_0^* = \frac{T_0 - T_\infty}{T_i - T_\infty} \Rightarrow T_0 = 36^\circ\text{C}$$

T ^º s em vários sítios da placa ao fim de 3min						
x/L	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1
θ/θ_0	1	0.97	0.88	0.74	0.55	0.34
T	36	36.7	39	42.2	46.6	51.8



T_0

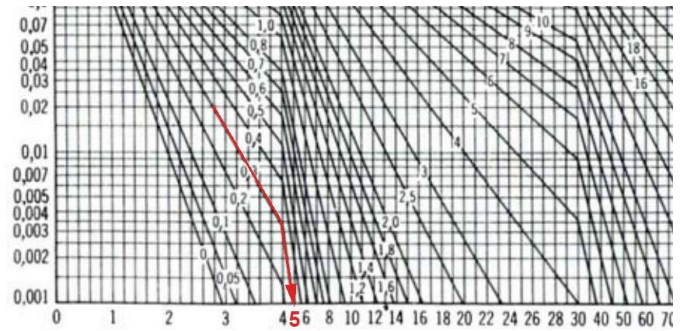
$t = 6\text{min}$

Repetir tudo com $t = 6 \cdot 60$

b)

Como a placa está simplesmente a ser arrefecida, o regime permanente vai ocorrer quando ela estiver à temperatura da água. Isso significa que em regime permanente $\theta_0 = 0$. Assim, para ver o caso regime permanente temos de minimizar θ^* para saber o nº de Fo correspondente, o qual nos dirá o tempo em que isso se verifica.

$$\theta^* = \frac{\theta_0}{\theta_i} = \frac{T_0 - T_\infty}{T_i - T_\infty}$$



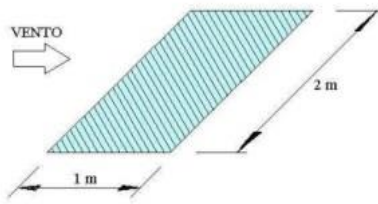
$$\lim_{\theta^* \rightarrow 0} Fo|_{Bi=0.3} = 5$$

$$Fo = \frac{at}{L_c^2}$$

$$Fo = \frac{at}{L_c^2} \Rightarrow t = 1788.8s \approx 30\text{min} \checkmark$$

II.1

Considere uma placa plana horizontal de dimensões 1m x 2m. A sua superfície está à temperatura de 30°C, e é sujeita à acção do vento que sopra à velocidade V, sendo a temperatura do ar de 20°C.



O escoamento faz-se paralelamente à placa, na direcção correspondente à sua menor dimensão.

- a) Encontre a equação que relaciona o coeficiente de transferência de calor por convecção (entre a placa e o ar) com a velocidade do vento.

Considere apenas os casos em que a camada limite é laminar, indicando o limite superior de validade da expressão.

- b) Supondo que a placa está a 30°C, devido à incidência da radiação solar, quando o vento sopra na direcção referida, se a direcção passar a ser a da maior dimensão, a nova temperatura da placa será maior ou menor? Justifique.

$$T_{superfície} = 30^{\circ}C \quad T_{ar} = 20^{\circ}C$$

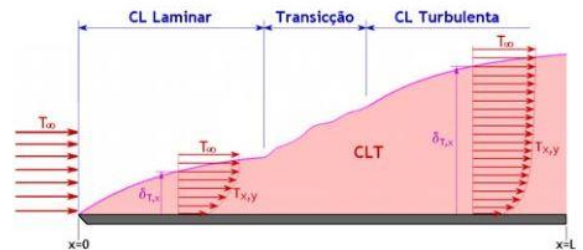
a)

Encontrar a equação que relaciona o coeficiente de convecção do ar com a velocidade do vento (considerando apenas quando esc. laminar)

Visto que o número de Nusselt relaciona o nº Reynolds (no qual entra a velocidade) e o coef. convecção, será boa ideia utilizá-lo.

A correlação para o número de Nusselt médio para uma placa plana com escoamento laminar ($Re_x < Re_{x\ crit} = 5 \cdot 10^5$) é

$$\begin{aligned} \overline{Nu} &= 0.664 Re_x^{1/2} Pr^{1/3} \\ \overline{Nu} &= \frac{\bar{\alpha} x}{\lambda} \rightarrow \bar{\alpha} = \frac{\overline{Nu} \lambda}{x} \rightarrow \bar{\alpha} = 0.664 Re_x^{1/2} Pr^{1/3} \lambda x^{-1} \\ &= 0.664 \left(\frac{vx}{\nu}\right)^{0.5} \cdot Pr^{1/3} \lambda x^{-1} \end{aligned}$$



Esta será uma expressão geral possível que relaciona o coef. convecção com a velocidade. Mas podemos especificar um pouco mais para este caso sabendo as propriedades do fluido $\rightarrow Pr, \nu, \lambda$

$$T_{filme} = \frac{T_p + T_{\infty}}{2} = 25 \rightarrow \text{tabelas (interpolar)} \rightarrow \begin{cases} \nu = \frac{15.11 + 16.04}{2} = 15.575 \cdot 10^{-6} \\ \lambda = \frac{0.0264 + 0.0257}{2} = 0.026 \end{cases}$$

Além disso

$$Re_{x\ crit} = \frac{vx_{crit}}{\nu} \rightarrow x_{crit} = \frac{Re_{x\ crit} \nu}{v} = \frac{5 \cdot 10^5 \cdot 15.575 \cdot 10^{-6}}{v} = \frac{7.79}{v} \checkmark$$

$$\bar{\alpha} = 0.664 \left(\frac{v}{\nu}\right)^{0.5} \cdot Pr^{1/3} \lambda x^{-0.5}$$

$$\bar{\alpha} = 0.664 \left(\frac{\nu}{\nu_s}\right)^{0.5} \cdot Pr^{\frac{1}{3}} \cdot \lambda \cdot \left(\frac{7.79}{\nu}\right)^{-0.5}$$

$$\bar{\alpha} = 0.664 \left(\frac{\nu}{\nu_s}\right)^{0.5} \cdot Pr^{\frac{1}{3}} \cdot \lambda \cdot (7.79)^{-0.5} \cdot \nu^{0.5}$$

$$\bar{\alpha} = 0.664 \nu^{-1} \cdot Pr^{\frac{1}{3}} \cdot \lambda \cdot (7.79)^{-0.5} \cdot \nu$$

$$\bar{\alpha} = \frac{0.664 \cdot Pr^{\frac{1}{3}} \cdot \lambda}{7.79 \cdot \nu^{0.5}} \nu \quad \checkmark$$

b)

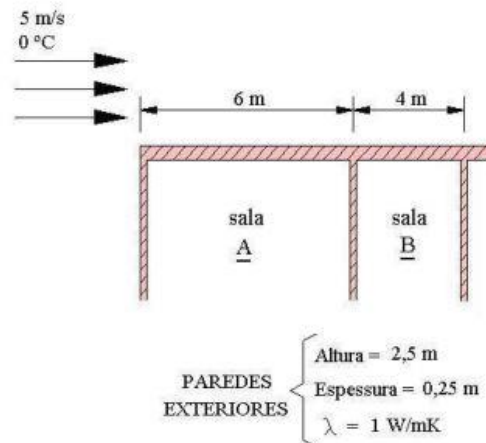
II.2

A figura representa em planta duas salas de um edifício. A temperatura interior nas duas salas é mantida a 20°C, sendo o coeficiente de convecção interior de 5 W/m²K.

No exterior, o ar ambiente esco-a-se paralelamente à superfície exterior da parede, nas condições da figura.

Desprezando o mecanismo da radiação, calcule:

- a) O fluxo de calor perdido pela sala **A**, através da parede representada.
- b) O fluxo de calor perdido pela sala **B**.



$$T_{\infty i} = T^{a interior} = 20^{\circ}C \quad T_{\infty e} = T^{a exterior} = 0^{\circ}C \quad \alpha_i = 5$$

a)

O fluxo de calor através da parede pode ser dado por

$$\dot{Q} = \frac{\Delta T}{R_T} = \frac{T_{\infty i} - T_{\infty e}}{R_T}$$

Onde

$$R_T = R_{cv int} + R_{cd} + R_{cv ext}$$

Assim

$$\dot{Q} = \frac{20}{\frac{1}{\alpha_i A} + \frac{e}{\lambda A} + \frac{1}{\alpha_e A}} \quad (1)$$

Sendo $A = 6 \cdot 2.5$, fica a faltar determinar α_e . Para calcular ou relacionar coeficientes de convecção normalmente é útil entrar com o nº de Nusselt. Para saber qual correlação usar torna-se necessário saber o tipo de escoamento, visto que Nu é diferente para esc. laminares e turbulentos.

$$\overline{Nu} = \frac{\bar{\alpha}L}{\lambda} \rightarrow \text{neste caso} \rightarrow = \frac{\bar{\alpha}_e L}{\lambda}$$

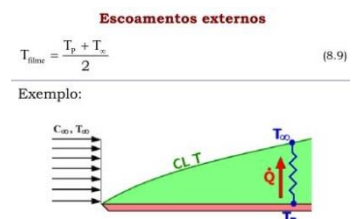
$$Re_{x crit} = \frac{v x_{crit}}{\nu} = 5 \cdot 10^5$$

$$\nu \text{ (ar a } 0^{\circ}C) = 13.3 \cdot 10^{-6} \rightarrow x_{crit} = 1.33$$

O que significa que vamos ter escoamento laminar até aos 1.33m, e turbulento depois disso (com transição pelo meio). Usamos então uma correlação para o Nu para placas planas com escoamento misto.

$$\overline{Nu} = (0.037 Re_L^{4/5} - 871) Pr^{1/3}$$

Agora, esta correlação foi feita para ser usada com o fluido à T^a do filme.



$$T_{filme} = \frac{T_p + T_\infty}{2}$$

No entanto não é sabida a T_p da parede, pelo que vai ter que ser arbitrada. Para não ter que fazer interpolações com os dados nas tabelas, pode-se arbitrar $T_p = 0$, para a média das 2 dar 0.

$Pr = 0.715$	$Re_L = \frac{vL}{\nu} = \frac{5 \cdot 6}{13.3 \cdot 10^{-6}} = 22.6 \cdot 10^5$	$\lambda_{ar\ 0^\circ C} = 0.0243$
--------------	--	------------------------------------

$$\overline{Nu} = 3222.9 = \frac{\bar{\alpha}_e L}{\lambda} = \frac{\bar{\alpha}_e 6}{0.0243} \rightarrow \bar{\alpha}_e = 13.08$$

Introduzindo α_e em (1) juntamente com

$\alpha_i = 5$	$A = 2.5 \cdot 6$	$e = 0.25$	$\lambda_{parede} = 1$
----------------	-------------------	------------	------------------------

$$\dot{Q} = \frac{20}{\frac{1}{\alpha_i A} + \frac{e}{\lambda_{parede} A} + \frac{1}{\alpha_e A}} = 570 \quad \checkmark$$

Verifica-se agora se a T_p arbitrada está suficientemente correta.

$$\dot{Q} = \frac{T_p - T_{\infty e}}{\frac{1}{\alpha_e A}}$$

$\dot{Q} = 570$	$T_{\infty e} = 0^\circ C$	$\alpha_e = 13.08$	$A = 2.5 \cdot 6$
-----------------	----------------------------	--------------------	-------------------

$$T_p = 2.9^\circ C \rightarrow T_{filme} = 1.45^\circ C$$

Outra forma de determinar α_e seria integrando as correlações do nº de Nusselt para valores locais para cada escoamento à superfície da parede respetiva.

$$\begin{cases} Nu_{x\ lam} = 0.332 Re_x^{1/2} Pr^{1/3}, & 0 \leq x \leq 1.33 \\ Nu_{x\ turb} = 0.0296 Re_x^{4/5} Pr^{1/3}, & 1.33 < x \leq 6 \end{cases}$$

$Pr = 0.715$	$\nu = 13.3 \cdot 10^{-6}$	$v = 5$	$\lambda_{parede} = 1$
--------------	----------------------------	---------	------------------------

$$\begin{cases} Nu_{x\ lam} = 0.332 \left(\frac{5x}{13.3 \cdot 10^{-6}} \right)^{0.5} 0.715^{1/3} \\ Nu_{x\ turb} = 0.0296 \left(\frac{5x}{13.3 \cdot 10^{-6}} \right)^{4/5} 0.715^{1/3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} Nu_{x\ lam} = 182.03x^{0.5} \\ Nu_{x\ turb} = 763.52x^{4/5} \end{cases}$$

$$Nu = \frac{\alpha x}{\lambda} \Rightarrow \alpha = \frac{Nu \lambda}{x}$$

$$\bar{\alpha}_e = \frac{1}{L} \int_0^L \alpha_{x,e} dx = \frac{1}{L} \int_0^L \frac{Nu_x(lam + turb)\lambda}{x} dx = \frac{\lambda}{L} \int_0^{1.33} \frac{182.03x^{0.5}}{x} dx + \frac{\lambda}{L} \int_{1.33}^6 \frac{763.52x^{4/5}}{x} dx$$

$$\frac{\lambda}{L} \cdot 182.03 \int_0^{1.33} x^{-0.5} dx + \frac{\lambda}{L} \cdot 763.52 \int_{1.33}^6 x^{-1/5} dx$$

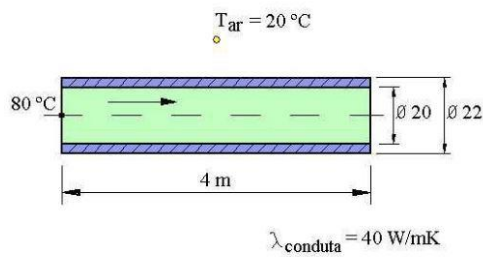
$$\lambda = 0.0243 \quad L = 6$$

$$\bar{\alpha}_e = 13.1$$

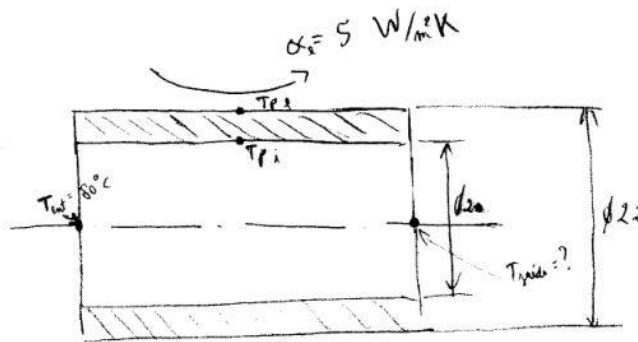
b)

Mesmo raciocínio, mas agora o escoamento é todo turbulento visto que $x_{crit} = 1.33$ (só há escoamento laminar nas paredes da 1ª sala).

II.3 - Na conduta da figura circulam 0,3 kg/s de água, que entram à temperatura de 80°C. Sendo o coeficiente de convecção exterior de 5 W/m²K e estando o ar exterior a 20°C:



- a) Determine a temperatura de saída da água.
- b) Se o caudal de água baixar para 0,01 l/s, qual o novo coeficiente de convecção interior e a temperatura de saída da água?



a)

Tª água à saída?

Fazendo um volume de controlo à volta da água e aplicando a 1ª lei da termodinâmica tem-se:

$$\dot{W}_e^s + \dot{Q}_e^s = \dot{m}(\Delta u + \Delta e_{pot} + \Delta e_{cin} + \Delta e_{pressao} + \dots)$$

$$\dot{Q} = \dot{m}\Delta u = \dot{m}c_p(\bar{T}_{saída} - \bar{T}_{entrada}) \quad (1) \quad \leftarrow \text{energia perdida pela água}$$

Se se conseguir calcular \dot{Q} , pode-se tirar T_s .

Sabendo que $\dot{Q} = \frac{\Delta T}{R_T}$,

$$\dot{Q} = \frac{\bar{T}_{\text{água}} - T_{\infty \text{ ext}}}{R_T} \quad (2)$$

Igualando (1) e (2), obtém-se

$$\dot{m}c_p(\bar{T}_s - \bar{T}_e) = \frac{\bar{T}_{\text{água}} - T_{\infty \text{ ext}}}{R_T} \quad (4)$$

Onde

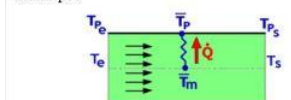
$$R_T = R_{cv \text{ int}} + R_{cd} + R_{cv \text{ ext}}$$

$$R_T = \frac{1}{\alpha_{int} A_{int}} + \frac{\ln \frac{D_{ext}}{D_{int}}}{2\pi l \lambda} + \frac{1}{\alpha_{ext} A_{ext}} \quad (3)$$

Escoamentos internos

$$T_{filme} = \frac{\bar{T}_p + \bar{T}_m}{2}$$

Exemplo



$$\bar{T}_p = \frac{\bar{T}_{re} + \bar{T}_{rs}}{2}$$

$$\bar{T}_m = \frac{\bar{T}_e + \bar{T}_s}{2}$$

Daqui só não sabemos α_{int} . Este pode ser tirado de

$$Nu = \frac{\alpha_i D_i}{\lambda_{\text{água}}}$$

Por sua vez, o nº de Nusselt pode ser determinado por uma correlação que depende do tipo de escoamento, zona desenvolvida ou a desenvolver-se e arrefecimento ou aquecimento

Então precisamos de saber algumas das propriedades da água (e para isso precisamos de saber a sua T^a) para podermos calcular Nu. É preciso então determinar/arbitrar uma T^a média para a água. Esta varia axial e radialmente, por isso será preciso fazer duas médias (e para tal vamos assumir que varia linearmente das duas maneiras).

Considerando também que o escoamento é turbulento e que $\frac{\partial T_{\text{parede tubo}}}{\partial \text{raio}} = 0$ (i.e., que a T^a do tubo segundo a direção radial não varia, ou seja, T^a parede exterior = T^a parede interior)

$$T_{\text{meio}} \approx \frac{\bar{T}_{\text{ent}} + \bar{T}_{\text{saída}}}{2}, T_{\text{filme}} = \frac{T_{\text{meio}} + T_{\infty}}{2} \rightarrow \text{arbitrar } T_{\text{filme}} = 80^{\circ}\text{C}$$

Então faz-se:

Tirar propriedades da água (incluindo Pr) \rightarrow calcular Re e comprimento entrada \rightarrow tirar C e n \rightarrow tirar Nu \rightarrow calcular α_{int} .

$$Pr (\text{água } 80^{\circ}\text{C}) = 2.23$$

$$Re_D = \frac{vD}{\nu} = \frac{\dot{V}D}{Av} = \frac{\dot{m}D}{\rho Av} = \frac{\dot{m}D}{\mu A}; D = 0.02; \dot{m} = 0.3; \mu = 354.8 \cdot 10^{-6}; A = \frac{\pi 0.02^2}{4} = \pi \cdot 10^{-4}$$

$$Re_D = 53\,829 > 2300 \rightarrow \text{turbulento}$$

$$Le (\text{turb}) \approx 10D = 0.2$$

O que significa que só 0,2/4 é que está em desenvolvimento. Então podemos simplificar como se estivesse todo desenvolvido.

Correlação para escoamento turbulento, na zona desenvolvida, arrefecimento $\rightarrow Nu = 0.023 Re_D^{0.8} Pr^{0.3}$

$$Nu_D = 178.6$$

$$Nu = \frac{\alpha_i D_i}{\lambda_{\text{ar a } 80^{\circ}\text{C}}} = \frac{\alpha_i 0.02}{0.669} \rightarrow \alpha_i = 5974 \checkmark$$

Substituindo α_i em (3)

$$A_i = \frac{\pi 0.02^2}{4}; D_e = 0.022; D_i = 0.02; l = 4; \lambda = 40; \alpha_e = 4; A_e = \frac{\pi 0.022^2}{4} \rightarrow R_T = 0.724$$

$$c_p (\text{ar a } 80^{\circ}\text{C}) = 4197$$

Substituindo ambos em (4) e sabendo que $T_e = 80$

$$T_s = 79.9 \checkmark$$

A média das T^a s dá aprox 80, o que bate certo com a T^a arbitrada para o fluido (média das 2).

b)

Se $\dot{V} = 0.01 \cdot 10^{-3} \rightarrow \alpha_i$ e T_s ?

Mesmo raciocínio que anteriormente. Arbitrando a mesma temperatura.

$$Re = 1744 < 2300 \rightarrow \text{laminar}$$

$\frac{le}{D} = 0.06Re \rightarrow le = 2.27$ (o escoamento demora mais do que 50% do comprimento do tubo a desenvolver-se)

Se o escoamento fosse todo desenvolvido usava-se $Nu=3,66$

$$\overline{Nu} = 3.66 + \frac{0.0668G_{ZD}}{1 + 0.04G_{ZD}^{2/3}}$$

$$G_{ZD} = \frac{D}{x} Re Pr$$

$D = 0.02$	$Re = 1744$	$Pr = 2.23;$
------------	-------------	--------------

$$x = 4 \rightarrow G_{ZD} = 19.45 \rightarrow Nu = 4.67 \rightarrow \alpha_i = 156 \rightarrow R_T = \rightarrow T_s = 77.4^\circ C$$

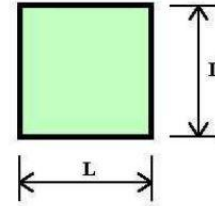
Confirmar os valores arbitrados:

(soluções: $T_{saida} = 78.1^\circ C$, $\alpha_{int} = 122 W/m^2 K$)

II.4

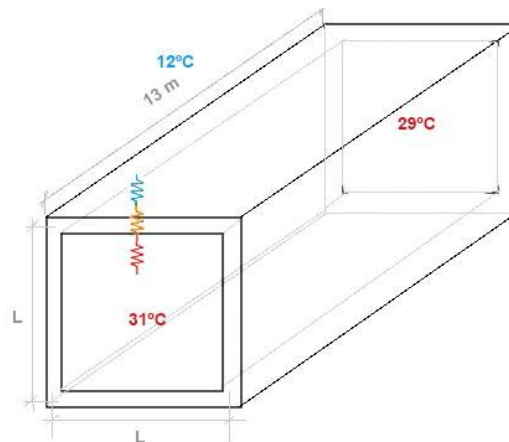
Pretende-se insuflar 0,15 kg/s de ar numa sala, para efeitos de aquecimento. Para tal dispõe-se de uma unidade de aquecimento, da qual o ar sai a 31°C.

O transporte do ar até à sala deverá ser feito através de uma conduta de secção quadrada, com um comprimento de 13m. Sendo a resistência térmica equivalente da parede da conduta e da convecção exterior de 0,5 m²K/W, e a temperatura exterior de 12°C:



- Quais deverão ser as dimensões da secção da conduta para que a queda de temperatura entre a saída da unidade de aquecimento e a entrada na sala não exceda 2°C?
- Para essas dimensões calcule a temperatura média da superfície da conduta.

Dados:



$\dot{m} = 0.15$	$T_{i,e} = 31^{\circ}\text{C}$	$R_{eq}(cd+cv e) = 0.5$
	$T_{i,s} = 29^{\circ}\text{C}$	$T_{e,e} = T_{e,s} = 12^{\circ}\text{C}$

$T_{i/e, e/s}$ = Temperatura interior/exterior à entrada/saída

a)

Vai-se usar a analogia reo-elétrica para o fluxo de calor de dentro da conduta para fora: $\dot{Q} = \frac{\Delta T}{R_{eq}}$

A resistência térmica para a fórmula de cima entra em K/W ($R_{eq} = \frac{\Delta T}{\dot{Q}} = K/W$) mas ela é dada sob a forma de resistência térmica específica m²K/W. Assim, para a R_{eq} poder entrar para a fórmula de cima (isto é, com as unidades apropriadas) deve ser multiplicada pela área (de transferência de calor).

$$\dot{Q} = \frac{\Delta T}{R_{eq}} = \frac{T_{dentro} - T_{fora}}{R_{cvi} + A \cdot R_{eq}(cd + cv e)}$$

Como o que queremos saber é L e não A, podemos já explicitar a relação que $A = 4 \cdot L \cdot 13 = 52L$

$$\dot{Q} = \frac{\Delta T}{R_{eq}} = \frac{T_{dentro} - T_{fora}}{R_{cvi} + 52L \cdot R_{eq}(cd + cv e)}$$

Agora é uma questão de saber cada parcela até que a única incógnita seja L. Começando de cima para baixo e da esquerda para a direita.

Qual o **calor** que o ar perde desde que entra na conduta até que sai? Isso pode ser calculado porque sabemos que desce 2°C, sabemos o caudal e quanta energia é necessária fornecer para subir um grau de temperatura 1kg de ar (Cp)

$$\dot{Q} = \dot{m} c_p \Delta T$$

$\dot{m} = 0.15 \text{ kg/s}$	$\Delta T = 2^\circ\text{C}$	$c_{p_{ar 30^\circ\text{C}}} = 1005 \text{ J/kgK}$
-------------------------------	------------------------------	--

$$\dot{Q} = 302 \text{ W}$$

Como a temperatura no interior T_i varia, teremos que fazer os cálculos para um valor médio \bar{T}_i

$$\bar{T}_i = \frac{31 + 29}{2} = 30$$

$$\dot{Q} = \frac{\bar{T}_i - T_e}{R_{cvi} + A \cdot R_{eq}(cd + cv e)}$$

Em relação à resistência de convecção sabemos que

$$R_{cvi} = \frac{1}{\alpha_i}$$

Portanto é preciso calcular α_i . Como a temperatura do ar varia também as suas propriedades e portanto o α_i também varia. Assim temos de usar o valor médio. Para tal sabe-se qe

$$\overline{Nu} = \frac{\overline{\alpha_i} \cdot l_{comprimento}}{\lambda_{ar}} \Big|_{30^\circ\text{C}}$$

O λ tiramos de tabelas (=0.0264W/mK), só falta o número de Nusselt médio. Sabemos que podemos relacioná-lo com o número de Reynolds e Prandtl. Essa relação depende do tipo de escoamento (laminar ou turbulento) que se tratar. No entanto só vamos saber que tipo de escoamento se trata depois de calcular o número de Reynolds.

Regime laminar ($Re < 5 \cdot 10^5$) e $T_{parede} = cte$.

$$\overline{Nu} = 0,664 Re_L^{1/2} Pr^{1/3} \quad 0,6 < Pr < 50$$

Regime laminar $\dot{q}_{parede} = cte$.

$$\overline{Nu} = 0,906 Re_L^{1/2} Pr^{1/3} \quad 0,6 < Pr < 100$$

Regime turbulento e $T_{parede} = cte$.

$$\overline{Nu} = 0,037 Re_L^{4/5} Pr^{1/3}$$

Se regime turbulento sobre toda a placa
($L \gg x_{cr}$ ou $Re_L \gg Re_{cr}$)

$$\overline{Nu} = (0,037 Re_L^{4/5} - 871) Pr^{1/3}$$

Se regime misto (lam+turb) sobre a placa
($Re_L > Re_{cr}$)

Tratando-se de um escoamento interno num tubo quadrado temos que usar a fórmula adaptada para tubos quadrados, portanto usando diâmetro hidráulico

$$Re_{Dh} = \frac{v D_h}{\nu}$$

Onde

$$D_h = L^2$$

A velocidade do ar depende da secção. 0.15 kg/s num tubo fino andar muito rápido, enquanto que se o tubo for muito largo, vai andar muito devagar. Então é preciso explicitar essa dependência.

$$\dot{m} = \rho A v = 4 \rho L v$$

$$v = \frac{\dot{m}}{4 \rho L}$$

$$Re_{Dh} = \frac{\frac{\dot{m}}{4 \rho L} \cdot L^2}{\nu} = \frac{\dot{m} L}{4 \rho \nu} = \frac{\dot{m} L}{4 \rho \nu}$$

$\dot{m} = 0.15 \text{ kg/s}$	$\rho = 1.166 \text{ kg/m}^3$	$\nu = 16.04 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$
-------------------------------	-------------------------------	--

$$Re_{Dh} = (\dots)L$$

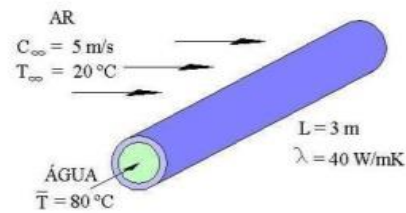
Como o número de Reynolds vem em função de L parece-me que terá de ser um processo iterativo. 1º Assumir que é laminar ou turbulento, fazer os cálculos com essa suposição, obter o L. Voltar aqui e calcular o número de Reynolds com o L obtido. Se bater certo (i.e. se tivermos assumido que foi p.ex. laminar e ser laminar) parar. Senão continuar a repetir este processo até bater certo.

(soluções: $L \leq 18 \text{ cm}$, $T_{parede \text{ conduta}} = 28 \text{ }^\circ\text{C}$)

II.5

Num tubo com $\varnothing_1 = 3\text{cm}$ e $\varnothing_2 = 3,4\text{cm}$ escoam-se água à temperatura média de 80°C , com um coeficiente de convecção de $5000\text{ W/m}^2\text{K}$. No exterior existe um escoamento de ar forçado, à velocidade de 5 m/s e à temperatura de 20°C .

- Nestas condições calcule a potência transferida para o ar
- Em que ponto exterior do tubo é máxima a potência transferida? Justifique.
- Pretendendo aumentar a potência transferida para o ar, resolveu-se utilizar dois tubos com metade do(s) diâmetro(s), circulando em cada um metade do caudal. Diga, justificando, se a decisão foi ou não acertada.



a)

Determinar a potência transferida para o ar, \dot{Q} ?

A potência transferida para o ar é dada por

$$\dot{Q} = \frac{T_{\text{ág}} - T_{\infty}}{R_T} \quad (1)$$

Onde R_T

$$R_T = R_{cv\ int} + R_{cd} + R_{cv\ ext}$$

$$R_T = \frac{1}{\alpha_i A_i} + \frac{\ln\left(\frac{D_{ext}}{D_{int}}\right)}{2\pi l \lambda} + \frac{1}{\bar{\alpha}_e A_e} \quad (2)$$

$$\bar{\alpha}_e ? ; D_{ext} = 0.034; D_{int} = 0.030; \alpha_i = 5000; A_i = \pi D_{int} l = \pi \cdot 0,03 \cdot 3; \lambda = 40; A_e = \pi D_{ext} l$$

Para determinar $\bar{\alpha}_e$ (coeficiente de convecção exterior) vamos precisar de uma correlação para o Nusselt, escoamento em torno de um cilindro.

$$\frac{\bar{\alpha}_e D}{\lambda} = \overline{Nu}_D = C \cdot Re_D^n \cdot Pr^{\frac{1}{3}} \quad (3)$$

Para saber as propriedades do ar, vamos precisar de saber a sua T^a que é a $T_{filme} = \frac{T_{ar} + T_{parede\ exterior\ do\ cilindro}}{2}$

Mas como não sabemos a 2^a temperatura, vamos ter que arbitrar uma para ir buscar as propriedades. Se repararmos temos um α muito elevado (na ordem dos milhares) e um $\lambda = 40 \Rightarrow$ conduta relativamente boa condutora de calor o qe significa qe a resistência térmica de convecção interior e de condução interior são resistências baixas, e como do lado de fora temos ar, e o ar é por ser um gás é menos bom condutor de calor do que um líquido, portanto à partida a grande R_T está do lado de fora. Portanto a resistência associada a convecção exterior, e portanto o grande ΔT estará também entre o ar e a parede exterior do cilindro. Isto permite arbitrar uma T para a P_{ext} do tubo qe sera uma T mais próxima da água do qe do ar. A conduta estará praticamente à T^a da água, o qe é uma hipótese para começar o calculo. Se a hipótese estiver errada, teremos de continuar a iterar.

$$\bar{T}_{P_{ext}} \approx \bar{T}_{\text{ág}} \Rightarrow T_{filme} = \frac{T_{\text{ág}} + T_{\infty}}{2} = \frac{80 + 20}{2} = 50^\circ\text{C}$$

Vai ser a esta temperatura que vamos buscar as propriedades do ar. Propriedades do ar a 50°C (ver tabela)

$$\nu = 17.94 \cdot 10^{-6}; \lambda = 0.0278; Pr = 0.710$$

$$Re_D = \frac{v \cdot D}{\nu} = 9476 \rightarrow p.29 \rightarrow \begin{cases} c = 0.193 \\ n = 0.618 \end{cases}$$

$$v = 5; D = D_{ext} = 0,034$$

Reorganizando as equações (3) para tirar o $\bar{\alpha}_e$

$$\bar{\alpha}_e = \frac{\lambda}{D_{ext}} \cdot C \cdot Re_{D_{ext}}^n \cdot Pr^{\frac{1}{3}} = 40.4 \frac{W}{m^2K} \quad (4)$$

E daí entrar com ele em (2)

$$R_T = 0.078$$

E com R_T em (1)

$$\dot{Q} = 768 \text{ W} \quad \checkmark$$

Agora podemos verificar se o valor arbitrado para a T^a está aceitável (erro inferior a 5%)

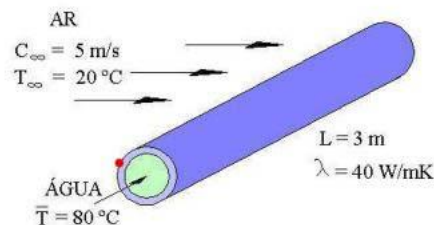
$$\begin{aligned} \dot{Q} &= \alpha_e \cdot A_e \cdot (T_{P_{ext}} - T_{\infty}) \\ \dot{Q} &= 768; \alpha_e = 40.4; A_e = \pi D_{ext} l; T_{\infty} = 20 \\ T_{P_{ext}} &= 79.3 \end{aligned}$$

Portanto foi um valor arbitrado perto do real e podemos acabar os cálculos por aqui. Se desse um valor bastante diferente, usaríamos essa T^a em cima no cálculo da T^a_{filme} onde se ia buscar as novas propriedades do ar, etc.

b)

Onde é máximo o fluxo de calor transferido?

Relativamente ao comprimento do tubo, à entrada à partida temos > fluxo de calor porque o ΔT é \uparrow . Em termos radiais, no ponto frontal (ponto de estagnação) a espessura da camada limite é mínima, que vai ser laminar porque $Re < 2 \cdot 10^5$, e é onde o maior coeficiente de convecção é maior (ver gráficos).



c) Se dividirmos o tubo em dois, como varia o fluxo de calor?

Trata-se de calcular \dot{Q}_{1tubo} , multiplicar por dois, e ver se é inferior ou superior ao \dot{Q} do tubo grande.

Aqui há a questão de saber se o λ se vai alterar. No entanto, olhando para a eq (2) $R_{cd} = 0.00017$ que é cerca de 400x menos que o R_T significa que o λ pouco contribui para a resistência e portanto mesmo que se altere muito, ele continua a contribuir pouco para a R_T e portanto é irrelevante a sua alteração. Assim, para esta alínea, vamos admitir que só vamos mudar a convecção exterior.

As eq. (1) e (2) ficam iguais, e como fazemos só para um dos tubos pequenos, altera-se só os diâmetros (metade do diâmetro). Também fica igual o arbitrar da temperatura.

Mais uma vez, para determinar o α_e será preciso utilizar a eq (4)

$$Re = 4739; \lambda = 0.0278; n = 0.618; c = 0.193; Pr^{\frac{1}{3}} = 0.71$$

$$R_T = 0.12 \rightarrow \dot{Q}_{1tubo} = \frac{\bar{T}_{ág} - \bar{T}_{\infty} = 80 - 20}{R_T} = 500 \text{ W}$$

Verificando se a T^a arbitrada está correta

$$T_{P_{ext}} = 78.3 \text{ } ^\circ\text{C (1tubo)}$$

Estando aproximadamente bem, podemos ver então qe

$$\dot{Q}_{2tubos} = 1000 \text{ W} > 768 \text{ W}$$

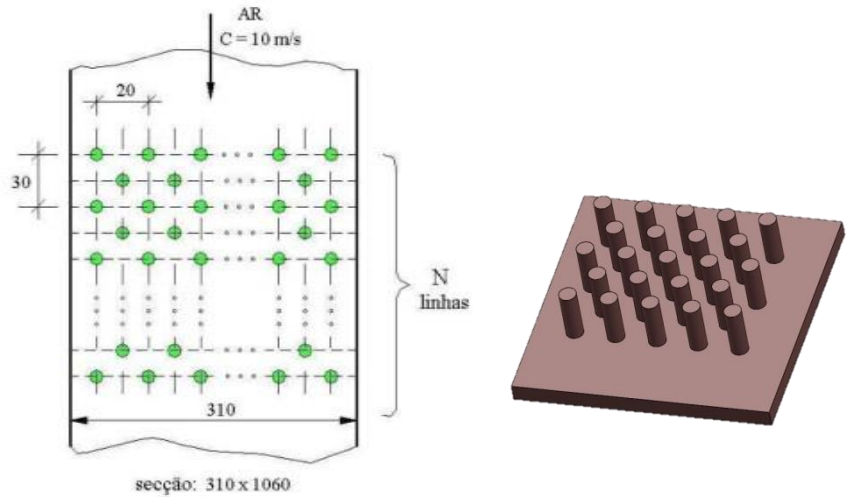
II.6 Um feixe tubular constituído por tubos de cobre verticais com o diâmetro interior de 10mm e exterior de 12mm, constitui a unidade aquecedora de uma máquina de ar condicionado.

No interior dos tubos circula água a uma temperatura média de 60°C, e no exterior o ar é forçado transversalmente à velocidade de 10 m/s.

A potência de aquecimento necessária é de 30 kW.

Determine o número de linhas de 15 tubos cada, com a disposição indicada na figura, e o caudal de água necessário, sabendo que a queda de temperatura da água entre a entrada e a saída não pode exceder 10°C, e fazendo as hipóteses convenientes. O ar entra a 15°C e sai a 25°C.

Suponha que o coeficiente de convecção nos tubos é suficientemente grande para que a sua resistência seja desprezável.



Se se fizesse um volume de controlo que englobasse o feixe de tubos e aplicasse a 1ª lei da termodinâmica, daria

$$\dot{W} + \dot{Q} = \dot{m}(\Delta u + \Delta E_e + \Delta E_p + \Delta E_{pressao} + \Delta E_{quimica} + (...))$$

“Potência de aquecimento da água” = $\dot{Q}_{\text{água}}$

$$\dot{Q}_{\text{água}} = \dot{m}c_p(T_s - T_e)_{\text{água}}$$

$\dot{Q}_{\text{água}} = 30000$	c_p (à T^a média da água $\rightarrow 60^\circ\text{C}$) = 4184	$(T_s - T_e)$ (qe é o ΔT máximo) = 10°C
---------------------------------	--	---

$$\dot{m} \geq 0.717$$

A bomba de calor fornece 30 kW à água de potência, potência essa que vai ser dissipada pelos $N \cdot 15$ tubos. Então:

$$\dot{Q}_{\text{água}} = \dot{Q}_{\text{total}} = \dot{Q}_{\text{tubo}} \cdot N_{\text{linhas}} \cdot 15_{\text{colunas}}$$

(Perguntar o número de linhas, no fundo corresponde a perguntar qual a área de transferência, visto que cada tubo tem uma área conhecida.)

Para xegarmos ao valor de N basta determinar a outra incógnita nessa equação qe é a potência calorífica dissipada por um tubo. Para isso,

$$\dot{Q}_{\text{tubo}} = \frac{\bar{T}_{\text{ág}} - \bar{T}_{\text{ar}}}{R_{eq}}$$

$\bar{T}_{\text{ág}} = 60^\circ\text{C}$	$\bar{T}_{\text{ar}} = 20^\circ\text{C}$ (entra a 15 e sai a 25 \rightarrow média = 20)
--	---

$$R_{eq} = R_{cv \text{ int}} + R_{cd} + R_{cv \text{ ext}}$$

$$R_{eq} = \frac{1}{A_i \alpha_i} + \frac{\ln\left(\frac{D_{ext}}{D_{int}}\right)}{2\pi l \lambda} + \frac{1}{A_e \bar{\alpha}_e}$$

$\frac{1}{A_i \alpha_i} \approx 0^2$	$D_{ext} = 0.017$	$D_{int} = 0.01$	$A_e = \pi \cdot 0.012 \cdot 1.06 =$	$\lambda_{\text{cobre}} = 400$	$l = 1.06$
--------------------------------------	-------------------	------------------	--------------------------------------	--------------------------------	------------

² “Suponha que o coeficiente de convecção nos tubos é suficientemente grande para que a sua resistência seja desprezável.”

Notar que o valor para α_e é um valor médio, porque entre a entrada e saída do ar, as suas propriedades variam e como tal também o α_e .

Introduzindo os valores para simplificar a equação, ficamos com

$$Re_{eq} = 6.84 \cdot 10^{-5} + \frac{25.02}{\alpha_e}$$

$$30\,000 = \frac{40}{6.84 \cdot 10^{-5} + \frac{25.02}{\alpha_e}} \cdot 15 \cdot N \quad (3)$$

$$Nu = \frac{\alpha_e D}{\lambda_{fluido}} \quad (2)$$

Portanto para determinar α_e teremos que determinar o nº de Nusselt.

Há aqui dois pontos a ter em conta porque não se trata apenas de um tubo mas de um conjunto de cilindros em que o ar anda ali às voltinhas. E portanto existem fórmulas específicas para Nu para feixes de tubos.

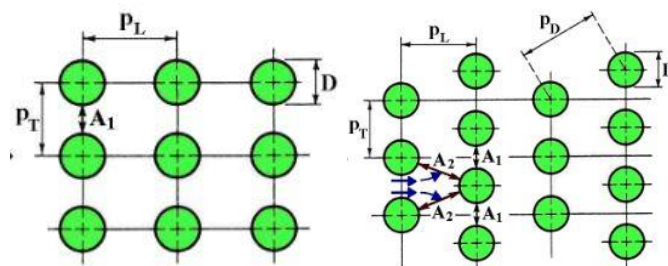
1) A correlação que vamos usar para Nusselt, vai-nos dar um Nusselt de 1 tubo inserido num feixe de tubos, que dará um valor diferente do Nu em torno de um tubo que não tem influência em nada.

2) Um outro aspeto a considerar é que quando temos 1 feixe o escoamento em torno dos cilindros não é o mesmo no início do feixe e algures a meio ou depois. Nas primeiras fiadas de cilindros há ali variações de fiada para fiada. A dada altura fica como que “desenvolvido”. Isto quer dizer que as correlações para Nu tem sempre 1 correção quando o número de tubos (número de fileiras de tubos) é baixo.

Qual é a correlação do nº de Nu para um feixe de tubos (começando por considerar $N > 10$) com um escoamento de um fluido qq?

$$Nu_{N > 10} = 1.13 C_1 \cdot Re_{m\acute{a}x}^m \cdot Pr^{\frac{1}{3}} \leftarrow \text{isto está diferente do q está nos slides. } Pr(\text{ar}) = 0.7, \quad 0.7^{1/3} \cdot 1.13 = 1$$

$Re_{m\acute{a}x}$ é o Re para a velocidade máxima. Isto é necessário porque todas as correlações para o Nu entram com $Re_{m\acute{a}x}$. A máxima velocidade pode acontecer em vários sítios... Se os feixes fossem alinhados, assim que ocorresse diminuição da secção do escoamento máxima (A_1) já se teria velocidade máx, e ptt a correlação era uma relação de áreas.



Para este caso, feixes alternados, se for em A_1 a expressão é a mesma que para feixes alinhados. Como sei em qual área ocorre a v_{max} ?

Será em A_1 se

$$P_D > \frac{(P_T + D)}{2} \quad (1)$$

Em que

$$P_D^2 = P_L^2 + \left(\frac{P_T}{2}\right)^2 \Rightarrow P_D = \left(P_L^2 + \left(\frac{P_T}{2}\right)^2\right)^{0.5} = 18 \rightarrow \text{pondo em (1)} \rightarrow v_{m\acute{a}x} \text{ é em } A_1$$

$P_L = 15$	$P_T = 20$	$D = 12$
------------	------------	----------

A velocidade máxima quando ocorre na secção A_1 é dada por

$$v_{m\acute{a}x} = \frac{P_T \cdot v}{P_T - D} \rightarrow v_{m\acute{a}x} = 25$$

$v = 10$	$S_T = 20$	$D = 12$
----------	------------	----------

Agora calculamos Re para obtermos o valor de C_1 e de m . Para termos o Re , precisamos de saber as propriedades do ar (e para isso da T^a média do filme). Como as resistências de convecção interior e condução vão ser muito baixas comparativamente à de convecção exterior, a T^a parede exterior cilindro é essencialmente a T^a da água.

$$\bar{T}_{filme} = \frac{T_{parede\ ext\ cilindro} + \bar{T}_{ar}}{2} = \frac{60 + 20}{2} = 40$$

Para esta T^a ,

$\nu = 16.97 \cdot 10^{-6}$	$D = 0.012$	$Pr = 0.71$
-----------------------------	-------------	-------------

$$Re_{m\acute{a}x} = \frac{v_{m\acute{a}x} D}{\nu} = 17\ 678$$

Agora temos de ir a uma tabela buscar C_1 e m , qe dependem de razões dos passos e diâmetros dos feixes e cilindros

$\frac{P_T}{D} = \frac{20}{12} = 1.67$	$\frac{P_L}{D} = \frac{15}{12} = 1.25$
--	--

Como não temos estes valores na tabela temos qe interpolar.

$$\begin{cases} C_1 = 0.510 \\ m = 0.555 \end{cases}$$

$$Nu_{N>10} = 1.13 C_1 \cdot Re_{m\acute{a}x}^m \cdot Pr^{\frac{1}{3}} = 116.5$$

$\lambda = 0.0257$	$D = 0.012$
--------------------	-------------

Introduzindo em (2) $\Rightarrow \bar{\alpha}_e = 250$

Introduzindo em (3) $\Rightarrow N = 5$

Como $N < 10$ e começou-se por admitir que era > 10 , então vai-se buscar C_2 para $N = 5$, e recalcula-se o valor de N .

Tab. 10.2 - Factor de Correção C_2 , quando $N_L < 10$									
N_L	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Alinhada	0,64	0,80	0,87	0,90	0,92	0,94	0,96	0,98	0,99
Alternada	0,68	0,75	0,83	0,89	0,92	0,95	0,97	0,98	0,99

$$Nu_{N < 10} = C_2 \cdot Nu_{N \geq 10} \Rightarrow Nu_{N < 10} = 107.2$$

Introduzindo em (2) $\Rightarrow \bar{\alpha}_e = 230$

Introduzindo em (3) $\Rightarrow N = 5.4 \approx 5$ ✓

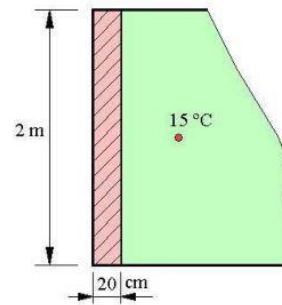
Se desse 6, 7, 8 ou 9 recalculava-se $Nu, \bar{\alpha}_e, e N$. Mas como voltou a dar 5, acaba-se por aqui e é a solução final. São necessárias 5 linhas de tubos.

Tab. 10.1 - Constantes C_1 e m						
P_L/D	P_T/D					
	1,25		1,50		2,00	
	C_1	m	C_1	m	C_1	m
Alinhados						
1,250	0,348	0,592	0,275	0,608	0,100	0,704
1,500	0,367	0,586	0,250	0,620	0,101	0,702
2,000	0,418	0,570	0,299	0,602	0,229	0,632
3,000	0,290	0,601	0,357	0,584	0,374	0,581
Alternados						
0,600	-	-	-	-	-	-
0,900	-	-	-	-	0,446	0,571
1,000	-	-	0,497	0,558	-	-
1,125	-	-	-	-	0,478	0,565
1,250	0,518	0,556	0,505	0,554	0,519	0,556

II.7

Considere uma parede vertical ($\lambda = 1,2 \text{ W/mK}$) exposta ao ar, que no lado interior se encontra calmo e a 15°C .

- a) Encontre uma relação entre α_i e $\Delta T = T_p - T_{ar}$.
- b) Calcule α_i para uma temperatura da parede interior de 18°C .
- c) Se na face exterior da parede incidir a radiação solar, originando originando que ela esteja à temperatura de 40°C , qual será o coeficiente de convecção interior e o fluxo de calor para o interior?



a)

$$\dot{Q} = \alpha_i(T_p - T_{ar})$$

Ou

$$Nu = \frac{\alpha_i L_c}{\lambda_f}$$

Para toda a gama $0 < Ra < \infty$

$$\left(0.825 + \frac{0.387 \left(\frac{g\beta\Delta T L_c^3}{\nu^2} \cdot Pr \right)^{\frac{1}{6}}}{\left(1 + \left(\frac{0.492}{Pr} \right)^{\frac{9}{16}} \right)^{\frac{8}{27}}} \right)^2 = \frac{\alpha_i L_c}{\lambda_f}$$

Substituir Ra pela sua expressão onde entra ΔT

b)

Utilizar a expressão em cima. As propriedades do ar vão ser tiradas da temperatura média do filme ou seja

$$T = \frac{18 + 15}{2} = 16.5 \rightarrow \begin{cases} Pr = 0.713 \\ \nu = 14.8 \cdot 10^{-6} \\ \lambda = 0.0255 \\ \beta = 3.47 \cdot 10^{-3} \end{cases}$$

Substituindo estes valores na expressão de cima dá $\alpha_i = 2.12$

c)

Sabido: $T_{p e} = 40^\circ\text{C}, T_{ar} = 15^\circ\text{C}$

Achar: α_i, \dot{Q}_i

Análise: $\dot{q}_i = \frac{T_{p e} - T_{ar}}{R_{eq}} = \frac{T_{p e} - T_{ar}}{\frac{e}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_i}}$

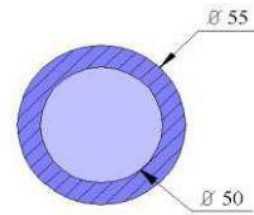
$$T_{p i \text{ arbitrado}} = 30^\circ\text{C}$$

$$T = \frac{30 + 15}{2} = 22.5^\circ\text{C} \rightarrow \begin{cases} \lambda = \\ \nu = \\ \beta = \\ Pr = \end{cases}$$

Substituindo dá $\alpha_i = 0$ qe dá $\dot{q} =$. Depois verificar se $T_{p i \text{ arb}} \approx 30^\circ\text{C}$ fazendo $\dot{q} = \alpha_i(T_p - T_i)$ com T_p como incógnita.

II.8

No interior do tubo da figura circula água à temperatura média de 50°C. O tubo é de ferro ($\lambda = 40$ W/mK) e tem um comprimento de 5m, estando colocado horizontalmente numa sala onde o ar, a 20°C está calmo.



Calcule a potência perdida pela água, considerando desprezável a resistência de convecção interior.

Sabido: Tubo onde passa água: $\alpha_i \approx 0$, $T_{\text{água}} = 50^\circ\text{C}$, $\lambda_{Fe} = 40$, $l_{\text{tubo}} = 5$, $T_{ar\ e} = 20^\circ\text{C}$ calmo.

Achar: \dot{Q} perdida pela água

Análise:

$$\dot{Q} = \frac{50 - 20}{Req} = \frac{30}{\ln\left(\frac{D_{ext}}{D_{int}}\right) + \frac{1}{2L\pi\lambda} + \frac{1}{A\alpha_e}}$$

$$Nu = \frac{\alpha_e L_c}{\lambda_f}$$

$$A = \pi DL$$

Aqui o comprimento característico é o D. O escoamento é perpendicular ao tubo, e o Re é definido de acordo com o diâmetro

$$Nu = \left(0.6 + \frac{0.387 \left(\frac{g\beta\Delta T D_e^3}{\nu^2} \cdot Pr \right)^{1/6}}{\left(1 + \left(\frac{0.559}{Pr} \right)^{9/16} \right)^{8/27}} \right)^2$$

Arbitrando $T_{pe} = 40$

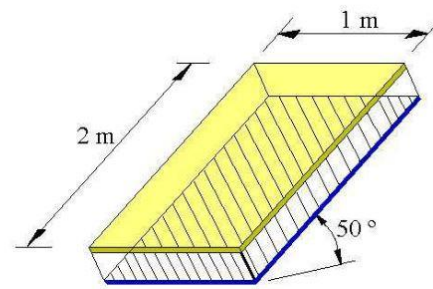
$$T_{ar} = \frac{40 + 20}{2} \rightarrow \begin{cases} \beta = \\ Pr = \\ \nu = \end{cases}$$

Depois há que confirmar T arb.

(soluções $\dot{Q} = 140$ W)

II.9

Um colector solar plano é constituído por uma placa pintada de preto ($\epsilon = 0,9$) e uma cobertura de vidro ($\epsilon = 0,8$), com as dimensões indicadas na figura. No espaço fechado entre ambas existe ar.



Estando a placa à temperatura de 90°C e o vidro à temperatura de 40°C , calcule:

- A potência calorífica perdida, por convecção, pelo colector pela parte superior, para uma distância entre a placa e o vidro de 15mm.
- A espessura da camada de ar para a qual o fluxo de calor trocado é mínimo
- Esboce num gráfico a variação da potência perdida por convecção com a distância placa-vidro, justificando o andamento da curva em função dos modos de transferência de calor em presença.

a)

Para determinar a potência calorífica pode-se aplicar

$$\dot{Q} = \alpha A (T_p - T_v) \quad (1)$$

Sabemos a temperatura da parede e do vidro, e a área da placa, só falta saber o coeficiente de convecção. Sabemos que o Nu se relaciona com o coeficiente de convecção da seguinte maneira

$$\overline{Nu} = \frac{\alpha L_c}{\lambda_{fluido}} \quad (2)$$

Neste caso o comprimento característico é a distância entre placas ($L_c = h = 15\text{mm}$). No caso da convecção natural, nº de Nusselt depende do nº de Rayleigh que, quando excedido, o fluido ir-se-á começar a mexer. Abaixo desse ponto há condução pura, acima à convecção natural.

$$Ra_h \cdot \cos(\theta) = \frac{g\beta\Delta T h^3}{\nu^2} \cdot Pr \quad (3)$$

As propriedades do ar vão ser determinadas à temperatura média do fluido

$$\overline{T} = \frac{90 + 40}{2} = 65^{\circ}\text{C} \quad \left\{ \begin{array}{l} \nu = 19.41 \cdot 10^{-6} \\ \lambda = 0.0289 \\ Pr = 0.709 \\ \beta = \frac{1}{\overline{T} + 273.15} = 0.00296 \end{array} \right.$$

Substituem-se assim os valores em (3) para obter

$g = 9.8$	$\beta = 0.00296$	$\Delta T = 90 - 40 = 50$
$L_c = h = 15 \cdot 10^{-3}$	$\nu = 19.41 \cdot 10^{-6}$	

$$Ra_h \cdot \cos(\theta) = 9212$$

$$Ra_h = 5921$$

Podemos usar a correlação

$$5900 < Ra_h \cos \theta \leq 9,23 \times 10^4 \\ 0 < \theta \leq 70^{\circ} \\ L/H \geq 12$$

O qe dá $Nu = 2.044$

$$\overline{Nu} = 0,229 (Ra_h \cos \theta)^{0,252}$$

Substituindo em (2) tira-se $\alpha = 3.04$ e em (1) tira-se $\dot{Q} = 394\text{W}$ ✓

b)

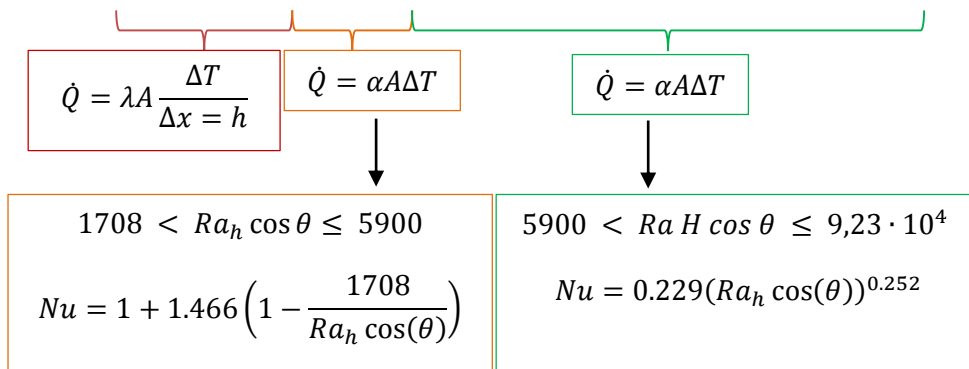
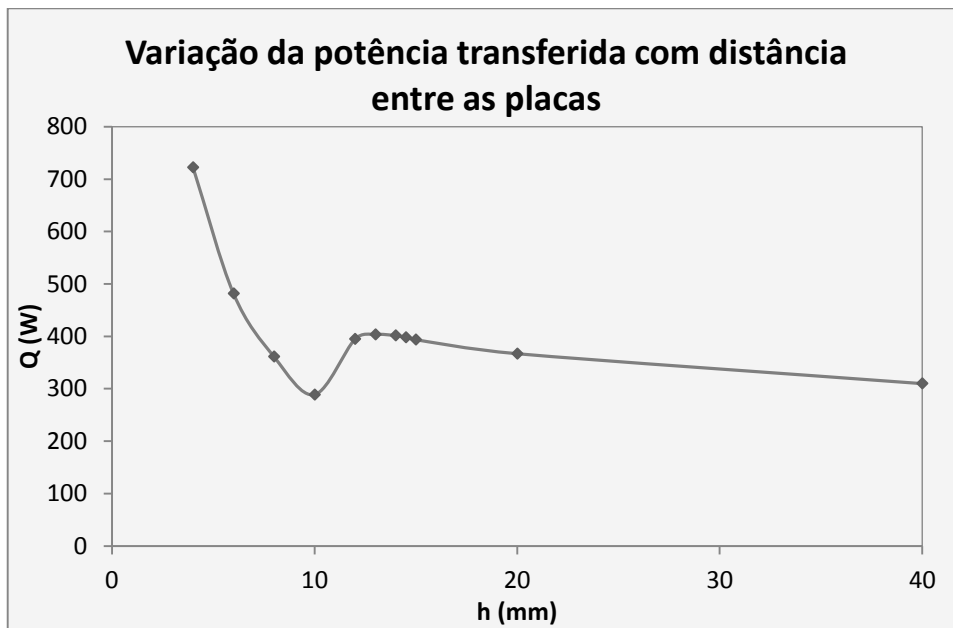
Se for condução pura, $Nu = 1$.

Estamos à procura do h para o qual temos condução pura e \dot{Q} mínimo. Sabemos que quanto maior h , maior a resistência térmica de condução, e portanto menor é o fluxo. Por outro lado, na convecção, quanto maior h , menor o coeficiente de convecção (exceto numa zona intermédia). Assim, tirando a hipótese da placa estar infinitamente afastada, estamos à procura do local onde a transferência de calor deixa de ser por condução e passa a ser por convecção, que acontece

Se $Ra_h \cos\theta \leq 1708 \rightarrow \bar{Nu} = 1$ (não haverá escoamento no interior da cavidade, e a TC ocorrerá apenas por condução)

Substituindo $Ra_h \cos(\theta) = 1708$ em (3), tira-se $h = 0.0099 \text{ m} = 9.9 \text{ mm} \checkmark$

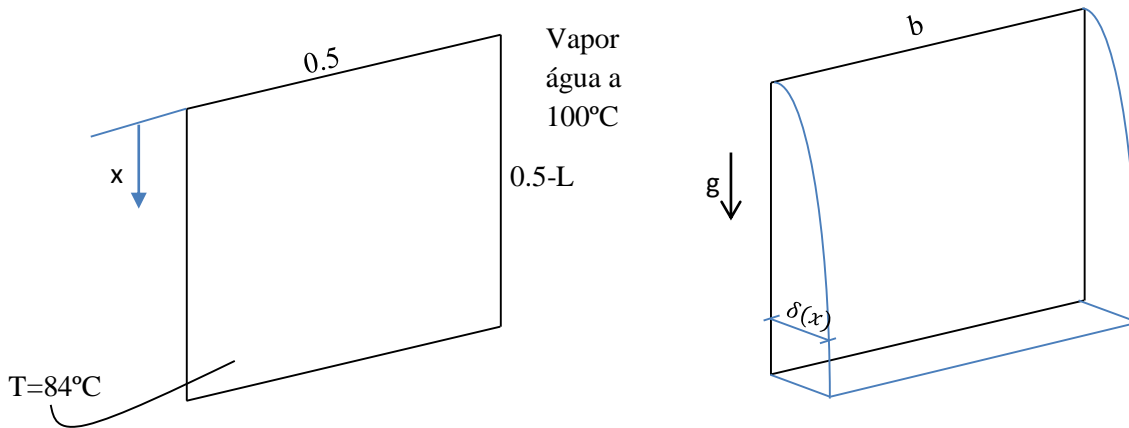
c)



Notar a existência de um máximo local para $Ra_h = 5900 \Rightarrow h \approx 15 \text{ mm}$ que corresponde ao comprimento para o qual a transferência de calor, quando já há convecção, é máxima.

III.1 Uma placa vertical quadrada com $0,5 \times 0,5\text{m}$, à temperatura uniforme de 84°C , está exposta a vapor de água saturado à pressão atmosférica. Calcule:

- O coeficiente de transferência local, no meio e no fundo da placa.
- O coeficiente de transferência médio para toda a placa.
- O caudal de condensado e a potência transferida.



a)

Análise: O que temos aqui é vapor saturado, colocamo-lo em contacto com uma superfície cuja $T^a < T^a_{\text{cond}}$, e o vapor vai condensar. Aqui nesta placa vertical, vai-se formar um filme de condensação, que por ação gravítica vai cair (condensação em filme).

Para uma placa vertical o coeficiente de transferência de calor ou coeficiente de condensação ou coeficiente de convecção (lol...) pode ser dado por uma correlação qe depende do escoamento ser laminar ou turbulento.

Assim, teremos que saber Re , para saber qual o regime. Por sua vez Re , depende do caudal (velocidade) o qe por sua vez também depende da transferência de calor.

Para entrarmos com o caudal mássico, vamos deixar no Re a viscosidade dinâmica (μ)

$$Re_{D_h} = \frac{\rho v D_h}{\mu} \quad (1)$$

O diâmetro hidráulico (do filme) por sua vez é definido por

$$D_h(x) = \frac{4A(x)}{P} = \frac{4b\delta(x)}{b} = 4\delta(x)$$

Substituindo em (1)

$$Re_{D_h}(x) = \frac{\rho v 4\delta(x)}{\mu} \quad (2)$$

$$\dot{V} = \frac{\dot{m}}{\rho} = vA = vb\delta(x) \Rightarrow \rho v = \frac{\dot{m}}{b\delta(x)}$$

Substituindo em (2)

$$Re_{D_h} = \frac{4\dot{m}\delta(x)}{b\delta(x)\mu} = \frac{4\dot{m}}{\mu b} \quad (4)$$

Para calcular Re é preciso o caudal de condensado (\dot{m}), mas para calcular este tb é preciso o coeficiente de transferência de calor. Em alternativa podia-se ter calculado o Re diretamente pela expressão

$$Re = Re_{\delta_L} = \frac{4g\rho_l(\rho_l - \rho_v)\delta_L^3}{3\mu_l^2}$$

Onde

$$\delta_x = \left(\frac{4\lambda_l \mu_l (T_{sat} - T_p)x}{g\rho_l(\rho_l - \rho_v)q_{lv}} \right)^{0.25}$$

Para $x=L$.

De qualquer maneira, continuando a fazer como foi feito na aula, vamos assumir um regime, fazer os cálculos para esse regime, e calcular o caudal médio de condensado e determinar o coeficiente de transferência de calor.

Assumindo que o escoamento é laminar,

Se $Re_{D_h} < 1800 \Rightarrow \text{Laminar}$

E então a correlação para o coeficiente de convecção local para uma placa vertical com condensado em regime laminar é dada por

$$\alpha(x) = \left(\frac{g\rho_l(\rho_l - \rho_v)\lambda^3 q_{lv}^*}{4\mu_l(T_{sat} - T_p)x} \right)^{0.25} \quad (3)$$

Para determinar o coeficiente falta então as propriedades $\rho_l, \rho_v, q_{lv}^*, \lambda_l$

Notar ainda que uma parte do calor envolvido neste caso é latente (desde vapor saturado a líquido saturado) e a outra é sensível (de líquido saturado a líquido comprimido). Então neste caso entrou-se com h'_{fg} que engloba os dois e que vai ser definido em baixo.

$T_f = \frac{84 + 100}{2} = 92^\circ C \Rightarrow \begin{cases} \rho_l = 963.9 \\ \lambda_l = 0.6796 \\ \mu_l = 307 \cdot 10^{-6} \\ c_{pl} = 4.21 \cdot 10^3 \end{cases}$	$T_v = 100^\circ C \Rightarrow \begin{cases} \rho_v = 0.5956 \\ q_{lv} = 2257 \cdot 10^3 \end{cases}$
---	---

h'_{fg} também costuma ser escrito como q_{lv} ou q_v , calor latente de vaporização, que é o calor libertado por unidade de massa de condensado formado durante o processo de condensação ou vaporização, conforme o caso.

$$q_{lv}^* = q_{lv} + c_{pv}(T_v - T_{sat}) + 0.68c_{pl}(T_{sat} - T_p)$$

Tab. A2 - Propriedades Físicas da Água									
T (°C)	P (atm)	ρ (kg/m ³)	c_p (KJ/KgK)	λ (W/mK)	$\mu \times 10^6$ (N.s/m ²)	$\nu \times 10^6$ (m ² /s)	$\beta \times 10^3$ (K ⁻¹)	Pr	q_{lv} (KJ/Kg)
0	1,00	999,8	4,218	0,552	1790,5	1,792	-0,070	13,67	2501
10	1,00	999,7	4,192	0,578	1306,3	1,304	0,088	9,47	2477
20	1,00	998,2	4,182	0,598	1001,6	1,004	0,207	7,01	2454
30	1,00	995,65	4,179	0,614	796,7	0,801	0,303	5,43	2430
40	1,00	992,2	4,179	0,628	651,7	0,658	0,385	4,34	2406
50	1,00	988,0	4,181	0,641	545,9	0,553	0,457	3,56	2382
60	1,00	983,2	4,184	0,651	465,5	0,474	0,523	2,99	2358
70	1,00	977,8	4,190	0,661	403,8	0,413	0,585	2,56	2333
80	1,00	971,8	4,197	0,669	354,8	0,365	0,643	2,23	2308
90	1,00	965,3	4,205	0,676	314,6	0,326	0,698	1,96	2283
100	1,03	958,4	4,216	0,682	277,3	0,295	0,752	1,75	2257

$T_v = T_{sat} = 100^\circ C$	$q_{lv} = 2257 \cdot 10^3 \text{ J/kg}$	$c_{pl} = 4210$	$T_p = 84^\circ C$	$c_{pv} =$
-------------------------------	---	-----------------	--------------------	------------

Daqui se tira que $q_{lv}^* = 2303 \cdot 10^3$

Substituindo todos os valores em (3) e pondo o x de fora para se perceber melhor a função

$$\alpha(x) = (\dots) + x^{-0.25}$$

$$\alpha(x) = 4278x^{-0.25}$$

Assim, para o meio da placa, $x=0.25$ e para o fundo $x=0.5$.

$$\alpha(0.25) = 6050 \text{ W/m}^2\text{K} (\text{soluções} = 6039)$$

$$\alpha(0.5) = 5087 \text{ W/m}^2\text{K} (\text{soluções} = 5078)$$

b)

O coeficiente de convecção médio não é mais do que o integral do local à placa toda a dividir pelo seu comprimento. Então,

$\bar{\alpha} = \frac{1}{L} \int_0^L \alpha(x) dx$ $\bar{\alpha} = \frac{1}{L} \int_0^L 4278x^{-0.25} dx$ $\bar{\alpha} = \frac{4278}{L} \int_0^L x^{-\frac{1}{4}} dx$ $\bar{\alpha} = \frac{4278}{L} \left[x^{-\frac{1}{4} + \frac{4}{4}} \right]_{x=0}^{x=L}$	$\bar{\alpha} = \left[\frac{4278}{L} \frac{x^{\frac{3}{4}}}{\frac{3}{4}} \right]_{x=0}^{x=L}$ $\bar{\alpha} = \left[\frac{4 \cdot 4278x^{\frac{3}{4}}}{3 \cdot L} \right]_{x=0}^{x=L}$ $\bar{\alpha} = \frac{4 \cdot 4278L^{\frac{3}{4}}}{3 \cdot L}$ $\bar{\alpha} = \frac{4 \cdot 4278L^{-\frac{1}{4}}}{3}$
--	---

Lembrar que $\int u^n = \frac{u^{n+1}}{n+1}$

Como L vale 0.5 $\Rightarrow \bar{\alpha} = 6783 \text{ W/m}^2\text{K}$ (soluções: 6770)

Em alternativa existe uma fórmula que resulta da integração da eq.(3) a L, e que dá o mesmo.

c)

Sabe-se que o caudal médio de condensado pode ser dado por

$$\dot{m} = \frac{\dot{Q}}{q_{lv}^*} \quad (5)$$

Por sua vez, o fluxo de calor

$$\dot{Q} = \bar{\alpha}A(T_v - T_p)$$

Índices:

v: vapor

p: parede

$\bar{\alpha} = 6783$	$T_v = 100^\circ\text{C}$	$T_p = 84^\circ\text{C}$	$A = 0.5^2$
-----------------------	---------------------------	--------------------------	-------------

Assim resulta $\dot{Q} = 27\,131 \text{ W}$ ✓

Este calor resulta do calor latente de condensação e do calor sensível. Substituindo em (5)

$\dot{Q} = 27\,131$	$q_{lv}^* = 2303 \cdot 10^3$
---------------------	------------------------------

Daqui se tira que $\dot{m} = 11.8 \frac{\text{g}}{\text{s}} \left(= 42 \frac{\text{L}}{\text{hora}} \approx 9 \text{ baldes de } 5\text{L por hora} \right)$ ✓. Para este caudal é agora possível verificar se a suposição inicial de escoamento laminar é válida, caso contrário terá que se iterar.

Para a eq.(4) substitui-se os valores

$\dot{m} = 0.12$	$\mu = 307 \cdot 10^{-6}$	$b = 0.5$
------------------	---------------------------	-----------

E que dá $Re = 313$ o que está muito longe da transição ($Re = 1800$).

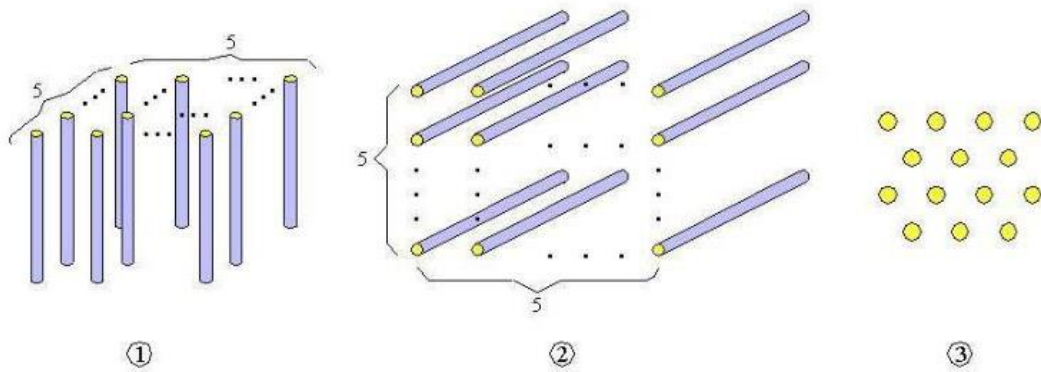
A tentar por outro método

$$\delta_x = \left(\frac{4\lambda_l \mu_l (T_{sat} - T_p) x}{g \rho_l (\rho_l - \rho_v) q_{lv}^*} \right)^{0.25} = 3.156 * 10^{-16}$$

$$Re = Re_{\delta_L} = \frac{4g\rho_l(\rho_l - \rho_v)\delta_L^3}{3\mu_l^2} = 307$$

III.2

- Um condensador de vapor consiste num feixe de 25 tubos (5 x 5) de 2cm de diâmetro exterior e 1m de comprimento.



No exterior existe vapor saturado à pressão atmosférica, e no interior circula água de arrefecimento que mantém a superfície exterior dos tubos a 50°C.

- a) Calcule o caudal de condensado e a potência do condensador, sendo os tubos colocados verticalmente (figura 1).
- b) Calcule os mesmos, estando os tubos horizontais e alinhados (figura 2).
- c) Se os tubos horizontais forem dispostos alternadamente (figura 3) a potência transferida será maior ou menor que em b) ? Justifique.

$$\dot{Q} = \bar{\alpha}A(T_v - T_p)$$

Para se calcular α é preciso saber qual correlação usar. Sabemos que se a condição em baixo se verificar, significa que $D \gg \delta$ e podemos usar as correlações para placas no tubo.

$$\frac{D}{L} \geq \frac{35}{\left(\frac{g\beta(T_p - T_\infty)L_c^3}{\nu^2}\right)^{0.25}}$$

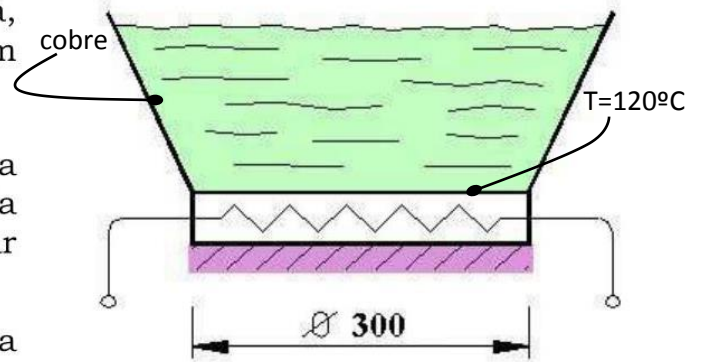
$$\frac{0.02}{1} \geq$$

$$\delta_x = \left(\frac{4\lambda_l\mu_l(T_{sat} - T_p)x}{g\rho_l(\rho_l - \rho_v)q_{lv}^*}\right)^{0.25}$$

$$q_{lv}^* = q_{lv} + c_{pv}(T_v - T_{sat}) + 0.68c_{pl}(T_{sat} - T_p)$$

$$\alpha(x) = \left(\frac{g\rho_l(\rho_l - \rho_v)\lambda^3 q_{lv}^*}{4\mu_l(T_{sat} - T_p)x}\right)^{0.25}$$

III.3 Um recipiente de cobre contendo água, é aquecido através de um disco com uma resistência eléctrica.



- a) Estando o fundo do recipiente a 120°C, calcule a potência da resistência de modo a provocar ebulição saturada.
- b) Qual a potência máxima que a resistência deve ter?

a)

O fluxo de calor necessário para ocorrer ebulição nucleada, determina-se com a expressão desenvolvida por Rohsenaw

$$\dot{q} = \mu_l h_{fg} \left(\frac{g(\rho_l - \rho_v)}{\sigma} \right)^{0.5} \left(\frac{c_{pl} \Delta T}{C_{s,f} h_{fg} Pr_l^n} \right)^3 \quad (1)$$

Os índices "l" e "v" indicam líquido e vapor saturado.

$$T = 100^\circ C \left\{ \begin{array}{l} h_{fg} = q_{lv} = 2257 \cdot 10^3 \\ \mu_l = 579 \cdot 10^{-6} \\ \sigma = 58.8 \cdot 10^{-3} \\ \rho_l = 958 \\ \rho_v = 0.5956 \\ c_{pl} = 4216 \\ c_{pv} = 2029 \\ Pr_l = 1.75 \end{array} \right.$$

O coeficiente $C_{s,f}$ e o expoente n dependem da combinação líquido – material da superfície

T (°C)	$\sigma \times 10^3$ (N/m)	T (°C)	$\sigma \times 10^3$ (N/m)
0	75,5	90	60,5
10	74,3	100	58,9
20	72,7	120	55,6
30	70,9	140	51,5
40	69,2	160	47,2
50	67,5	180	42,9
60	65,8	200	38,5
70	64,1	300	15,0
80	62,3	374	0,0

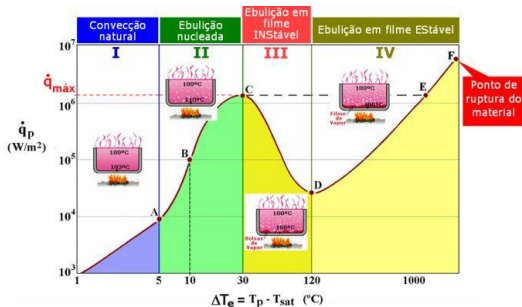
COMBINAÇÃO FLUIDO-SUPERFÍCIE	$C_{s,f}$	n
Água-cobre Riscada	0,0068	1,0
Polida	0,0130	1,0
Água-aço inoxidável Corroída quimicamente	0,0130	1,0
Polida mecanicamente	0,0130	1,0
Esmerilhada e polida	0,0060	1,0
Água-bronze	0,0060	1,0
Água-níquel	0,006	1,0
Água-platina	0,0130	1,0

Sendo $\Delta T = 20^\circ C$, substituem-se os valores acima e obtém-se

$$\dot{q} = 1.117 \cdot 10^6 \Rightarrow A = \frac{\pi D^2}{4}, D = 0.3 \Rightarrow \dot{Q} = 79.96 kW$$

(Soluções Q=95kW)

b)



Fluxo de calor máximo (crítico), ponto C, é um ponto importante da curva de ebulição. As condições de operação, em regime de ebulição nucleada, devem situar-se próximo, mas abaixo do seu valor, que se determina com a expressão:

$$\dot{q}_{m\acute{a}x} = \frac{\pi}{24} \rho_v h_{fg} \left(\frac{\sigma(\rho_l - \rho_v)}{\rho_v^3} \right)^{0.25} \left(\frac{\rho_l - \rho_v}{\rho_l} \right)^{0.5}$$

Substituindo os mesmos valores qe em a), obtém-se $\dot{q}_{m\acute{a}x} = 1.258 \cdot 10^6 \Rightarrow \dot{Q}_{m\acute{a}x} = 88.9kW$

(Soluções Q=139kW)

III.4 Os gases de escape de um motor de um motor de combustão interna saem deste à temperatura de 350°C. Por razões de economia os gases vão ser arrefecidos até 150°C, num ebulidor. No ebulidor, o tubo de 100mm de diâmetro onde circulam os gases é rodeado por água à pressão atmosférica, de modo a produzir-se vapor de água.

Sabe-se que o caudal de gases é de 1 ton/h e que as suas propriedades são:

$$\begin{aligned} \rho &= 1,5 \text{ kg/m}^3 & c_p &= 1400 \text{ J/kgK} \\ Pr &= 0,7 & \eta &= 1,2 \times 10^{-5} \text{ kg/m.s} \end{aligned}$$

Pretende-se saber qual o comprimento de tubo necessário

Sabido: $T_e = 350^\circ\text{C}$, $T_s = 150^\circ\text{C}$, $\dot{m} = 0.277 \text{ kg/s}$

Achar: Comprimento de tubo necessário

$$\dot{Q} = \dot{m} c_p \Delta T_{gases} = A \dot{q}$$

O 1º membro é o fluxo necessário para que os gases aquela T_e saiam a T_s . Dá para calcular porque temos todas as informações. O ΔT é que tem de ser feito entre a media de T^a dos gases entre entrada e saída, e depois entre o centro e a parede do tubo.

$$\begin{aligned} T &= \frac{350 + 150}{2} = 250 \\ T &= \frac{250 + 100}{2} = 175 \end{aligned}$$

Daqui tira-se $\dot{Q} = 29\,085 \text{ W}$

O termo do lado direito inclui o fluxo de calor necessário para vaporização (nucleação das bolhas de gás). Daí tira-se a incógnita que é a área (mais especificamente o comprimento).

$$\dot{q} = \mu_l h_{fg} \left(\frac{g(\rho_l - \rho_v)}{\sigma} \right)^{0.5} \left(\frac{c_{p_l} \Delta T}{C_{s,f} h_{fg} Pr_l^n} \right)^3$$

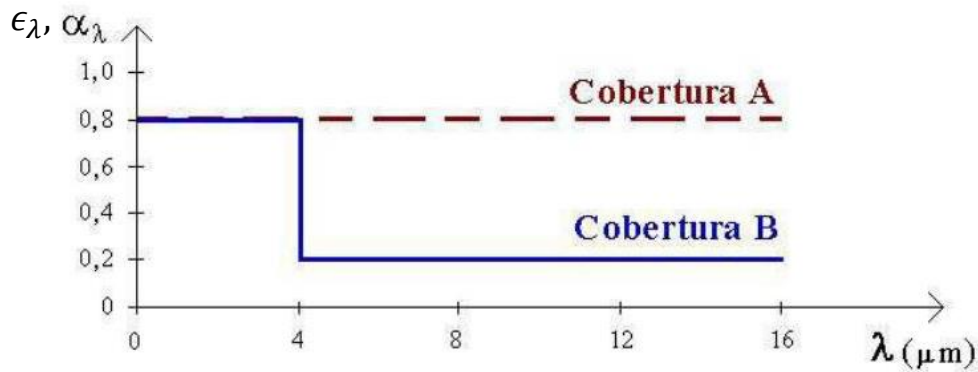
$$T = 100^\circ\text{C} \left\{ \begin{aligned} h_{fg} &= q_{lv} = 2257 \cdot 10^3 \\ \mu_l &= 579 \cdot 10^{-6} \\ \sigma &= 58.8 \cdot 10^{-3} \\ \rho_l &= 958 \\ \rho_v &= 0.5956 \\ c_{p_l} &= 4216 \\ c_{p_v} &= 2029 \\ Pr_l &= 1.75 \end{aligned} \right.$$

T (°C)	$\sigma \times 10^3$ (N/m)	T (°C)	$\sigma \times 10^3$ (N/m)
0	75,5	90	60,5
10	74,3	100	58,9
20	72,7	120	55,6
30	70,9	140	51,5
40	69,2	160	47,2
50	67,5	180	42,9
60	65,8	200	38,5
70	64,1	300	15,0
80	62,3	374	0,0

COMBINAÇÃO FLUIDO-SUPERFÍCIE	$C_{s,f}$	n
Água-cobre		
Riscada	0,0068	1,0
Polida	0,0130	1,0
Água-aço inoxidável		
Corroída quimicamente	0,0130	1,0
Polida mecanicamente	0,0130	1,0
Esmerilhada e polida	0,0060	1,0
Água-bronze	0,0060	1,0
Água-níquel	0,006	1,0
Água-platina	0,0130	1,0

Assumindo qe o tubo é aço inox

IV.1 Pretende escolher-se um material para cobrir um telhado, de entre as duas coberturas difusas e cinzenas, para as quais α_λ é representado na figura.



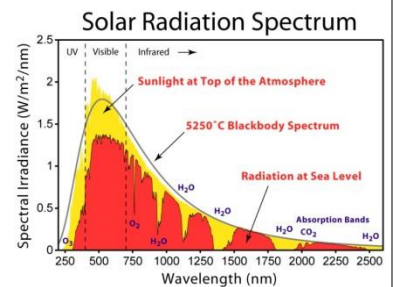
- a) Qual das duas conduz a uma menor temperatura do telhado?
- b) Qual é preferível para uso de Verão e para uso de Inverno?
- c) Desenhe a distribuição espectral de α que seria ideal para uso de Verão, e de Inverno.

a)
O diagrama seguinte representa as trocas radiativas que ocorrem na superfície do telhado



Se admitirmos que a superfície está bem isolada por baixo, então tudo o que absorve, é emitido.

$$\alpha I = \epsilon \sigma T^4 \Rightarrow T = \left(\frac{\alpha I}{\epsilon \sigma} \right)^{0.25} = cte \frac{\alpha}{\epsilon}$$

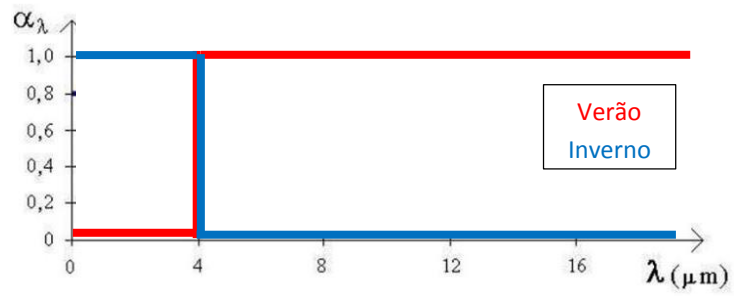


Para ambas as coberturas pode-se dizer que o coeficiente de absorção $\alpha = 0.8$ visto que o comprimento de onda da radiação que o Sol emite se encontra praticamente toda abaixo de $4\mu m$ ($4000nm$). Relativamente ao coeficiente de emissão, sabe-se que quanto $> T^a$ de um corpo, menor o comprimento de onda da radiação que emite. Assim, relativamente ao corpo A não há dúvidas que é 0.8 porque é independente de λ . Relativamente ao corpo B, como este está muito mais frio que o Sol, então emitirá para comprimentos de onda bastante superiores, acima dos $4\mu m$. Portanto para o corpo B, $\epsilon = 0.2$. **O coeficiente de absorção depende sempre das características do corpo que emitiu essa radiação.**

Cobertura A		Cobertura B
$\alpha = 0.8$	$\left\{ \begin{matrix} \epsilon_B < \epsilon_A \\ \alpha_A \approx \alpha_B \end{matrix} \right\} \Rightarrow T_A < T_B$	$\alpha = 0.8$
$\epsilon = 0.8$		$\epsilon = 0.2$

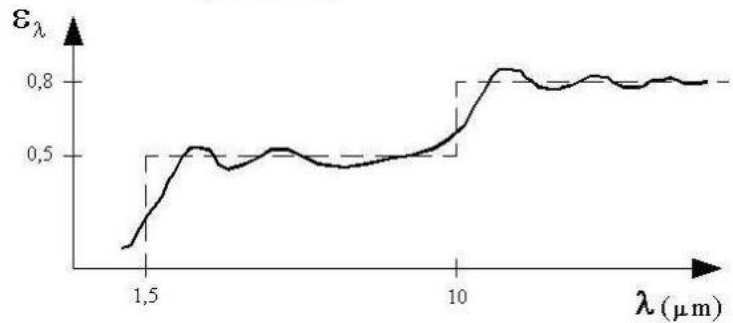
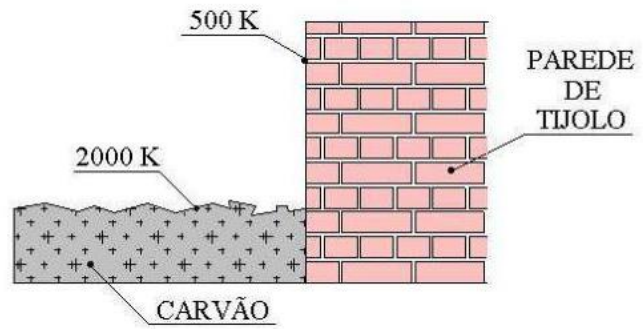
b)
O ideal para verão seria uma cobertura que não absorvesse a radiação solar e emitisse toda a radiação possível, e vice-versa para o inverno.

A irradiação tem as características, nomeadamente a T^a , do corpo que a emitiu.



IV.2 A figura representa a parede de tijolo de uma fornalha à temperatura de 500°K, exposta à radiação de um leito de carvão a 2000°K.

A parede é difusa, estando a emissividade espectral representada no gráfico (aproximação a -----).



- a) Determine a emissividade total da parede.
- b) Calcule o poder emissivo da parede.
- c) Determine o coeficiente da absorção total da parede, para a radiação devida à emissão do leito de carvão. Admita que a distribuição espectral desta é proporcional à de um corpo negro.

a)

A emissividade total de um corpo real pode ser dada pelo quociente entre o poder emissivo espectral direcional do corpo real e o poder emissivo espectral direcional do corpo negro à mesma temperatura, isto é,

$$\varepsilon = \frac{E'_\lambda}{E_{b,\lambda}} = \frac{\varepsilon E'_{b,\lambda}}{E_{b,\lambda}} = \frac{\int_0^\infty \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} \varepsilon'_\lambda E_{b,\lambda} \cos(\theta) \sin(\theta) d\theta d\phi d\lambda}{\int_0^\infty \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} E_{b,\lambda} d\cos(\theta) \sin(\theta) d\theta d\phi d\lambda}$$

Índice “b”: corpo negro (black)

Como a superfície da parede é difusa, a radiação não depende da direção, e por isso a expressão pode ser simplificada para

$$\varepsilon = \frac{E_\lambda}{E_{b,\lambda}} = \frac{\int_0^\infty \varepsilon_\lambda E_{b,\lambda} d\lambda}{\int_0^\infty E_{b,\lambda} d\lambda}$$

Como a emissividade vai ser aproximadamente constante em 3 intervalos (a tracejado no gráfico), pode-se partir o integral em 3. Se quiséssemos escrever de outra maneira, como o que está em denominador é a emissão do corpo negro então, de acordo com a lei de Boltzman, $\int_0^\infty E_{b,\lambda} d\lambda = E_b = \sigma T^4$.

$$\varepsilon(T) = \frac{\varepsilon_{0 \rightarrow \lambda_1} \int_0^{\lambda_1} E_{b,\lambda} d\lambda}{\int_0^\infty E_{b,\lambda} d\lambda} + \frac{\varepsilon_{\lambda_1 \rightarrow \lambda_2} \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} E_{b,\lambda} d\lambda}{\int_0^\infty E_{b,\lambda} d\lambda} + \frac{\varepsilon_{\lambda_2 \rightarrow \infty} \int_{\lambda_2}^\infty E_{b,\lambda} d\lambda}{\int_0^\infty E_{b,\lambda} d\lambda}$$

0 – 1.5 μm : ε _{0→1.5} = 0
1.5 – 10 μm : ε _{1.5→10} = 0.5
10 – ∞ μm : ε _{10→∞} = 0.8

Por sua vez cada termo $\frac{\int_{\lambda_i}^{\lambda_j} E_{b,\lambda} d\lambda}{\int_0^{\infty} E_{b,\lambda} d\lambda}$ não é mais do que a fração de radiação do corpo negro, $F_{\lambda_i \rightarrow \lambda_j}(T)$, onde T é a temperatura do corpo do qual se quer calcular a emissividade

$$\varepsilon(T) = \underbrace{\varepsilon_{0 \rightarrow 1.5} F_{0 \rightarrow 1.5}(500K)}_{=0} + \varepsilon_{1.5 \rightarrow 10} F_{1.5 \rightarrow 10}(500K) + \varepsilon_{10 \rightarrow \infty} F_{10 \rightarrow \infty}(500K)$$

Nas tabelas o valor da fração da radiação vem expresso na forma $F_{0 \rightarrow \lambda T}$, portanto passa-se a expressão de cima para essa forma

$$\varepsilon(T) = \varepsilon_2 F_{750 \rightarrow 5000} + \varepsilon_3 F_{5000 \rightarrow \infty}$$

$$\varepsilon(T) = \varepsilon_2 (F_{0 \rightarrow 5000} - F_{0 \rightarrow 750}) + \varepsilon_3 (F_{0 \rightarrow \infty} - F_{0 \rightarrow 5000})$$

Tab. B1 - Frações da Radiação de um Corpo Negro

λT ($\mu\text{m}\cdot\text{K}$)	$F_{0-\lambda T}$	λT ($\mu\text{m}\cdot\text{K}$)	$F_{0-\lambda T}$	λT ($\mu\text{m}\cdot\text{K}$)	$F_{0-\lambda T}$	λT ($\mu\text{m}\cdot\text{K}$)	$F_{0-\lambda T}$
200	0,000000	3 000	0,273232	6 000	0,737818	10 500	0,923710
400	0,000000	3 200	0,318102	6 200	0,754140	11 000	0,931890
600	0,000000	3 400	0,361735	6 400	0,769234	11 500	0,939959
800	0,000016	3 600	0,403607	6 600	0,783199	12 000	0,945098
1 000	0,000321	3 800	0,443382	6 800	0,796129	13 000	0,955139
1 200	0,002134	4 000	0,480877	7 000	0,808109	14 000	0,962898
1 400	0,007790	4 200	0,516014	7 200	0,819217	15 000	0,969981
1 600	0,019718	4 400	0,548796	7 400	0,829527	16 000	0,973814
1 800	0,039341	4 600	0,579280	7 600	0,839102	18 000	0,980860
2 000	0,066728	4 800	0,607559	7 800	0,848005	20 000	0,985602
2 200	0,100888	5 000	0,633747	8 000	0,856288	25 000	0,992215
2 400	0,140256	5 200	0,658970	8 500	0,874608	30 000	0,995340
2 600	0,183120	5 400	0,680360	9 000	0,890029	40 000	0,997967
2 800	0,227897	5 600	0,701046	9 500	0,903085	50 000	0,998953
2 898	0,250108	5 800	0,720158	10 000	0,914199	75 000	0,999713
						100 000	0,999905

$$\begin{cases} F_{0 \rightarrow 5000} = 0.633747 \\ F_{0 \rightarrow 750} = 0.000012 \\ F_{0 \rightarrow \infty} = 1 \end{cases}$$

O que dá $\varepsilon = 0.60987 \approx 0.61$ ✓

b)

$$E = \varepsilon \sigma T^4$$

$\varepsilon = 0.61$	$\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8}$	$T = 500^\circ\text{C}$
----------------------	-------------------------------	-------------------------

$$E = 2162 \text{ W/m}^2 \quad \checkmark$$

c)

Como a parede é uma superfície difusa não há dependência da radiação do seu ângulo de incidência. Assim pode-se já escrever simplificadamente

$$\alpha = \frac{\int_0^{\infty} I_{\lambda} d\lambda}{\int_0^{\infty} I_{\lambda} d\lambda}$$

Além disso, ao ser dito para admitir que a distribuição espectral da parede é proporcional (k) à do corpo negro

$$\alpha = \frac{\int_0^{\infty} \alpha_{\lambda} k E_b(T^{\text{a carvão}}) d\lambda}{\int_0^{\infty} k E_b(T^{\text{a carvão}}) d\lambda} = \frac{k \int_0^{\infty} \alpha_{\lambda} E_b(T^{\text{a carvão}}) d\lambda}{k \int_0^{\infty} E_b(T^{\text{a carvão}}) d\lambda}$$

Seguindo a mesma lógica que a utilizada anteriormente

$$\alpha = \frac{\int_0^{1.5} \alpha_\lambda E_b (T^a \text{ carvão}) d\lambda}{\int_0^\infty E_b (T^a \text{ carvão}) d\lambda} + \frac{\int_{1.5}^{10} \alpha_\lambda E_b (T^a \text{ carvão}) d\lambda}{\int_0^\infty E_b (T^a \text{ carvão}) d\lambda} + \frac{\int_{10}^\infty \alpha_\lambda E_b (T^a \text{ carvão}) d\lambda}{\int_0^\infty E_b (T^a \text{ carvão}) d\lambda}$$

Aqui a temperatura é a do corpo que emitiu a radiação, neste caso o carvão.

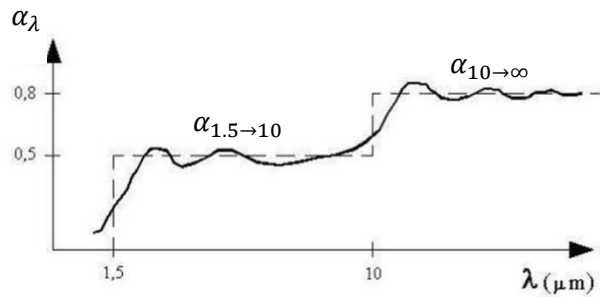
$$\alpha = \alpha_{0 \rightarrow 1.5} F_{0 \rightarrow 1.5}(2000) + \alpha_{1.5 \rightarrow 10} F_{1.5 \rightarrow 10}(2000) + \alpha_{10 \rightarrow \infty} F_{10 \rightarrow \infty}(2000)$$

$$\alpha = \alpha_{1.5 \rightarrow 10} F_{3000 \rightarrow 20000} + \alpha_{10 \rightarrow \infty} F_{20000 \rightarrow \infty}$$

$$\alpha = \alpha_{1.5 \rightarrow 10} (F_{0 \rightarrow 20000} - F_{0 \rightarrow 3000}) + \alpha_{10 \rightarrow \infty} (F_{0 \rightarrow \infty} - F_{0 \rightarrow 20000})$$

Tab. B1 - Fracções da Radiação de um Corpo Negro

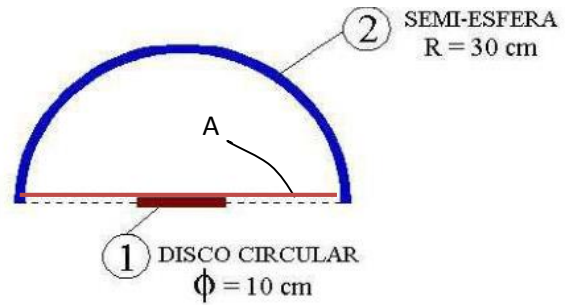
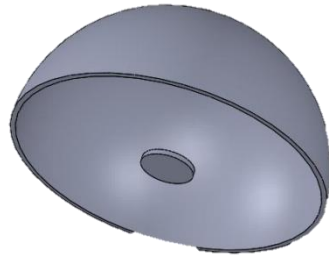
λT ($\mu\text{m}\cdot\text{K}$)	$F_{0-\lambda T}$	λT ($\mu\text{m}\cdot\text{K}$)	$F_{0-\lambda T}$	λT ($\mu\text{m}\cdot\text{K}$)	$F_{0-\lambda T}$	λT ($\mu\text{m}\cdot\text{K}$)	$F_{0-\lambda T}$
200	0,000000	3 000	0,273232	6 000	0,737818	10 500	0,923710
400	0,000000	3 200	0,318102	6 200	0,754140	11 000	0,931890
600	0,000000	3 400	0,361735	6 400	0,769234	11 500	0,939959
800	0,000016	3 600	0,403607	6 600	0,783199	12 000	0,945098
1 000	0,000321	3 800	0,443382	6 800	0,796129	13 000	0,955139
1 200	0,002134	4 000	0,480877	7 000	0,808109	14 000	0,962898
1 400	0,007790	4 200	0,516014	7 200	0,819217	15 000	0,969981
1 600	0,019718	4 400	0,548796	7 400	0,829527	16 000	0,973814
1 800	0,039341	4 600	0,579280	7 600	0,839102	18 000	0,980860
2 000	0,066728	4 800	0,607559	7 800	0,848005	20 000	0,985602
2 200	0,100888	5 000	0,633747	8 000	0,856288	25 000	0,992215
2 400	0,140256	5 200	0,658970	8 500	0,874608	30 000	0,995340
2 600	0,183120	5 400	0,680360	9 000	0,890029	40 000	0,997967
2 800	0,227897	5 600	0,701046	9 500	0,903085	50 000	0,998953
2 898	0,250108	5 800	0,720158	10 000	0,914199	75 000	0,999713
						100 000	0,999905



$$\begin{cases} F_{0 \rightarrow 20000} = 0.985602 \\ F_{0 \rightarrow 3000} = 0.273232 \\ F_{0 \rightarrow \infty} = 1 \end{cases}$$

Substituindo dá $\alpha = 0.37$ ✓

IV.3 Calcule o factor de forma F_{2-1} para a geometria da figura:



a) F_{1-2} ?

Sabemos que $F_{1-2} = 1$ visto que toda a radiação que sai da superfície 1 atinge a superfície 2. Além disso, pelo teorema da reciprocidade,

$$A_1 F_{1-2} = A_2 F_{2-1}$$

$A_1 = \pi D^2, D = 0.1$	$A_2 = 2\pi R^2, R = 0.3$	$F_{1-2} = 1$
--------------------------	---------------------------	---------------

De onde se tira $F_{2-1} = 0.056$

(soluções = 0.014)

b) F_{2-2} ?

Se criarmos uma superfície fictícia superior, A, sabe-se que a radiação emitida pela superfície 2, ou vai para ela própria ou para a superfície A:

$$F_{2-A} + F_{2-2} = 1 \quad (1)$$

Se se conseguir determinar F_{2-A} determina-se F_{2-2} . Por análise à figura vê-se que a superfície A não consegue emitir para ela própria, portanto toda a radiação que emite vai para 2:

$$F_{A-2} = 1$$

Além disso, o teorema da reciprocidade diz que

$$A_2 F_{2-A} = A_A F_{A-2}$$

$A_A = \pi R^2$	$A_2 = 2\pi R^2$	$F_{A-2} = 1$
-----------------	------------------	---------------

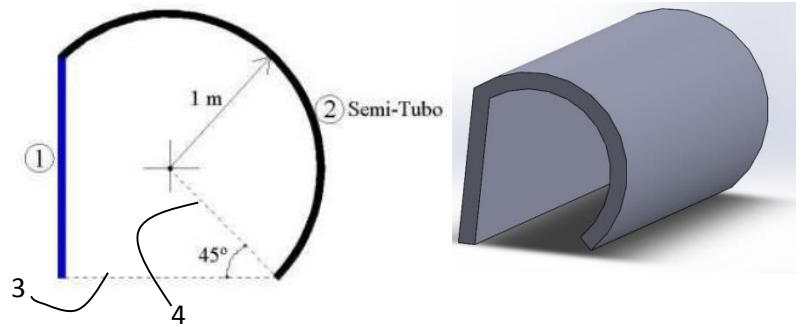
$$F_{2-A} = \frac{\pi R^2 F_{A-2}}{2 \pi R^2} = 0.5$$

Por substituição em (1) tira-se $F_{2-2} = 1 - 0.5 = 0.5$

IV.4

Calcule o factor de forma F_{2-1} :

Suponha que as superfícies têm uma dimensão muito grande no plano perpendicular ao do desenho.



Toda a radiação qe a superfície 2 emite vai para ela própria ou para as sups. 1 e 3,

$$F_{2-1} + F_{2-2} + F_{2-3} = 1$$

Por simetria vê-se qe $F_{2-1} = F_{2-3}$

$$2F_{2-1} + F_{2-2} = 1 \quad (1)$$

Portanto agora falta descobrir o F_{2-2} . Para tal podemos tentar relacionar a superfície 2 com a superfície 4 fictícia, como a diagonal (figura). Toda a radiação qe sai de 2 ou vai para ela própria ou para 4, i.e.,

$$F_{2-2} + F_{2-4} = 1 \quad (2)$$

Para aqui o teorema da reciprocidade diz

$$A_2 F_{2-4} = A_4 F_{4-2}$$

Como sabemos qe $F_{4-2} = 1$ e são conhecidas as áreas pode-se tirar o F_{2-4}

$A_2 = \pi RB, R = 1, B = 1$	$A_4 = 2B$
------------------------------	------------

$$F_{2-4} = \frac{2}{\pi}$$

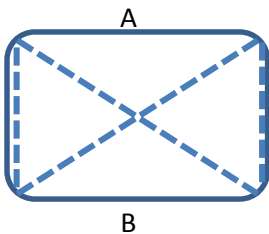
Substituindo F_{2-4} em (2)

$$F_{2-2} = 1 - \frac{2}{\pi}$$

Substituindo F_{2-2} em (1)

$$2F_{2-1} + 1 - \frac{2}{\pi} = 1 \Rightarrow F_{2-1} = \frac{1}{\pi} \checkmark$$

Em alternativa, para casos 2-D, existe uma regra (Hottel) que diz



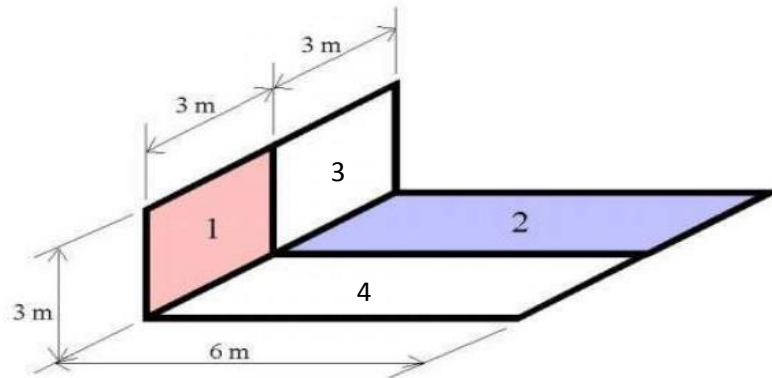
$$A_A F_{A-B} = \frac{\sum \text{diagonais} - \sum \text{lados}}{2}$$

Aplicada a este caso ficava

$$A_2 F_{2-1} = \frac{(2 + \sqrt{2}) - (0 + \sqrt{2})}{2} = 1$$

$$F_{2-1} = \frac{1}{\pi}$$

IV.5 Calcule o factor de forma F_{1-2} para a seguinte configuração:



Achar: F_{1-2}

Análise:

Raciocínio seguido na aula prática:

$$F_{13-24} = F_{13-2} + F_{13-4} \quad (1)$$

$$A_{13}F_{13-2} = A_2F_{2-13} \quad (2)$$

Como as dimensões entre as superfícies ímpares e pares são iguais

$$F_{13-2} = F_{13-4}$$

Então substituindo a eq. anterior em (1) obtém-se

$$F_{13-24} = 2F_{13-2} \quad (5)$$

Além disso sabe-se qe

$$F_{2-13} = F_{2-1} + F_{2-3} \quad (3)$$

$$A_2F_{2-1} = A_1F_{1-2}$$

Pondo esta última e ordem a F_{2-1}

$$F_{2-1} = \frac{A_1F_{1-2}}{A_2} \quad (4)$$

Pondo (3) em (2)

$$A_{13}F_{13-2} = A_2(F_{2-1} + F_{2-3})$$

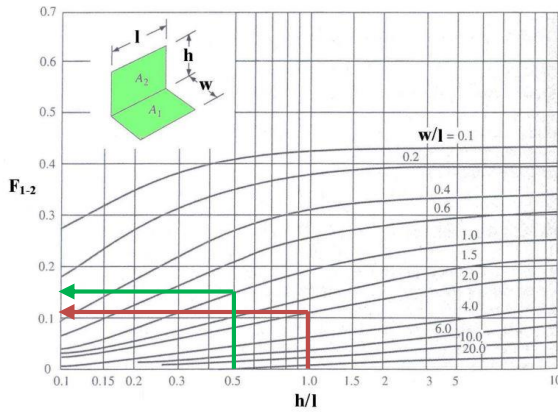
Entrando com (4)

$$A_{13}F_{13-2} = A_2 \left(\frac{A_1F_{1-2}}{A_2} + F_{2-3} \right)$$

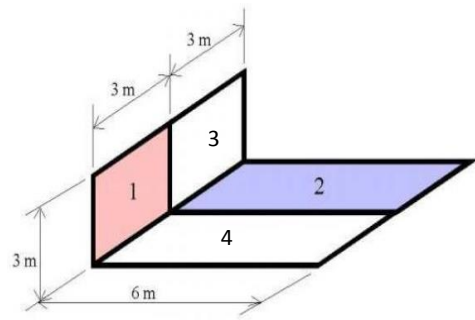
Substituindo (5)

$$F_{13-24} = \frac{2A_2}{A_{13}} \left(\frac{A_1F_{1-2}}{A_2} + F_{2-3} \right) \quad (6)$$

Daqui só não se sabe F_{1-2} . Os outros 2 fatores de forma tira-se do gráfico



Factores de Forma para Rectangulos Perpendiculares com uma Aresta Comum



(Em alternativa podia-se usar a equação diabólica da tabela C1)

Para o F_{2-3}

$$\frac{w}{l} = \frac{6}{3} = 2$$

$$\frac{h}{l} = \frac{3}{3} = 1$$

$$(F_{1-2})_{figura} = F_{2-3} = 0.11$$

Para o F_{13-24}

$$\frac{w}{l} = \frac{6}{6} = 1$$

$$\frac{h}{l} = \frac{3}{6} = 0.5$$

$$(F_{1-2})_{figura} = F_{24-13} = 0.15$$

Pelo qe pelo teorema da reciprocidade se pode tirar o F_{13-24}

$$F_{13-24}A_{13} = F_{24-13}A_{24}$$

$A_{13} = 6 \cdot 3$	$A_{24} = 3 \cdot 6$
----------------------	----------------------

E portanto $F_{13-24} = 0.08$

Substituindo ambos os fatores de forma em (6) tira-se

$A_2 = 3 \cdot 6$	$A_{13} = 6 \cdot 3$	$A_2 = 3 \cdot 6$	$A_1 = 3 \cdot 3$	$F_{2-4} = 0.4$
-------------------	----------------------	-------------------	-------------------	-----------------

$$F_{1-2} = 0.08$$

(soluções = 0.06)

Raciocínio seguido em casa:

$$F_{envia} = \frac{A_{recebe}}{A_{envia}} \cdot F_{recebe}$$

$$F_{24-1} = \frac{A_1}{A_{24}} F_{1-24}$$

$$A_1 F_{1-24} = A_{24} F_{24-1}$$

$$F_{24-1} = F_{2-1} + F_{4-1}$$

Como $A_2 = A_4$ e $A_{24} = A_2 + A_4$

$$A_{24}F_{24-1} = A_2F_{2-1} + A_4F_{4-1}$$

$$F_{24-1} = \frac{A_2F_{2-1} + A_4F_{4-1}}{A_{24}}$$

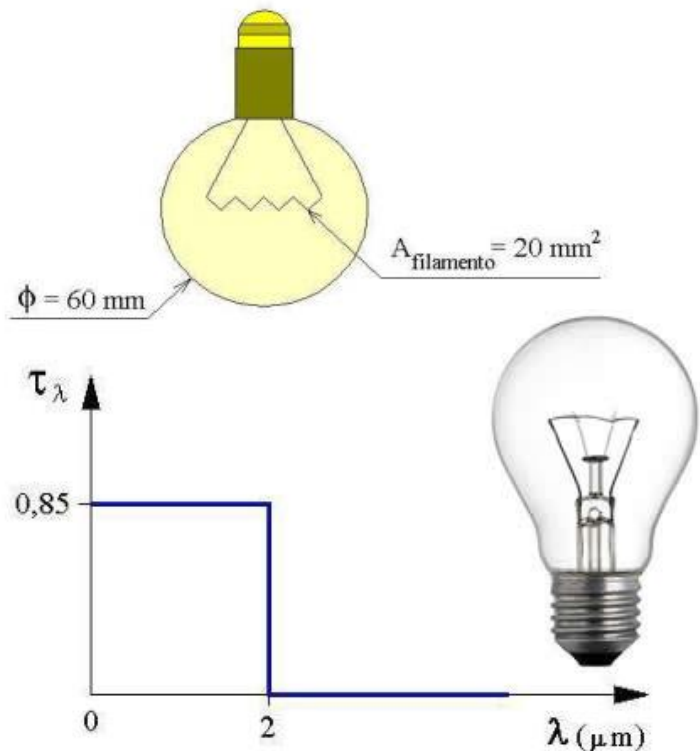
IV.6 Uma lâmpada de incandescência é composta por um filamento metálico colocado no interior de um bulbo esférico de vidro. Quando a corrente eléctrica percorre o filamento, a temperatura deste atinge 2000°C e a emissividade total hemisférica é igual a 0,9.

a) Sabendo que o vidro tem um comportamento à radiação incidente traduzido pelo gráfico, calcule o coeficiente de transmissão total hemisférico para a radiação emitida pelo filamento.

b) Da potência calorífica emitida pelo filamento calcule a parte que atravessa o vidro por radiação.

c) Calcule o calor trocado entre a superfície exterior do vidro da lâmpada e o ar e as superfícies do local em que se encontra. O vidro está à temperatura de 50°C e tem uma emissividade total hemisférica de 0,8. O ar e as superfícies do local estão à temperatura de 20°C. Faça as hipóteses simplificativas que achar convenientes.

d) Tente resolver a alínea c) sem conhecer a temperatura do vidro.



a)

Sabido: superfície a analisar é de vidro do qual se sabe os coeficientes de transmissão para vários comprimentos de onda; Temperatura da fonte emissora de radiação (2000K) e seu coeficiente de emissão (0.9)

Achar: τ_v

Análise:

$$\tau = \frac{\int_0^\infty I_\lambda d\lambda}{\int_0^\infty I_{b,\lambda} d\lambda} = \frac{\int_0^\infty k\tau_\lambda E_{b,T^a fonte} d\lambda}{\int_0^\infty k E_{b,T^a fonte} d\lambda} = \frac{\int_0^\infty \tau_\lambda E_{b,T^a fonte} d\lambda}{\int_0^\infty E_{b,T^a fonte} d\lambda}$$

$$\tau = \frac{\int_0^2 \tau_\lambda E_{b,T^a fonte} d\lambda + \int_2^\infty \tau_\lambda E_{b,T^a fonte} d\lambda}{\int_0^\infty E_{b,T^a fonte} d\lambda}$$

$$\tau = \tau_{0 \rightarrow 2} F_{0 \rightarrow 2}(2273K) + \tau_{2 \rightarrow \infty} F_{2 \rightarrow \infty}(2273K)$$

$$\tau = \tau_{0 \rightarrow 2} F_{0 \rightarrow 2000} + \tau_{2 \rightarrow \infty} F_{2273 \rightarrow \infty} = \tau_{0 \rightarrow 2} F_{0 \rightarrow 2000} + \tau_{2 \rightarrow \infty} (F_{0 \rightarrow \infty} - F_{0 \rightarrow 2273})$$

Fazer as contas. Deve dar $\tau = 0.49$ ✓

b)

Achar: Potência calorífica qe atravessa o vidro.

Análise: Qualquer corpo emite radiação. Essa radiação depende de dois fatores: A sua temperatura e o seu coeficiente de emissão, ϵ . O fluxo de calor causado por essa radiação pode ser assim dado, para um corpo qualquer, por

$$\dot{Q} = \epsilon \sigma T^4$$

Assim, o filamento, fonte de radiação e fluxo de calor, à temperatura de 2273K e $\epsilon = 0.9$ é responsável por

$$\dot{Q} = 27.5W$$

(Lâmpada fraquinha...)

Como só 49% da radiação é que atravessa o vidro, também só 49% da potência calorífica atravessa o vidro.

$$\dot{Q}_{trans} = 0.49 \cdot 27.5 = 13.5 \checkmark$$

c)

Aqui a fonte de radiação é a superfície do vidro, isto é, o facto de estar aquela T^a faz com que emita radiação. Não tem nada a ver com a radiação transmitida na alínea anterior.

$$\dot{Q}_{total} = \dot{Q}_{rd} + \dot{Q}_{cv\ natural} = \epsilon \sigma (T_v^4 - T_{amb}^4) + \alpha A (T_p - T_{ar})$$

$$Nu = \frac{\alpha L_c}{\lambda_f}$$

O comprimento característico aqui é o diâmetro da esfera. Para uma esfera a correlação é...

$$Nu = 2 + \dots$$

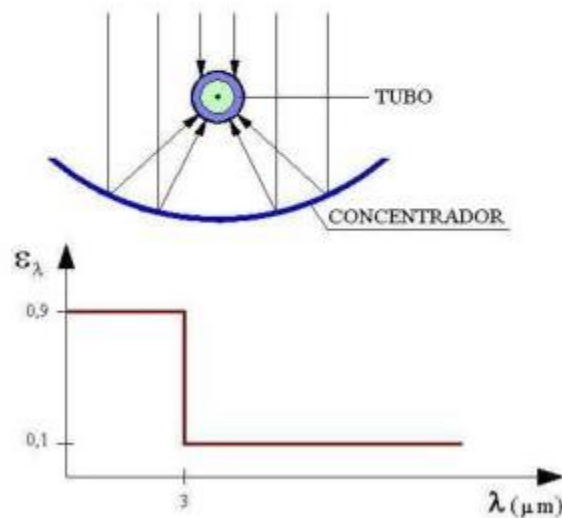
Ver p.118 caderno

IV.7

Considere o tubo de um colector solar concentrador, cuja geometria garante uma irradiação (solar) uniforme sobre toda a superfície exterior. Sabendo que:

- a radiação solar incidente sobre o tubo é de 1200 W/m^2 ;
- no exterior do tubo há uma corrente de ar (vento) paralelo ao eixo do tubo, à velocidade de 10 km/h , com uma temperatura de 20°C ;
- no interior do tubo circula água, com um caudal de $0,01 \text{ kg/s}$, estando à temperatura média de 50°C ;
- o tubo é de cobre ($\lambda = 300 \text{ W/mK}$), com 3 mm de espessura, com um diâmetro interior de 60 mm , um comprimento de 2 m , e está pintado de preto, com uma tinta cujas características de radiação estão representadas na figura (comportamento difuso);
- todas as superfícies exteriores ao tubo estão a uma temperatura idêntica à do ar (incluindo o concentrador).

- a) Calcule os coeficientes de convecção interior e exterior. Admita desprezável o comprimento de entrada no escoamento interior
- b) Calcule a variação da temperatura da água entre a entrada e a saída do tubo.
- c) Escreva as equações que lhe permitiriam calcular b) se o ar exterior estivesse calmo.
- d) Sabendo que o coeficiente de reflexão hemisférico total da superfície do concentrador é igual a 1, diga qual será a sua temperatura de equilíbrio. Justifique.



Sabido: Potência radiativa incidente sobre o tubo; propriedades do ar e da água e suas velocidades (fora e dentro do tubo); dimensões do tubo e coeficiente de emissão hemisférico.

Análise:

a)

Ar:

Como não temos correlações para escoamentos exteriores em que o fluido circula paralelamente ao cilindro, o que se pode fazer é tratar o caso com se fosse o tubo uma placa plana com a mesma área exterior.

$$Nu = \frac{\alpha D}{\nu}$$

$$\overline{T_f} = 20^\circ\text{C}$$

$$\text{prop. ar a } 20^\circ\text{C} = \begin{cases} \lambda = 0,0257 \\ \nu = 15,11 \cdot 10^{-6} \\ Pr = 0,713 \end{cases}$$

Saber Re para ver qual correlação usar para Nu

$$Re_L = \frac{vL}{\nu} = 3.67 \cdot 10^5 < 5 \cdot 10^5 \Rightarrow \text{laminar}$$

Então a correlação a ir buscar é para $\dot{q}_p = cte$ porque T_p varia.

Para $\dot{q}_p = cte$ (o outro dá um valor mais diferente das soluções)

$$Nu_D = 0.906 Re_L^{1/2} Pr^{1/3}$$

Então $Nu_D = 491$ e por isso $\alpha_{cve} = 6.3$

Água:

$$\text{propriedades água } 50^\circ\text{C} \left\{ \begin{array}{l} \lambda = 0.641 \\ \nu = 0.553 \cdot 10^{-6} \\ Pr = 3.56 \\ \rho = 988 \end{array} \right.$$

$$Re_D = \frac{vD}{\nu} =$$

$$\dot{V} = \frac{\dot{m}}{\rho} = Av = \pi D^2 v$$

$$v = 8.95 \cdot 10^{-4}$$

$$Re = 97 \rightarrow \text{laminar}$$

Para escoamento laminar interior num tubo cilíndrico onde $\dot{q}_p = cte$

$$Nu_D = 4.36$$

$$\alpha_{cvi} = 46.6 \checkmark$$

b) $(T_s - T_e)_{\text{água}}?$

O calor que vai efetivamente aquecer a água é

$$\dot{Q} = \dot{Q}_e - \dot{Q}_s$$

Esse calor tb é dado por

$$\dot{Q} = \dot{m} c_p \Delta T_{\text{água}}$$

É então preciso calcular o fluxo de calor de cada 1 dos fluxos que sai e entra para se tirar o \dot{Q} e daí o ΔT . Pela analogia reo elétrica

$$\dot{Q}_s = \frac{T_{int} - T_{ext}}{\frac{1}{R_{eq}}} = \frac{T_{int} - T_{ext}}{\frac{1}{\pi D_e L \alpha_{cve}} + \frac{\ln\left(\frac{D_{ext}}{D_{int}}\right)}{2L\pi\lambda} + \frac{1}{\pi D_i L \alpha_{cvi}}} = 68.2W$$

$T_{int} = 50^\circ\text{C}$	$D_e = 0.066$	$\alpha_{cve} = 6.3$	$\lambda = 300$
$T_{ext} =$	$D_i = 0.06$	$\alpha_{cvi} = 46.6$	$L = 2$

Ver desenho p.90

$$\dot{Q}_e = \dot{Q}_{rd} = A\dot{q}_i = 1200W$$

Se pudermos aplicar a lei de Kirchoff $\rightarrow \alpha_\lambda = \epsilon_\lambda$. Como a grande maioria (aprox 98%) da radiação emitida pelo Sol tem comprimento de onda $< 4\mu m$, o tubo vai absorver $\alpha\dot{q}_i = 1200 \cdot 0.9 = 1080 W/m^2$

Ou seja $\dot{Q}_i = 1080 \cdot \pi D_e^2 L = 447.9W$

Por outro lado, a superfície do tubo a também emite alguma radiação de baixa energia (alto comprimento de onda) portanto com coef. de emissão $\epsilon = 0.1$.

$$\dot{Q}_{emitido} = \epsilon\sigma T_{parede\ tubo\ ext}^4$$

c)

Se assumir, como fiz na alínea a) (e foi correto assumir isso?) que $T_f = 20^\circ C$. Como se trata de um cilindro horizontal

$$Ra_D = \frac{g\beta\Delta T D^3}{\nu^2 \cos \theta} Pr$$

Dependendo do Ra_D escolher uma correlação, com a qual calcular $Nu = C(Gr_D Pr)^n$ onde C e n se tira de uma tabela dependendo de Ra_D . Tendo Nu, $\overline{Nu}_D = \frac{\overline{\alpha}_{cv} D}{\lambda_f}$, tirar α_{cv} . A partir daí o raciocínio é o mesmo que com convecção forçada.

d)

Índice: v: vidro

$$\dot{q}_{i,v} = \tau\dot{q}_{i,v} + \rho\dot{q}_{i,v} + \alpha\dot{q}_{i,v}$$

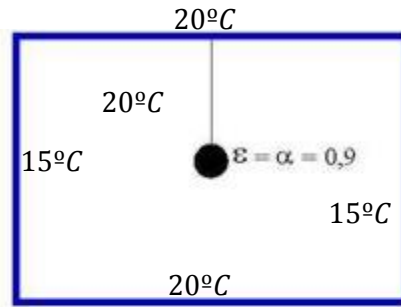
$$\dot{q}_{i,v} = \rho\dot{q}_{i,v} \rightarrow \dot{q}_{i,v} = \dot{q}_{0,v}$$

Se $\rho = 1$ e se assumirmos que não há outros modos de transf. de calor no concentrador para além da radiação, a T^a será a do ar, $20^\circ C$. Trata-se portanto de uma superfície re-radiante: a radiosidade e a irradiação são iguais.

Comentários: Se fizermos

$$\dot{Q} = \alpha_{cv} e O$$

IV.8 A figura representa um termómetro de bolbo negro situado no centro de uma sala, constituído por uma esfera plástica pintada de negro, com um termómetro no interior que permite medir a temperatura da superfície da esfera. Esta resulta do efeito combinado da temperatura do ar e das superfícies da sala.



Termómetro de bolbo negro

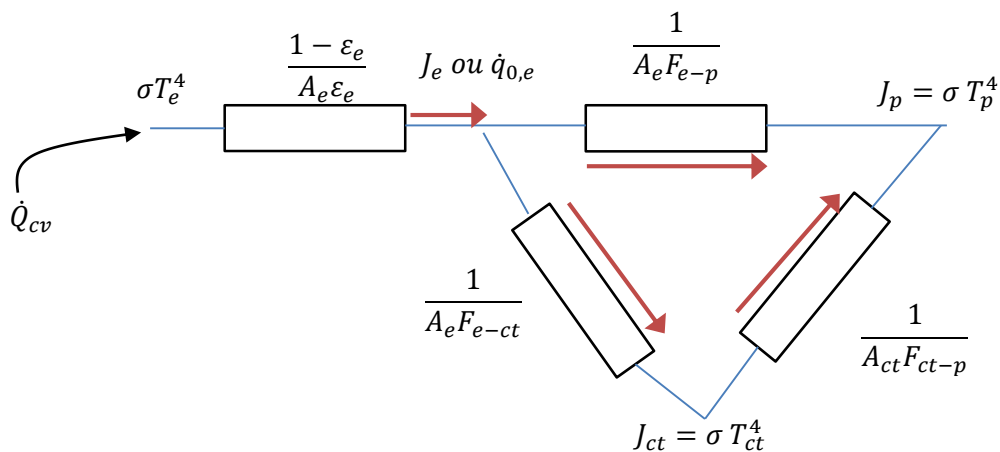
- Sendo a temperatura do ar de 20°C, o coeficiente de convecção da superfície esférica de 10 W/m²°C, a temperatura do tecto e chão de 20°C e a temperatura das 4 paredes de 15°C, qual a temperatura indicada pelo termómetro? Considere a sala de forma cúbica e com todas as superfícies negras.
- Discuta o interesse da superfície (esférica) do termómetro ser pintada de preto.

a)

Achar: a temperatura indicada pelo termómetro

Análise: Analogia reo-elétrica

Índices:
e: esfera
ct : chão e teto
p: parede



Fazendo um balanço de calor à superfície da esfera

$$\dot{Q}_{cv} = \dot{Q}_{rd}$$

Agora há pelo menos 2 métodos. O seguinte foi o usado na aula (qe eu axo bastante mais trabalhoso... mas ok), no final apresenta-se outro alternativo.

A equação de cima pode tomar a forma

$$\alpha_{cv} A_e (T_{ar} - T_e) = \frac{\sigma T_e^4 - J_e}{\frac{1 - \epsilon_e}{A_e \epsilon_e}}$$

-Que pode ser simplificada para

$$\alpha_{cv} A_e (T_{ar} - T_e) = \frac{A_e \epsilon (\sigma T_e^4 - J_e)}{1 - \epsilon}$$

$$\alpha_{cv} (T_{ar} - T_e) = \frac{\epsilon}{1 - \epsilon} (\sigma T_e^4 - J_e) \quad (1)$$

Aplicando a lei dos nós ao nó da radiosidade da esfera (J_e)

$$\begin{aligned}\dot{Q}_{o,e} &= \dot{Q}_{0,e-ct} + \dot{Q}_{0,e-p} \\ \frac{\sigma T_e^4 - J_e}{\left(\frac{1-\varepsilon}{A\varepsilon}\right)_e} &= \frac{J_e - J_p}{A_e F_{e-p}} + \frac{J_e - J_{ct}}{A_e F_{e-ct}}\end{aligned}$$

Simplificando

$$\frac{A_e \varepsilon (\sigma T_e^4 - J_e)}{1 - \varepsilon} = A_e F_{e-p} (J_e - J_p) + A_e F_{e-ct} (J_e - J_{ct})$$

Como sabemos J_p e J_{ct}

$$\frac{\varepsilon}{1 - \varepsilon} (\sigma T_e^4 - J_e) = F_{e-p} (J_e - \sigma T_p^4) + F_{e-ct} (J_e - \sigma T_{ct}^4) \quad (2)$$

Juntando (1) e (2) temos assim um sistema de 2 eq a 2 incógnitas, J_e e T_e

$$\begin{cases} \alpha_{cv} (T_{ar} - T_e) = \frac{\varepsilon}{1 - \varepsilon} (\sigma T_e^4 - J_e) \\ \frac{\varepsilon}{1 - \varepsilon} (\sigma T_e^4 - J_e) = F_{e-p} (J_e - \sigma T_p^4) + F_{e-ct} (J_e - \sigma T_{ct}^4) \end{cases}$$

A partir de agora é um questão algébrica. A ciência já está feita :)

Pondo a 1ª em ordem a J_e

$$J_e = -\frac{1 - \varepsilon}{\varepsilon} \alpha_{cv} (T_{ar} - T_e) + \sigma T_e^4 \quad (3)$$

Fazendo a substituição

$$\begin{aligned}a &= \alpha_{cv} (T_{ar} - T_e) \\ b &= \frac{1 - \varepsilon}{\varepsilon}\end{aligned}$$

A equação (3) passa a

$$J_e = -ba + \sigma T_e^4 \quad (4)$$

Pondo (4) na 2ª equação do sistema, obtém-se

$$b^{-1} (\sigma T_e^4 + ba - \sigma T_e^4) = F_{e-p} (-ba + \sigma T_e^4 - \sigma T_p^4) + F_{e-ct} (-ba + \sigma T_e^4 - \sigma T_{ct}^4)$$

Cortando os termos σT_e^4 do 1º membro, e pondo -ba em evidência do 2º membro

$$\begin{aligned}a &= F_{e-p} \sigma (T_e^4 - T_p^4) - ba \underbrace{(F_{e-p} + F_{e-ct})}_{=1} + F_{e-ct} \sigma (T_e^4 - T_{ct}^4) \\ a &= F_{e-p} \sigma (T_e^4 - T_p^4) + F_{e-ct} \sigma (T_e^4 - T_{ct}^4) - ba\end{aligned}$$

Voltando a des-substituir "b"

$$a = F_{e-p} \sigma (T_e^4 - T_p^4) + F_{e-ct} \sigma (T_e^4 - T_{ct}^4) - \frac{1 - \varepsilon}{\varepsilon} a$$

Multiplicando por ε e

$$\varepsilon a = \varepsilon F_{e-p} \sigma (T_e^4 - T_p^4) + \varepsilon F_{e-ct} \sigma (T_e^4 - T_{ct}^4) - (1 - \varepsilon) a$$

passando o "a" para o 1º membro e pondo "a" em evidência

$$a(1 - \varepsilon + \varepsilon) = \varepsilon F_{e-p} \sigma (T_e^4 - T_p^4) + \varepsilon F_{e-ct} \sigma (T_e^4 - T_{ct}^4)$$

Des-substituindo "a" obtém-se a expressão final

$$\boxed{\alpha_{cv} (T_{ar} - T_e) = \varepsilon F_{e-p} \sigma (T_e^4 - T_p^4) + \varepsilon F_{e-ct} \sigma (T_e^4 - T_{ct}^4)} \quad (5)$$

Sabemos então qe

$$\begin{cases} F_{e-t} = \frac{1}{6} \\ F_{e-c} = \frac{1}{6} \end{cases} \Rightarrow F_{e-ct} = \frac{2}{3}$$

$$F_{e-p} = \frac{4 \cdot 1}{6} = \frac{2}{3}$$

$\alpha_{cv} = 10$	$\varepsilon = 0.9$	$T_p = 288.15$
$T_{ar} = 293.15$	$\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8}$	$T_{ct} = 293.15$

Substituindo em (5) $T_e = 292.16 = 18.9^\circ\text{C} + 273.15$ ✓

Método 2:

Faze-se balanço de calor na superfície da esfera

$$\begin{aligned} \dot{Q}_{cv} &= \dot{Q}_{1-2} + \dot{Q}_{1-3} \\ \alpha_{cv} A_1 (T_\infty - T_1) &= \frac{\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1 - \epsilon_1}{A_1 \epsilon_1} + \frac{1}{A_1 F_{1-2}}} + \frac{\sigma(T_1^4 - T_3^4)}{\frac{1 - \epsilon_1}{A_1 \epsilon_1} + \frac{1}{A_1 F_{1-3}}} \end{aligned}$$

Isto em cima está errado e não se pode fazer por causa da parte a verde. Pensar no sistema elétrico e na corrente.

Nota importante sobre os sinais das temperaturas:

Apesar de não sabermos a temperatura da esfera, sabemos qe temperatura da esfera vai resultar do efeito combinado do ar, paredes e chão teto. Como as paredes estão a $< 20^\circ\text{C}$ estando o resto a 20°C a temp da esfera há de estar abaixo dos 20°C e por isso ser menor qe a temp do ar. Portanto desenhou-se o fluxo de calor a **entrar** para a esfera. **Os sinais qe entram nessa equação dependem só do sentido do fluxo arbitrado.** Para o caso do fluxo de 1-3, na verdade o sentido arbitrado está contrário ao real. Da maneira como se desenhou $T_1 > T_3$, e é por isso qe na equação está $T_1 - T_3$ e não o contrário e assim o resultado dá certo a mesma. Conclusão: **se não se souber os sentidos dos fluxos arbitra-se um qualquer, e depois, desde qe se tenha o cuidado de depois se por os sinais correspondentes às temperaturas essa "arbitragem?" o resultado final é o correto.**

$\alpha_{cv} = 10$		$T_2 = 15 + 273$	$\varepsilon_1 = 0.9$	$F_{1-3} = 1/3$
	$T_\infty = 20 + 273$	$T_3 = 20 + 273$	$F_{1-2} = 2/3$	$\sigma = 5.729 \cdot 10^{-8}$

$$T_1 =$$

b)

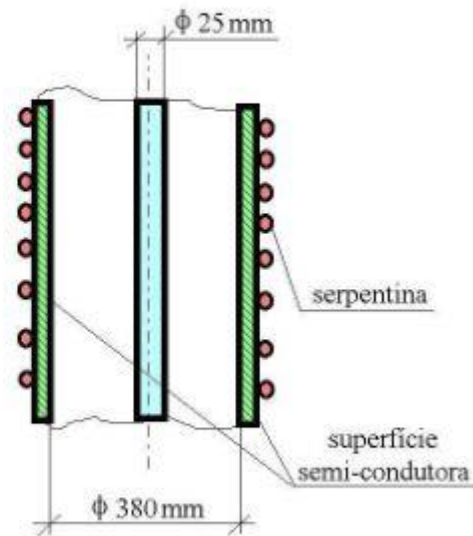
Ao pintar de negro vamos aumentar o impacto das trocas de radiação, aumentando α e ϵ , isto é, aumenta a sensibilidade às trocas radiativas. Se se pintasse de branco, o termómetro seria apenas adequado a medir a T^a qe um objeto sente se só trocasse calor por convecção.

Para este caso, por exemplo, se $\epsilon = 0$, ambos os membros da eq (5) seriam 0, e daí a T^a da esfera tenderia para a T^a do ar com o qual troca calor por convecção. Este abaixamento de temperatura (18.9) deve-se unicamente às trocas radiativas com a parede.

Se quisermos medir a T^a ar ou de um gás, deve-se portanto minimizar as trocas radiativas, colocando superfícies refletoras ($\downarrow \epsilon$ e α) a rodear o termómetro. Se pusermos um termómetro de bolbo negro, por exemplo, para medir a T^a do gás dentro de uma fornalha, corremos o risco de medir T^a superiores às reais. Ainda por cima, como as T^a s estão à quarta, esse erro rapidamente se torna muito importante.

IV.9

A figura ao lado representa um dispositivo para a conversão de energia térmica em eléctrica, por efeito fotovoltaico. O cilindro interno é aquecido (internamente) por um processo de combustão, estando a sua superfície ($\epsilon = \alpha = 0,9$) a uma temperatura de 1600°C . O cilindro exterior é constituído por um material semi-condutor ($\epsilon = \alpha = 0,5$) que converte a radiação incidente em corrente eléctrica. O cilindro exterior é arrefecido por água que circula numa serpentina, mantendo-se a superfície interior a 20°C . O espaço entre os cilindros é evacuado, de modo a não existir convecção.



- a) Determine a potência que o processo de combustão tem de fornecer, por metro de comprimento de tubo.
- b) A potência eléctrica obtida com o semi-condutor é igual a 10% da irradiação com comprimentos de onda entre $0,6$ e $2 \mu\text{m}$. Calcule o seu valor (por metro).

a)

Achar: $\dot{Q}_{combustão}$ para $q_e T_1 = 1600^{\circ}\text{C}$

$$\dot{Q}_{comb} = \dot{Q}_{1-2}$$

Índice:

- 1 - cilindro interno
- 2 - cilindro externo

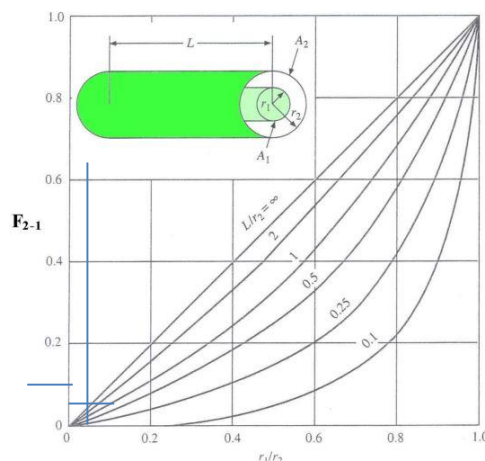
Fator de forma para dois cilindros concêntricos do mesmo comprimento finito (se fosse infinito não era preciso calcular FF, há uma expressão para esse caso particular)

$$\dot{Q}_{1-2} = \frac{\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1 - \epsilon_1}{A_1 \epsilon_1} + \frac{1}{F_{1-2} A_1} + \frac{1 - \epsilon_2}{A_2 \epsilon_2}}$$

Para comprimento unitário

$$\frac{L}{r_2} = \frac{1}{0.380/2} = 5.26$$

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{D_1}{D_2} = \frac{25}{380} = 0.066$$



$$F_{2-1} = 0.065$$

$$A_1 F_{1-2} = A_2 F_{2-1} \rightarrow \pi D_1 F_{1-2} = \pi D_2 F_{2-1} \rightarrow F_{1-2} = 0.988$$

$$A_1 = \pi D_1 L$$

L=1

Substituindo

$$\text{Dá } \dot{Q}_{1-2} = 46\,544 \text{ W}$$

Se desprezássemos o efeito dos topos $F_{1-2} = 1 \rightarrow \dot{Q}_{1-2} = 47\,000 \checkmark$

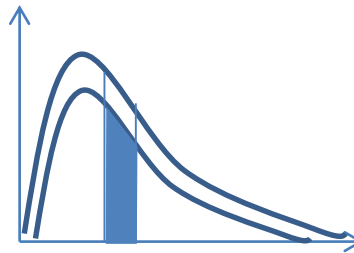
b)

Sabido: $0.6 < \lambda < 2 \mu\text{m}$

Achar: Potência elétrica por metro

$$\dot{q}_{i,2} A_2 = \dot{q}_{o,1} F_{1 \rightarrow 2} A_1$$

Essa expressão acima é válida para todo os comprimentos de onda. Mas só queremos uma parte. Então há qe entrar com a fração de radiação. A questão é qe a fração de radiação é para os C.N. Como o coeficiente de absorção é constante, a fração calculada em baixo é igual tanto para o CN como para o CR.

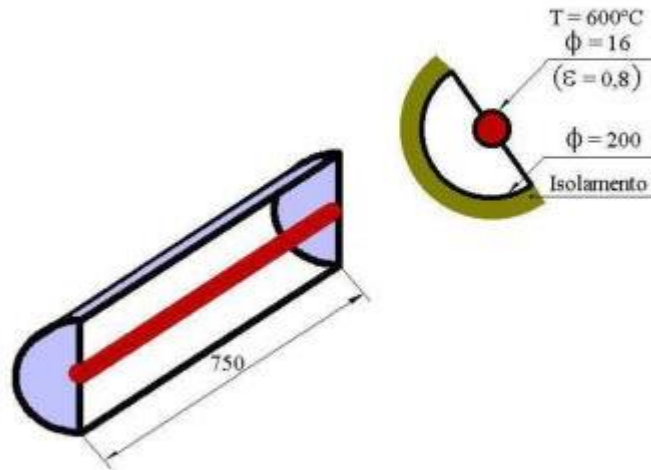


$$\frac{\int_{0.8}^2 E_{b,\lambda}(T^a \text{ fonte}) d\lambda}{\int_0^\infty E_{b,\lambda}(T^a \text{ fonte}) d\lambda} = F_{0.8 \rightarrow 2}(1600 + 273) = F_{0 \rightarrow 3746} - F_{0 \rightarrow 1498} = 0.431$$

$$\dot{Q} = F_{0.8 \rightarrow 2}(1600 + 273) \cdot \dot{Q}_{i,2} \cdot 0.1$$

IV.10 Um radiador de infravermelhos é constituído como mostra a figura. A superfície aquecedora está à temperatura de 600°C devido à existência, no interior, de uma resistência eléctrica, e é parcialmente envolvida por um semi-cilindro de superfície boa reflectora ($\rho = 0,8$). O radiador está colocado numa sala onde as superfícies envolventes estão à temperatura de 15°C e podem ser consideradas corpos negros.

- a) Calcule a temperatura da superfície reflectora, supondo que ela está isolada na face posterior. O factor de forma dessa superfície para si mesma é de 0,36. Despreze as extremidades da superfície semi-cilíndrica e considere, para cálculo dos factores de forma, que o comprimento das superfícies é muito grande. Despreze o modo da convecção.



- b) Calcule a potência (emitida + reflectada) que o conjunto superfície aquecedora/reflector fornece ao exterior. Mantenha as mesmas hipóteses feitas anteriormente.
- c) Em que condições terá interesse utilizar uma superfície semi-cilíndrica com boas características reflectoras? Justifique.

a)

Para tubos coaxiais infinitos nos quais se desprezam os topos ($F_{1-2} = 0.5$)

$$\dot{Q}_{1-2} = \frac{\sigma A_1 (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\epsilon_1} + \frac{1 - \epsilon_2}{\epsilon_2} \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2}$$

$$A_1 = \pi D_1 \cdot 0.75 =$$

$$F_{1-2} = 0.5 \rightarrow F_{1-3} = 0.5$$

$$F_{2-3} = ?$$

Que expressões é que se relacionam com F_{2-3} ?

$$F_{2-1} + F_{2-2} + F_{2-3}$$

E o F_{2-1} ?

$$A_2 F_{2-1} = A_1 F_{1-2} \rightarrow F_{2-1} = 0.08 \rightarrow F_{2-3} = 0.56$$

Ver p. 90 mh resolução

$$T_2 = \left[\frac{\dot{q}_{o,1}}{\epsilon_1 \sigma} - \frac{1 - \epsilon_1}{\epsilon_1 \sigma} \sum_{j=1}^{j=3} \dot{q}_{o,j} F_{1-j} \right]^{0.25}$$

$$T_2 = \left[\frac{\dot{q}_{0,2}}{\epsilon_2 \sigma} - \frac{1 - \epsilon_2}{\epsilon_2 \sigma} (\dot{q}_{0,1} F_{2-1} + \dot{q}_{0,2} F_{2-2} + \dot{q}_{0,3} F_{2-3}) \right]^{0.25}$$

Para superfícies qe se conhece a temperatura:

$$\dot{q}_{0,1} = \epsilon_1 \sigma T_1^4 + (1 - \epsilon_1) [\dot{q}_{0,1} F_{1-1} + \dot{q}_{0,2} F_{1-2} + \dot{q}_{0,3} F_{1-3}]$$

$$\dot{q}_{0,3} = \sigma T_3^4$$

Para superfícies de qe se conhece a potencia trocada com o exterior

$$\dot{q}_{0,2} = \dot{q}_{0,1} F_{2-1} + \dot{q}_{0,2} F_{2-2} + \dot{q}_{0,3} F_{2-3} - \frac{\dot{Q}_2}{A_2}$$

O ultimo termo é zero pq a superfície é isolada.

b)

Como a superfície 2 está isolada, então todo o calor tem de ir para 3...

$$\dot{q}_{0,1} A_1 = 1019W \sim \checkmark$$

c)

Só interessa se a superfície não for bem isolada e não se quiser perder calor para o exterior. Ao ser isolada o calor qe entra por radiação é igual ao qe sai por radiação + convecção.

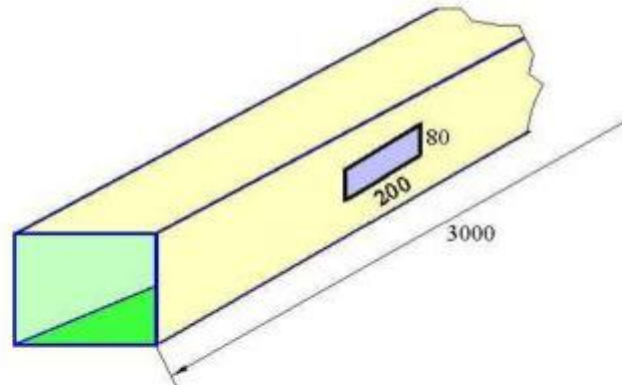
IV.11 Uma conduta de secção quadrada (0,25 m x 0,25 m) é usada para transportar ar quente para um processo industrial.

A conduta é feita em chapa ($\varepsilon = 1$) e contém um visor central de vidro de 1 cm de espessura, separado lateralmente da chapa por faixas isolantes. A emissividade do vidro é 0,8 e a sua condutibilidade térmica 2 W/mK. O vidro pode ser considerado opaco à radiação que nele incide.

O ar que circula na conduta está à temperatura de 500 K, bem como as paredes da conduta que estão isoladas nas faces exteriores. Sendo a temperatura da superfície exterior do vidro de 300 K e o coeficiente de convecção interior de 100 W/m²°C.

a) Calcule a temperatura da superfície interior do visor de vidro e a perda de calor pelo visor.

b) Se a parede da conduta oposta ao visor não for isolada e a sua superfície interior estiver a 470 K, qual a nova temperatura da superfície interior do visor, para as mesmas temperaturas exterior e das restantes paredes? O factor de forma visor-superfície oposta da conduta é de 0,46.



c) Se o coeficiente de transmissão do vidro variar com o comprimento de onda da radiação incidente do seguinte modo:

$$\begin{aligned} \tau &= 0,8 & \text{se} & \quad 0 < \lambda < 2 \mu\text{m} \\ \tau &= 0 & \text{se} & \quad \lambda > 2 \mu\text{m} \end{aligned}$$

diga se é correcto supor o vidro opaco nas alíneas anteriores. Justifique.

Sabido:

Achar: Tint vidro e perda de calor

Análise:

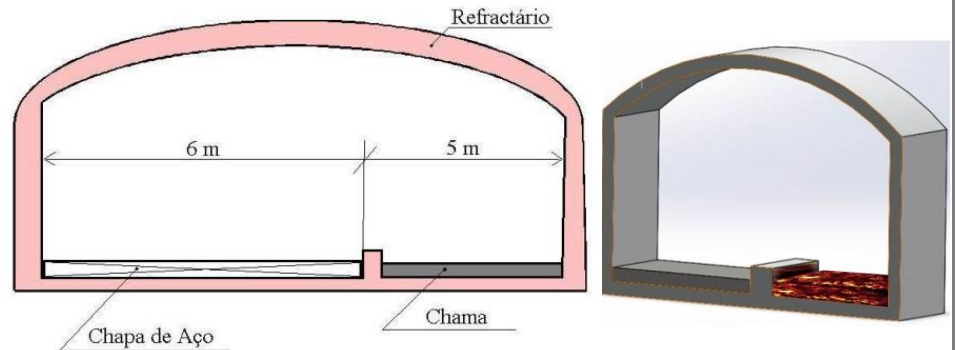
$$\dot{q}_{cv+cd} = \frac{500 - 300}{\frac{1}{\alpha_{cv}} + \frac{0.01}{2}} = 13\,333 \frac{W}{m^2}$$

Como superfície é opaca $\tau = 0$ e...

$$\dot{q}_{rd} = \varepsilon \sigma T_e^4 = 0.8 \cdot \sigma \cdot 500^4 = 2864$$

IV.12 A figura representa um forno de tratamento de aço, em que a chama está à temperatura de 1500°C, podendo ser considerada uma superfície plana, cinzenta e difusa ($\epsilon = 0,7$). O aço está protegido, de modo a não "ver" a chama, e tem um comportamento cinzento e difuso ($\epsilon = 0,8$). As restantes superfícies são refractárias (adiabáticas). O forno tem um comprimento de 3m. Desprezando o mecanismo da condução:

- a) Calcule a potência calorífica recebida pelo aço, à temperatura de 800°C.
- b) Calcule a potência corresponde à radiação visível emitida pela chama.



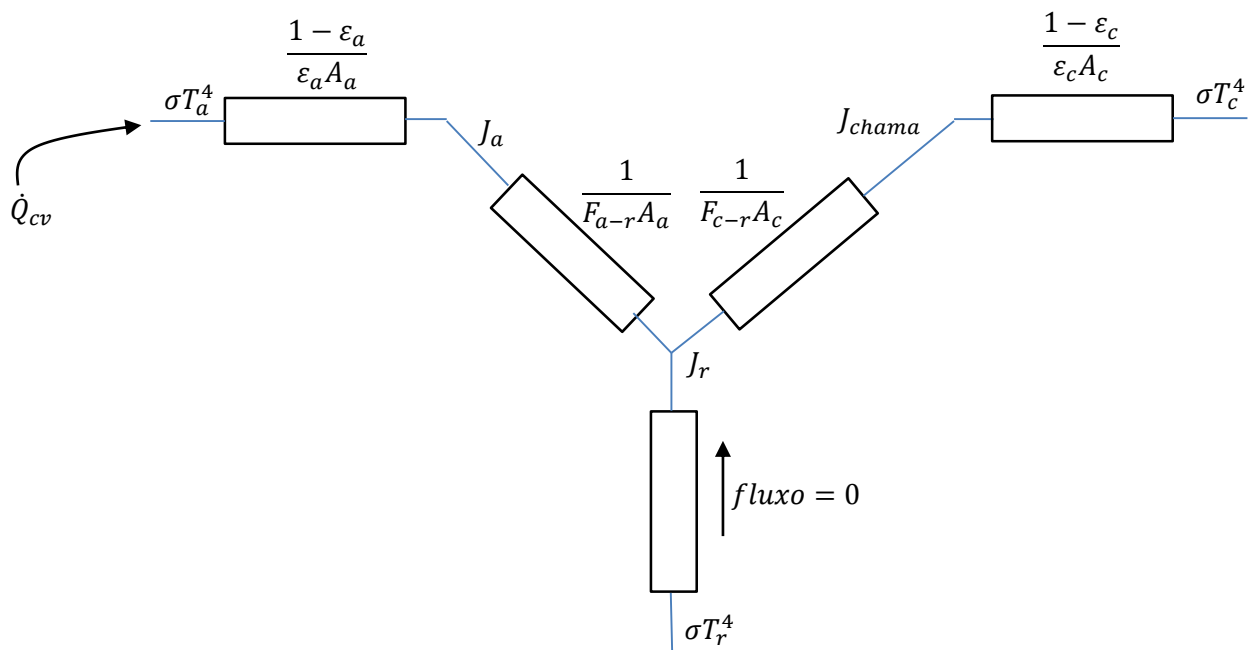
a)

Índices:

a: aço

r: refratário

c: chama



O fluxo é zero no refratário porque é dito que é adiabático e não é dito nada sobre possíveis trocas de calor por convecção. Assim, o refratário é uma superfície rerradiante e o esquema acima pode ser simplificado por uma única resistência equivalente a 4 resistências em série.

$$\dot{Q}_{rd} = \frac{\sigma T_c^4 - \sigma T_a^4}{\frac{1}{\epsilon_a A_a} + \frac{1}{A_a F_{a-r}} + \frac{1}{A_c F_{c-r}} + \frac{1 - \epsilon_c}{A_c \epsilon_c}}$$

Notar relativa ao qe está a azul: é indiferente usar o qe está escrito ou $A_r F_{r-a}$ (teorema da reciprocidade). Aqui teve de ser $A_a F_{a-r}$ porque não se sabe a área do refratário.

$\epsilon_a = 0.8$	$T_c = 1773.15$	$A_c = 5 \cdot 3$	$F_{a-r} = 1$	$\epsilon_c = 0.7$
--------------------	-----------------	-------------------	---------------	--------------------

$\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8}$	$T_a = 1073.15$	$A_a = 6 \cdot 3$	$F_{c-r} = 1$	
-------------------------------	-----------------	-------------------	---------------	--

$$\dot{Q}_{rd} = 2.95 \cdot 10^6$$

(soluções = 3MW)

b)

Fluxo de calor emitido por radiação, pela chama

$$\dot{Q} = A_c \epsilon_c \sigma T_c^4$$

Fluxo de calor emitido por radiação, pela chama, para o comprimento de onda visível

$$\dot{Q} = A_c \epsilon_c \sigma T_c^4 F_{0.4 \rightarrow 0.7 \mu m}(1773.15 K)$$

$$\dot{Q} = A_c \epsilon_c \sigma T_c^4 F_{709 \rightarrow 1241 \mu m K}$$

$$F_{709 \rightarrow 1241 \mu m K} = F_{0 \rightarrow 1241} - F_{0 \rightarrow 709} = 0.00329 - 8.72 \cdot 10^{-5} =$$

Tab. B1 - Fracções da Radiação de um Corpo Negro

λT ($\mu m \cdot K$)	$F_{0-\lambda T}$	λT ($\mu m \cdot K$)	$F_{0-\lambda T}$	λT ($\mu m \cdot K$)	$F_{0-\lambda T}$	λT ($\mu m \cdot K$)	$F_{0-\lambda T}$
200	0,000000	3 000	0,273232	6 000	0,737818	10 500	0,923710
400	0,000000	3 200	0,318102	6 200	0,754140	11 000	0,931890
600	0,000000	3 400	0,361735	6 400	0,769234	11 500	0,939959
800	0,000016	3 600	0,403607	6 600	0,783199	12 000	0,945098
1 000	0,000321	3 800	0,443382	6 800	0,796129	13 000	0,955139
1 200	0,002134	4 000	0,480877	7 000	0,808109	14 000	0,962898
1 400	0,007790	4 200	0,516014	7 200	0,819217	15 000	0,969981
1 600	0,019718	4 400	0,548796	7 400	0,829527	16 000	0,973814
1 800	0,039341	4 600	0,579280	7 600	0,839102	18 000	0,980860
2 000	0,066728	4 800	0,607559	7 800	0,848005	20 000	0,985602
2 200	0,100888	5 000	0,633747	8 000	0,856288	25 000	0,992215
2 400	0,140256	5 200	0,658970	8 500	0,874608	30 000	0,995340
2 600	0,183120	5 400	0,680360	9 000	0,890029	40 000	0,997967
2 800	0,227897	5 600	0,701046	9 500	0,903085	50 000	0,998953
2 898	0,250108	5 800	0,720158	10 000	0,914199	75 000	0,999713
						100 000	0,999905

$A_c = 5 \cdot 3$	$\epsilon_c = 0.7$	$T_c = 1773.15$
-------------------	--------------------	-----------------

Então $\dot{Q} = 19331$

(soluções = 17400)

V.1 Pretende-se aproveitar a energia dos gases de escape de um processo de combustão para aquecer 3 kg/s de água, de 20°C até 60°C. Os gases saem do processo à temperatura de 200°C e com um caudal de 5 kg/s, tendo um $c_p = 1015 \text{ J/kgK}$. Calcule o produto (KA) necessário:

- Se for utilizado um permutador de fluxos paralelos.
- Se for utilizado um permutador de fluxos opostos.
- Para que se obtenha o mesmo efeito com um permutador de fluxos cruzados de uma só passagem e com ambos os fluidos não misturados.

Sabido: Caudal de água a aquecer, e as suas temperaturas iniciais e finais. O caudal e a temperatura à entrada dos gases qe vão aquecer essa água, e o seu calor específico.

Achar: a) UA necessário se for utilizado permutador de fluxos paralelos; b) UA necessário se for utilizado permutador de fluxos opostos; c)

Análise: Qualquer qe seja o permutador, pode-se aplicar a 1ª lei da termodinâmica, isto é, se queremos um certo ganho de entalpia na água, essa energia virá dos gases, isto é, o fluxo de calor ou potência calorífica qe permite esta variação de temperaturas tem qe se fornecida pelos gases. A temperatura de saída vai ser igual nos 3 permutadores. Vamos usar as duas técnicas (LMTP e NTU) para cada solução para aprender a usá-las e a ver as suas diferenças.

a)

--LMTP------(Logarithmic Mean Temperature Difference)-----

Este método diz-nos qe o UA pode ser dado por

$$\dot{Q} = UA\Delta T_{ln} \quad (1)$$

Onde \dot{Q} é a potência calorífica transferida de um meio para o outro, e ΔT_{ln} resulta de

$$\Delta T_{ln} = \frac{\Delta T_2 - \Delta T_1}{\ln\left(\frac{\Delta T_2}{\Delta T_1}\right)} \quad (2)$$

Onde ΔT_2 e ΔT_1 são tirados do gráfico ao lado.

$$\Delta T_2 = T_{\omega}'' - T_{\omega}'$$

$$\Delta T_1 = T_{\alpha}'' - T_{\alpha}'$$

'' → fluido quente, ' → fluido frio

ω → saída, α → entrada

$$T_{\omega}'' : T_{hot,out} = T_{h,o}$$

$$T_{\omega}' : T_{cold,out} = T_{c,o}$$

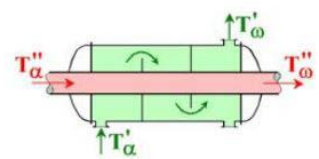
$$T_{\alpha}'' : T_{hot,in} = T_{h,i}$$

$$T_{\alpha}' : T_{cold,in} = T_{c,i}$$

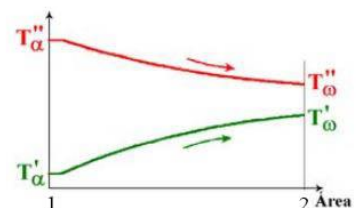
Destas só falta saber $T_{s\text{ gás}}$ qe pode ser determinada aplicando a 1ª lei da termodinâmica ao gás e à água e igualando os fluxos de calor (qe têm de ser iguais, considerando não haver perdas para fora do permutador)

$$\dot{Q} = (\dot{m}c_p)_h (T_i - T_o) \quad (3)$$

Fluxos paralelos



Distribuição de temperaturas neste tipo de permutador:



$$\dot{Q} = (\dot{m}c_p)_c (T_o - T_i) \quad (4)$$

Igualando (3) a (4) tira-se a $T_{h,o}$

$T_{h,i} = 200^\circ\text{C}$	$\Delta T_c = 40$	$c_{p h} = 1015$
$c_{p c} = 4179$	$\dot{m}_h = 5$	$\dot{m}_c = 3$

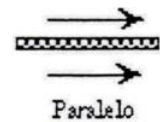
$$T_{h,o} = 101.2^\circ\text{C}$$

Tendo a temperatura de saída do fluido quente, obtêm-se os $\Delta T_1 = 200 - 20$ e $\Delta T_2 = 101.2 - 60$ e substituem-se na eq. (2) tirando-se $\Delta T_{ln} = 94.1^\circ\text{C}$ e substituindo esta na eq. (1) juntamente com o fluxo de calor calculado por (3) ou por (4), $\dot{Q} = 5014800$, tira-se $UA = 5329 \text{ W/K}$.

--NTU--

Neste método

$$NTU = \frac{UA}{C_{min}} \quad (6)$$



$$\epsilon = \frac{1 - \exp[-NTU(1+C^*)]}{1+C^*}$$

O $C_{min} = (\dot{m}c_p)_{min}$ e o NTU tira-se de uma fórmula dependente da eficiência do permutador, dada pela potência realmente transferida e a potência máxima que se pode transferir. Essa eficiência calcula-se a partir da equação seguinte, que é independente do tipo de permutador (tal como o é o C_{min})

$$\epsilon = \frac{\dot{Q}}{\dot{Q}_{m\acute{a}x}} = \frac{\dot{Q}}{C_{min}\Delta T_e} \quad (7)$$

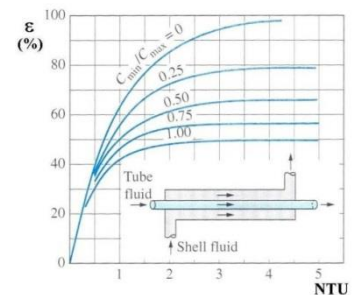
Onde $\Delta T_e = T_{e \text{ fluido } 1} - T_{e \text{ fluido } 2} = 200 - 20$. Qual é o C_{min} e o $C_{m\acute{a}x}$? Vendo os dois produtos caudal * calor específico, vê-se o maior e o menor dos dois valores

$$(\dot{m}c_p)_h = 5075 = C_{min}$$

$$(\dot{m}c_p)_c = 12537 = C_{m\acute{a}x}$$

Para se tirar o UA da fórmula da figura é ainda preciso o $C^* = \frac{C_{min}}{C_{m\acute{a}x}} = 0.405$

Substituindo os valores à equação (7)



$\dot{Q} = 501480$	$C_{min} = 5075$	$\Delta T_e = 180$
--------------------	------------------	--------------------

Obtêm-se $\epsilon = 0.55$. Entrando com este e o C^* na fórmula da figura, retira-se o $NTU = 1.055$. Da eq. (6) tira-se $UA = 5352$. Este valor só não dá exatamente igual ao calculado pelo LMTP devido aos arredondamentos, caso contrário daria 0 de erro. Em alternativa podia-se ter ido buscar o valor de NTU a um dos gráficos disponíveis (figura acima à direita).

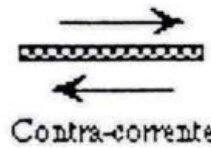
b)

--LMTP--

O método é exatamente igual aos fluxos paralelos. Só altera a direção do fluxo e como tal no gráfico as temperaturas são colocadas de modo diferente. As correspondências das temperaturas são continuam a ser as mesmas já que no gráfico foram colocadas nos sítios corretos. Todos os valores de temperaturas são os mesmos, pelo que os únicos cálculos a fazer são a determinação dos $\Delta T_1 = 101.2 - 20$ e $\Delta T_2 = 200 - 60$ que dá um $\Delta T_{ln} = 108^\circ C$. Substitui-se, juntamente com o fluxo de calor (que é o mesmo) em (1) e tira-se $UA = 46431$. Como o coeficiente global de convecção se mantém sensivelmente o mesmo, este valor significa que, para este caso é necessária uma menor área de transferência de calor.

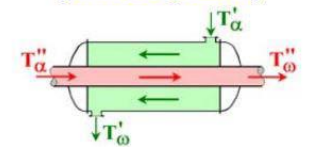
--NTU--

Como ϵ , C_{min} e $C_{máx}$ são os mesmos, determina-se pela fórmula ao lado $NTU = 0.919$ e da eq. (6) tira-se $UA = 4664$.

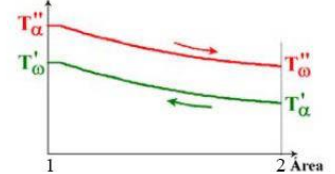


$$\epsilon = \frac{1 - \exp[-NTU(1-C^*)]}{1 - C^* \exp[-NTU(1-C^*)]}$$

Fluxos contra-corrente (Fluxos opostos)



Distribuição de temperaturas neste tipo de permutador



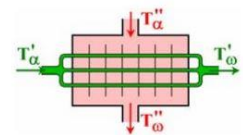
c)

--LMTP--

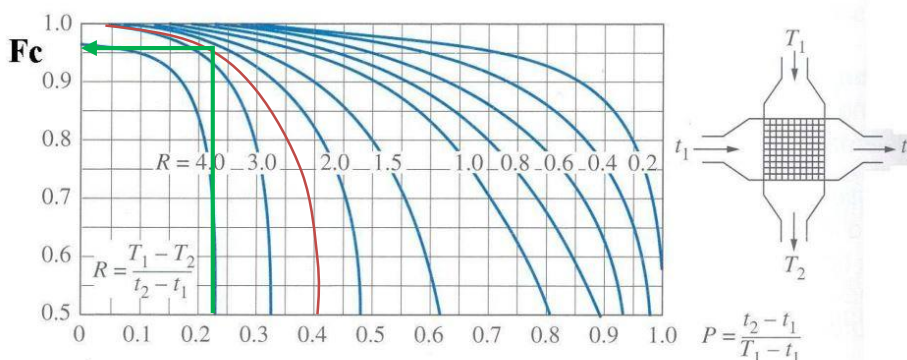
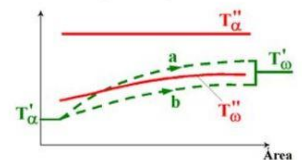
Neste caso já não há claramente um lado 1 e um lado 2, portanto como é que fazemos isto? Usa-se um fator de correção, F_c , que vai multiplicar o ΔT_{ln} como se ele fosse de fluxos em contra corrente (opostos). Assim, calcula-se o ΔT_{ln} como se fosse um permutador de fluxos opostos e multiplicamos pelo fator corretivo que vai fazer a diferença entre os permutadores de fluxos opostos e o de fluxos cruzados. O fator de correção é dado por tabelas

$$\dot{Q} = UAF_c \Delta T_{ln} \quad (5)$$

Fluxos cruzados



Distribuição de temperaturas neste tipo de permutador



c) Fluxo cruzado (pass. simples) com ambos os fluidos não misturados

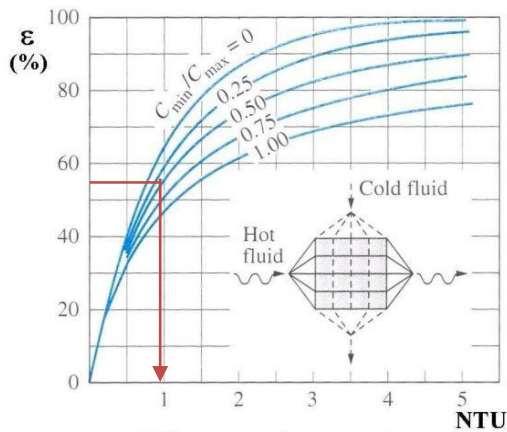
$t_2 = 60$	$t_1 = 20$	$T_1 = 200$	$T_2 = 101.2$
------------	------------	-------------	---------------

Com estes valores calcula-se $R = 2.47$ e $P = 0.22$, com os quais, olhando para o gráfico, se tira aproximadamente $F_c = 0.95$.

$$\dot{Q} = 501480 \quad F_c = 0.95 \quad \Delta T_{ln} = 108$$

Com estes valores substituídos em (5) tira-se $UA = 4888$.

--NTU-----



e) Fluxo cruzado com ambos os fluidos não misturados

Como a equação é um pouco trabalhosa, optei por fazer pelo gráfico.

$$\varepsilon = 0.55$$

$$C^* = 0.405$$

Onde se tira $NTU \approx 0.97$

Substituindo na eq.(6) dá $UA = 4923$

Comentário: Imaginemos qe um dos fluidos em vez de mudar de temperatura, mudava de fase. Como é qe fazíamos isto? Por exemplo os gases entram na mesma a 200°C, mas a água estando despressurizada, entrava em ebulição aos 50°C, entrava como líquido saturado e sai como vapor saturado, como se calculava o valor de UA? Pelo LMTP fazia-se igual. Simplesmente a curva de baixo ia ser horizontal. Pelo NTU, o fluido qe muda de fase, tem um $C = \infty$ (temporariamente enquanto muda de fase) e portanto é o $C_{m\acute{a}x}$ e assim, $C^* = 0$.

V.2 Resolva o problema PIII.4, utilizando o conceito da diferença de temperaturas média logarítmica.

a) Qual o rendimento do ebulidor?

Os gases de escape de um motor de um motor de combustão interna saem deste à temperatura de 350°C. Por razões de economia os gases vão ser arrefecidos até 150°C, num ebulidor. No ebulidor, o tubo de 100mm de diâmetro onde circulam os gases é rodeado por água à pressão atmosférica, de modo a produzir-se vapor de água.

Sabe-se que o caudal de gases é de 1 ton/h e que as suas propriedades são:

$$\begin{aligned} \rho &= 1,5 \text{ kg/m}^3 & c_p &= 1400 \text{ J/kgK} \\ Pr &= 0,7 & \eta &= 1,2 \times 10^{-5} \text{ kg/m.s} \end{aligned}$$

Pretende-se saber qual o comprimento de tubo necessário

a)

$$\varepsilon = \frac{\dot{Q}}{\dot{Q}_{\text{máx}}} = \frac{\dot{m}c_p(T_i - T_o)_h = \dot{m}c_p(T_o - T_i)_c}{(\dot{m}c_p)_{\text{min}}(T_{h,i} - T_{c,i})}$$

h: hot

c: cold

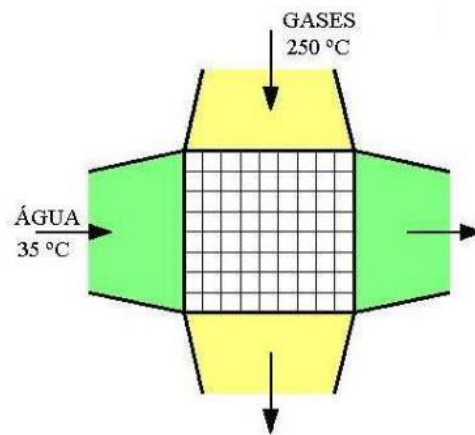
i: in

o: out

$$\varepsilon = \frac{0.278 \cdot 1400 \cdot (350 - 150)}{0.278 \cdot 1400 \cdot (350 - 100)}$$

V.3

Considere um permutador de fluxos cruzados com ambos os fluidos não misturados.



O seu coeficiente global de transferência é de $100 \text{ W/m}^2\text{K}$, e a área de 40 m^2 .

Nele entram gases à temperatura de 250°C , com um caudal de $1,5 \text{ kg/s}$, que têm um $c_p = 1000 \text{ J/kgK}$.

A sua energia térmica é aproveitada para aquecer água, que entra a 35°C , com um caudal de 1 kg/s .

Calcule a potência transferida no permutador e as temperaturas de saída dos fluidos.

Sabido: Coeficiente global de transferência (U) e área (A). Temperatura à entrada e caudal dos gases e da água para ser aquecida.

Achar: Potência transferida no permutador; temperaturas de saída.

Análise: Este é um caso em que fazer pelo método LMTP já dava muito trabalho porque é um cálculo iterativo. Assim, optei pelo NTU por ser mais direto. Há aqui, no entanto, uma pseudo-iteração, porque tem que se arbitrar uma temperatura de saída para a água, para se poder ter uma temperatura média da água com a qual ir tirar o valor do c_p água à tabela. De qualquer maneira neste caso não é muito crítico, porque o c_p água $\cdot \dot{m}$ água é bastante maior que o do gás (o c_p água anda perto dos 4200). Tentando então estimar o valor da T_s água. Se os gases baixarem de 250°C para 100°C , isto é, com um $\Delta T_{\text{gases}} = 150^\circ\text{C}$ o $\Delta T_{\text{água}} = 50^\circ\text{C}$ que é 3x menos, tal como o é o $C_{\text{água}}$ em relação ao $C_{\text{gás}}$. Portanto a água se calhar sai a 85°C o que dá $\bar{T}_{\text{água}} \approx 60^\circ\text{C}$ e é para essa T^a que vou buscar o c_p água. Para se saber as T^a s de saída dos gases e da água pode-se aplicar a 1ª lei da termodinâmica a cada um deles.

$$\dot{Q} = \dot{m}c_p(T_e - T_s)_{\text{gás}} \quad (1)$$

$$\dot{Q} = \dot{m}c_p(T_e - T_s)_{\text{água}} \quad (2)$$

Para tal é preciso saber o fluxo de calor ou potência calorífica trocada, que pode ser obtida a partir da eficiência do permutador, da expressão

$$\varepsilon = \frac{\dot{Q}}{(\dot{m}c_p)_{\min}(T_e \text{ gás} - T_e \text{ água})} \quad (3)$$

Esta eficiência pode-se determinar do gráfico para este permutador quando conhecido o seu NTU,

$$NTU = \frac{UA}{(\dot{m}c_p)_{\min}} \quad (4)$$

Daqui conhece-se UA , faltando apenas saber qual dos dois é o C_{\min} . Então comparam-se

$$(\dot{m}c_p)_{\text{gás}} = 1,5 \cdot 1000 < (\dot{m}c_p)_{\text{água}} = 1 \cdot 4184 \Rightarrow (\dot{m}c_p)_{\text{gás}} = C_{\min}$$

Assim, calcula-se o NTU pela eq. 4

$U = 100$	$A = 40$	$C_{min} = 1500$
-----------	----------	------------------

$$NTU = 2.67$$

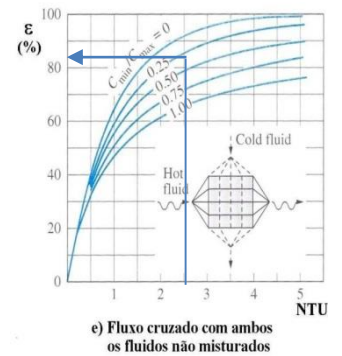
Para se poder saber a eficiência é ainda necessário saber C^*

$$C^* = \frac{C_{min}}{C_{máx}} = 0.36$$

Olhando para o gráfico tira-se $\varepsilon = 0.83$, o que se substitui na eq.(3) juntamente com

$\varepsilon = 0.83$	$C_{min} = 1500$	$T_{e\ gás} = 250\ ^\circ C$	$T_{e\ água} = 35\ ^\circ C$
----------------------	------------------	------------------------------	------------------------------

Para se tirar $\dot{Q} = 267675\ W$. Substituindo em (1) tira-se $T_{s\ gás} = 71.6$ e substituindo em (2) tira-se $T_{s\ água} = 99$. Como assumimos no início que $T_{s\ água} \approx 85\ ^\circ C$, é preciso ver se a temperatura média à qual se foi buscar as propriedades dista muito da real. $\bar{T}_{água} = 67\ ^\circ C$ o que não altera significativamente o $c_{p\ água}$ e portanto não compensa o trabalho de refazer as contas.



#Resolução de Exames#

2º Teste: 6-Jan-2014

1.

a)

$$\dot{Q} = \dot{Q}_{rd} + \dot{Q}_{cv\ nat} \quad (1)$$

$$\dot{Q} = \alpha_{cv} (T_p - T_{amb}) A \quad (2)$$

$$\overline{Nu} = \frac{\bar{\alpha}_{cv} L_c}{\lambda_f} \quad (3)$$

Cilindro: contabilizar ou não o efeito da curvatura?

$$\frac{D}{L} \geq \frac{35}{Gr_L^{0.25}}? \quad (4)$$

$$Gr_L = \frac{g\beta\Delta T L_c^3}{\nu^2} \quad (5)$$

Para um cilindro onde o escoamento se dá segundo a direção do eixo, $L_c = altura = 0.12m$ Para saber ν e β é preciso saber a temperatura do ar média

$$\frac{98 + 25}{2} = 61.5^\circ C \rightarrow \begin{cases} \beta = 2.93 \cdot 10^{-3} \\ \nu = 19.05 \cdot 10^{-6} \\ Pr = 0.709 \\ \lambda_f = 0.0286 \end{cases}$$

Substituindo em (5) dá $Gr_L = 1.02 \cdot 10^7$ e em (4) obtém-se $2.08 \geq 0.62$ portanto pode-se tratar o escoamento como se fosse numa placa plana vertical.

Que tipo de escoamento é (lam ou turb?)

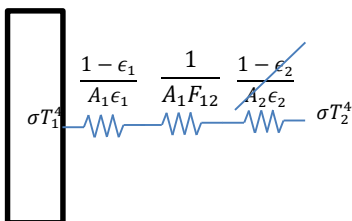
$$Ra_L = Gr_L \cdot Pr = 7.22 \cdot 10^6 < 10^9 \Rightarrow \text{laminar}$$

Para escoamento laminar em placa plana vertical tem-se

$$\overline{Nu} = 0.59 Ra_L^{0.25} = 30.58$$

Substituindo em (3) tira-se $\alpha_{cv} = 7.29 \text{ W/m}^2\text{K}$ e em (2) $\dot{Q}_{cv\ nat} = 50 \text{ W}$

Relativamente à radiação



Onde 1 representa a a superfície da panela e 2 a do ambiente. Como a superfície do ambiente é muito maior que a da panela, funciona como um corpo negro relativamente a esta e por isso se faz a simplificação, e pelo mesmo motivo, $F_{12} = 1$.

$$\dot{Q}_{rd} = \frac{\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1 - \epsilon_1}{A_1 \epsilon_1} + \frac{\epsilon_1}{A_1 \epsilon_1}}$$

Que pode então ser simplificada para a fórmula qe se usa para saber a troca líquida de fluxo de calor por radiação entre um corpo e um C.N.

$$\dot{Q} = A_1 \epsilon_1 \sigma (T_1^4 - T_2^4)$$

$A_1 = 0.094$	$\epsilon_1 = 0.95$	$\sigma = 5.279 \cdot 10^{-8}$	$T_1 = 98 + 273$	$T_2 = 25 + 273$
---------------	---------------------	--------------------------------	------------------	------------------

O que dá $\dot{Q}_{rd} = 56.58W$. Juntando na equação (1) com o fluxo de calor por convecção obtém-se

$$\dot{Q} = 106.58 W$$

b)

$$\text{Taxa de evaporação} = 9.417 \cdot 10^{-4} \frac{kg}{s}$$

$$q_{lv}(H_2O \text{ a } 100^\circ C) = 2257J/kg$$

$$\dot{Q} = \text{taxa evap} \cdot q_{lv} = 2125 W$$

O ΔT determina-se com a expressão

$$\dot{q} = \mu_l q_{lv} \left[\frac{g(\rho_l - \rho_v)}{\sigma} \right]^{0.5} \left[\frac{c_{p,l} \Delta T}{C_{s,f} q_{lv} Pr^n} \right]^3 \quad (1)$$

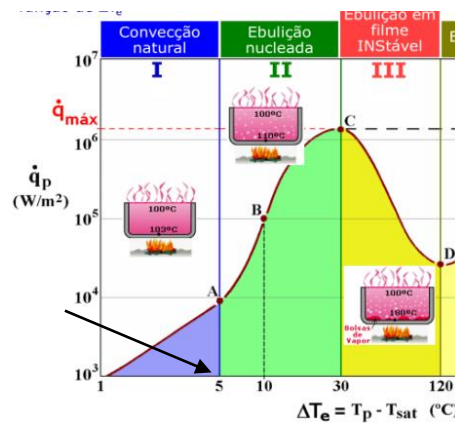
$$\text{Água a } 100^\circ C \rightarrow \begin{cases} \mu_l = 277 \cdot 10^{-6} \\ \rho_l = 958.4 \\ c_{p,l} = 4216 \\ q_{lv} = 2257 \cdot 10^3 \\ Pr = 1.75 \end{cases}$$

$\Delta T = T_{fundo} - 100^\circ C$	$\sigma = 58.9 \cdot 10^{-3}$
$\dot{q} = \frac{\dot{Q}}{A} = 43290 W/m^2$	$D = 0.25 \rightarrow A = 0.0491m^2$
$C_{s,f}(\text{cobre liso}) = 0.013$	$n(\text{água bronze}) = 1$

Substituindo em (1) tira-se $\Delta T = 6.79^\circ C$

c)

Para $T_{fundo} - T_{água} < 5^\circ C \rightarrow$ Convecção Natural



$$\dot{Q} = \alpha_{cv} (T_p - T_{ág}) A$$

Daqui só não sabemos o coeficiente de convecção, qe podemos tirar de

$$Nu = \frac{\alpha_{cv} L_c}{\lambda_f}$$

$$L_c = \frac{A}{P} = \frac{\pi D^2}{4 \pi D} = 0.0625m$$

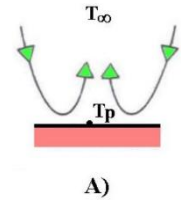
$$\text{Água a } 100^{\circ}\text{C} \rightarrow \begin{cases} \beta = 0.76 \cdot 10^{-3} \\ \nu = 0.291 \cdot 10^{-6} \\ \lambda = 0.682 \\ Pr = 1.73 \end{cases}$$

$$Nu = CRa_{L_c}^n$$

$$Ra_{L_c} = \frac{g\beta\Delta TL_c^3}{\nu^2} \cdot Pr \Rightarrow 10^7 < Ra_{L_c} = 1.11 \cdot 10^8 < 10^{11}$$

Tab. 12.1 - Coeficientes C e n para Placas Horizontais

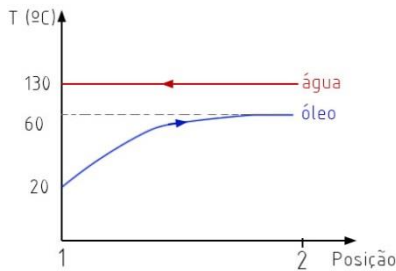
ORIENTAÇÃO DA PLACA	C	n	VALIDADE
A) ou D)	0,54	1/4	$10^4 < Ra_{L,ref} < 10^7$
	0,15	1/3	$10^7 < Ra_{L,ref} < 10^{11}$



Substituindo 0.15=C e 1/3=n tira-se o valor de Nu, α_{cv} e $\dot{Q} = 89 W$

2.

a)



$$\dot{Q} = UA\theta_{ln}$$

$$\theta_{ln} = \frac{\theta_1 - \theta_2}{\ln\left(\frac{\theta_1}{\theta_2}\right)}$$

Para permutador de fluxos opostos

$$\theta_1 = T_{h\ in} - T_{c\ out} = 130 - 60$$

$$\theta_2 = T_{h\ out} - T_{c\ in} = 130 - 20$$

O calor que um fluido perde, o outro ganha, portanto

$$\dot{Q} = (\dot{m}c_p\Delta T)_{\acute{o}leo} = (\dot{m}c_p\Delta T)_{\acute{a}gua}$$

Como sabemos as propriedades do óleo, calcula-se o fluxo de calor perdido pelo óleo

$\dot{m}_{\acute{o}leo} = 0.3\text{kg/s}$	$c_{p,\acute{o}leo} = 2100\text{ J/kgK}$	$\Delta T_{\acute{o}leo} = 40^{\circ}\text{C}$
---	--	--

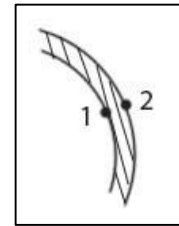
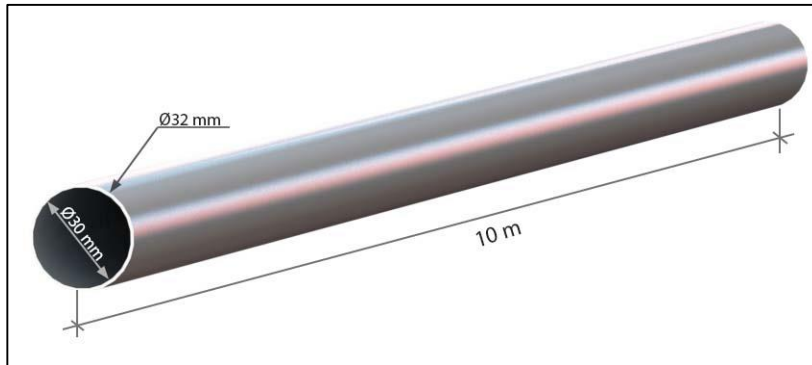
O qe dá

$$\dot{Q} = 25200W$$

b)

Sim, só é preciso saber que o fluido qe muda de fase é como se tivesse $c_p = \infty \rightarrow C_{m\acute{a}x} = \infty \rightarrow C^* = 0$.

3.



$$s_{N_2} = 1.56 \cdot 10^{-3} \frac{10^3 \text{ mol}}{\text{m}^3 10^5 \text{ Pa}} = 1.56 \cdot 10^{-5} \text{ mol/m}^3 \text{ Pa}$$

$$D_{N_2\text{-borracha}} = 0.15 \cdot 10^{-9}$$

a)

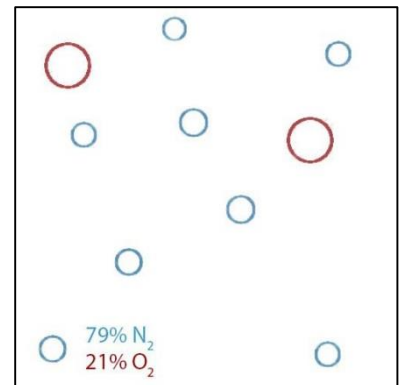
$$c_i = s \cdot p_i \quad \forall i=1,2 \quad (1)$$

p: pressão do azoto na superfície i

c: concentração do azoto na superfície i

A pressão no interior é dada = 1atm. A solubilidade está calculada em cima, pelo que $c_1 = 1.58 \text{ mol/m}^3$.

No exterior existe azoto e oxigénio à pressão de 1 atm, isto é, os dois em conjunto estão à pressão de 1atm, mas na verdade cada um está a uma *pressão parcial* diferente. A pressão parcial de um gás corresponde à pressão que este exerceria caso estivesse sozinho ocupando todo o recipiente, à mesma temperatura. Basicamente é a pressão das moléculas a chocar contra as suas irmãs ignorando os qe não são da família. A imagem ao lado da uma ideia disso (na verdade é 79% em volume e não número de moles, mas façamos de conta qe é igual, só para perceber a ideia). Assumindo qe são ambos gases perfeitos,



$$\frac{p_2 V_T}{p_T V_T} = \frac{n_2 \mathcal{R} T_T}{n_T \mathcal{R} T_T} = \frac{p_2}{p_T} = \frac{n_2}{n_T} \quad (2)$$

Só que nós não sabemos a fração molar, só sabemos a fração volúmica. Então, devemos tentar perceber o seu significado. Se pegássemos no mesmo azoto e o comprimíssemos para ter $p_2 = p_T = 1 \text{ atm}$ ele ia ocupar menos volume, 79% do volume total.

$$\frac{p_T V_2}{p_T V_T} = \frac{n_2 \mathcal{R} T_T}{n_T \mathcal{R} T_T} = \frac{V_2}{V_T} = \frac{n_2}{n_T} = 0.79 \quad (3)$$

Igualando (2) com (3) através de $\frac{n_2}{n_T}$ obtém-se

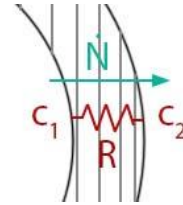
$$\frac{p_2}{p_T} = 0.79$$

1 atm = 101325 Pa logo $p_2 = 8 \cdot 10^4 \text{ Pa}$. Substituindo em (1) tira-se $c_2 = 1.249 \text{ mol/m}^3$

b)

Pela analogia elétrica

$$\dot{N} = \frac{c_1 - c_2}{R} = \frac{c_1 - c_2}{\frac{\ln\left(\frac{r_e}{r_i}\right)}{2\pi D_{N_2\text{-borracha}} L}}$$



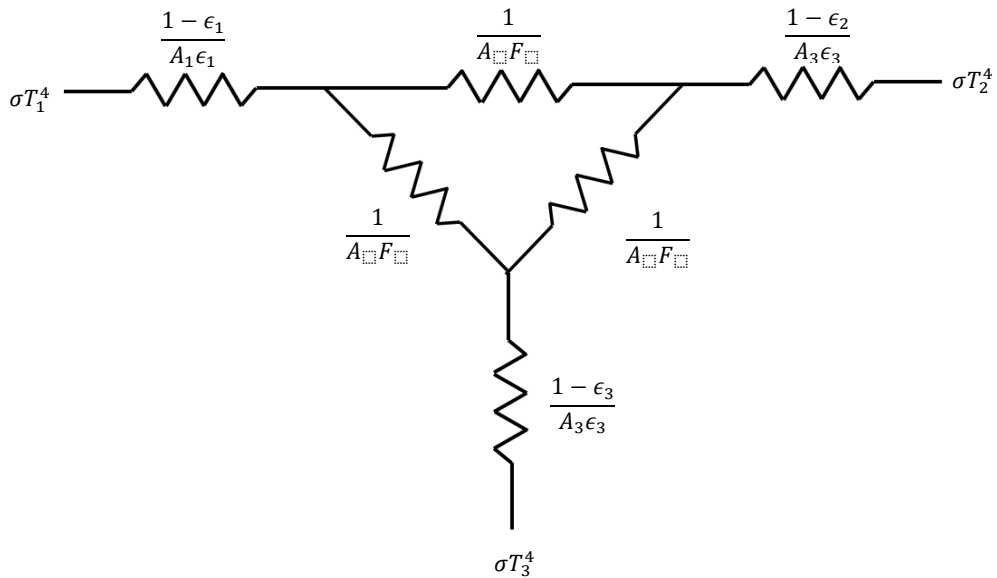
E sabendo que $\dot{M} = \dot{N}M$

c_1 = 1.58 mol/m ³	c_2 = 1.249 mol/m ³	r_2 = 32mm	r_1 = 30mm	$D_{N_2\text{-borracha}}$ = 0.15 · 10 ⁻⁹ m ² /s	L = 10m	M = 28kg/mol
------------------------------------	-------------------------------------	-----------------	-----------------	--	--------------	-------------------

Obtém-se $\dot{M} =$

4.

a)



1º Teste: 14-Nov-2013

4.

$$\dot{Q}_{entra} - \dot{Q}_{sai} = \dot{E}_{inicial} - \dot{E}_{final}$$

$$\rho V c_p \frac{dT}{dt} = -\alpha_A A (T - T_A) - \alpha_B A (T - T_B)$$

$$\rho V c_p \frac{dT}{dt} = -[\alpha_A A (T - T_A) + \alpha_B A (T - T_B)]$$

$$\rho V c_p \frac{dT}{dt} = -A [T(\alpha_A + \alpha_B) - \alpha_A T_A - \alpha_B T_B]$$

Mudança de variável

$$\theta = T(\alpha_A + \alpha_B) - \alpha_A T_A - \alpha_B T_B$$

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{d}{dt} [T(\alpha_A + \alpha_B) - \alpha_A T_A - \alpha_B T_B]$$

Como o segundo membro é constante fica

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{dT}{dt} (\alpha_A + \alpha_B)$$

Portanto para substituir

$$\frac{dT}{dt} = \frac{d\theta}{dt} (\alpha_A + \alpha_B)^{-1}$$

Substituindo

$$\rho V c_p \frac{d\theta}{dt} \frac{1}{\alpha_A + \alpha_B} = -A\theta$$

Separando as variáveis e integrando entre $t=0$ e t e θ e θ_0 , onde este último é θ para $t=0$ pq estes limites?

$$\int_{\theta_0}^{\theta} \frac{d\theta}{\theta} = \int_0^t -\frac{A(\alpha_A + \alpha_B)}{\rho V c_p} dt$$

Como no segundo membro não há nenhuma variável dependente e t , todo ele pode ser posto fora

$$\int_{\theta_0}^{\theta} \frac{d\theta}{\theta} = -\frac{A(\alpha_A + \alpha_B)}{\rho V c_p} \int_0^t dt$$

$$\ln(\theta) - \ln(\theta_0) = -\frac{A(\alpha_A + \alpha_B)t}{\rho V c_p}$$

$$\ln\left(\frac{\theta}{\theta_0}\right) = -\frac{A(\alpha_A + \alpha_B)t}{\rho V c_p}$$

$$\frac{\theta}{\theta_0} = e^{-\frac{A(\alpha_A + \alpha_B)t}{\rho V c_p}}$$

Voltando a substituir

$$\frac{T(\alpha_A + \alpha_B) - \alpha_A T_A - \alpha_B T_B}{T_0(\alpha_A + \alpha_B) - \alpha_A T_A - \alpha_B T_B} = e^{-\frac{A(\alpha_A + \alpha_B)t}{\rho V c_p}}$$

Como queremos T sozinho,

$$T = \frac{\left(e^{-\frac{A(\alpha_A + \alpha_B)t}{\rho V c_p}} [T_0(\alpha_A + \alpha_B) - \alpha_A T_A - \alpha_B T_B] + \alpha_A T_A + \alpha_B T_B \right)}{\alpha_A + \alpha_B}$$

Que pode ser reescrito como

$$T(t) = e^{-\frac{A(\alpha_A + \alpha_B)t}{\rho V c_p}} \left(T_0 - \frac{\alpha_A T_A + \alpha_B T_B}{\alpha_A + \alpha_B} \right) + \frac{\alpha_A T_A + \alpha_B T_B}{\alpha_A + \alpha_B}$$

Exame Fev 2010

Superfície cinzenta e difusa

Determinação de α : depende da temperatura da fonte emissora, neste caso a $T^a \text{ sol} = 5700$

$$\begin{aligned}\alpha &= \alpha_{0 \rightarrow 3} F_{0 \rightarrow 3}(5700) + \alpha_{3 \rightarrow 6.5} F_{3 \rightarrow 6.5}(5700) + \alpha_{6.5 \rightarrow \infty} F_{6.5 \rightarrow \infty}(5700) \\ \alpha &= 0.2 F_{0 \rightarrow 3 \cdot 5700} + 1(F_{0 \rightarrow 6.5 \cdot 5700} - F_{0 \rightarrow 3 \cdot 5700}) + 0.2(F_{6.5 \cdot 5700 \rightarrow \infty} - F_{0 \rightarrow 6.5 \cdot 5700}) \\ \alpha &= 0.215\end{aligned}$$

Determinação de ϵ : depende do corpo emissor, neste caso a ponte de betão $T_p = 2 + 273K$

$$\begin{aligned}\epsilon &= \epsilon_{0 \rightarrow 3} F_{0 \rightarrow 3}(275) + \epsilon_{3 \rightarrow 6.5} F_{3 \rightarrow 6.5}(275) + \epsilon_{6.5 \rightarrow \infty} F_{6.5 \rightarrow \infty}(275) \\ \epsilon &= 0.23\end{aligned}$$

4 Problema d)

Em funcionamento normal o fluxo de calor libertado é uniforme nas superfícies inferior e superior da placa, resultante da potência libertada pelos cabos. A superfície da placa é cinzenta e difusa com $\alpha = \epsilon = 0,7$ incidindo-lhe radiação solar com uma intensidade de 244 W/m^2 . O vento incide sobre a ponte de forma tangencial e perpendicular ao eixo dos cabos de aço, com uma velocidade de 30 km/h . Determine a temperatura efectiva da superfície superior da placa quando as temperaturas do ar e do céu são de 2°C e -50°C , respectivamente.

Ver desenho p.90

Como estamos a falar de regime permanente (steady state)

$$\sum \dot{Q}_{ss} = 0 \rightarrow \dot{Q}_c + \alpha \dot{q}_{i,p} A = \dot{Q}_{cv} + \dot{Q}_{rd} = \alpha_{cv} A (T_p - T_{ar}) + \epsilon \sigma (T_p^4 - T_{céu}^4)$$

Como toda a energia radiativa enviada para o céu é absorvida, este pode ser considerado um corpo negro.

$$\dot{Q}_{1-2} = \frac{\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1 - \epsilon_1}{A_1 \epsilon_1} + \frac{1}{A_1}} = \frac{\dots}{\frac{1 - \epsilon_1 + \epsilon_1}{A_1 \epsilon_1}} = \frac{\dots}{\frac{1}{A_1 \epsilon_1}} = A_1 \epsilon_1 \sigma (T_1^4 - T_2^4)$$

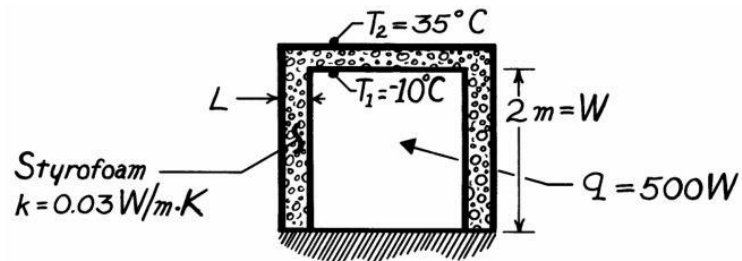
#Outros exercícios#

1.7

Sabido: Dimensões do compartimento da arca frigorífica. Temperaturas interiores e exteriores.

Achar: Espessura do isolante necessária para manter fluxo de calor inferior ao indicado.

Esqema:



Suposições: (1) Base perfeitamente isolada; (2) Condução mono dimensional pelas 5 paredes, de área $A = 4 \text{ m}^2$; (3) Regime permanente; (4) Propriedades constantes.

Análise: Aplicando a equação de Fourier

$$\dot{Q} = -\lambda \frac{T_2 - T_1}{\Delta x} A$$

$\dot{Q} = 500$	$\lambda = 0.03$	$A = 4$	$T_2 - T_1 = 35 + 10 = 45$
-----------------	------------------	---------	----------------------------

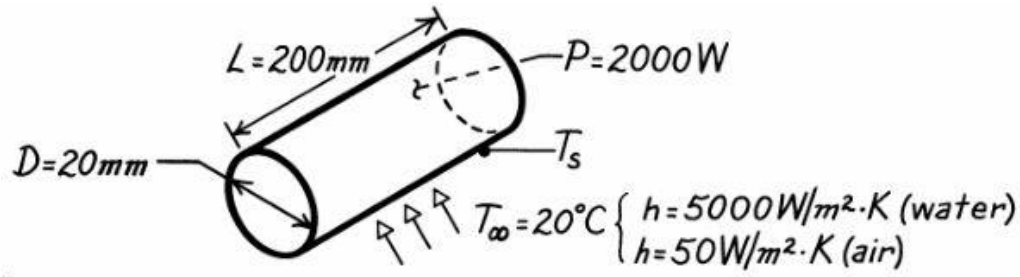
$$\Delta x = 0.054$$

1.16

Sabido: Dimensions of a cartridge heater. Heater power. Convection coefficients in air and water at a prescribed temperature.

Achar: A temperatura superficial sendo o fluido água e sendo o fluido ar.

Esqema:



Suposições: (1) Regime permanente; (2) Toda potência elétrica é transferida para o fluido por convecção; (3) TC pelos topos negligível.

Análise:

Pela analogia reo elétrica

$$\dot{Q} = \frac{\Delta T}{R_{eq}} \rightarrow \text{como só temos convecção} \rightarrow \dot{Q}_{cv} = \frac{\Delta T}{R_{cv}} = \frac{\Delta T}{\frac{1}{\alpha A}} = \alpha A \Delta T$$

14.5

Sabido: Coeficientes de difusão mássica de duas misturas binárias (Amónia-ar e Hidrogénio-ar) a uma dada temperatura ($T=298K$).

Achar: Os coeficientes de difusão mássica dessas misturas a outra temperatura ($T=350K$).

Análise:

TABLE A.8 Binary Diffusion Coefficients at One Atmosphere^{a,b}

Substance A	Substance B	T (K)	D_{AB} (m ² /s)
Gases			
NH ₃	Air	298	0.28×10^{-4}
H ₂ O	Air	298	0.26×10^{-4}
CO ₂	Air	298	0.16×10^{-4}
H ₂	Air	298	0.41×10^{-4}
O ₂	Air	298	0.21×10^{-4}
Acetone	Air	273	0.11×10^{-4}
Benzene	Air	298	0.88×10^{-5}
Naphthalene	Air	300	0.62×10^{-5}
Ar	N ₂	293	0.19×10^{-4}
H ₂	O ₂	273	0.70×10^{-4}
H ₂	N ₂	273	0.68×10^{-4}
H ₂	CO ₂	273	0.55×10^{-4}
CO ₂	N ₂	293	0.16×10^{-4}
CO ₂	O ₂	273	0.14×10^{-4}
O ₂	N ₂	273	0.18×10^{-4}

Sabe-se que

$$D \propto \frac{T^{3/2}}{P}$$

Então para diferentes temperaturas mantendo a pressão constante

$$\frac{D_1}{D_2} = \frac{k \frac{T_1^{3/2}}{P}}{k \frac{T_2^{3/2}}{P}} = \frac{T_1^{3/2}}{T_2^{3/2}} = \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{3/2}$$

Então,

$$\frac{D_{350K}}{D_{298K}} = \left(\frac{350}{298}\right)^{3/2}$$

Portanto para cada mistura fica-se com

$$D_{NH_3-ar,350K} = D_{NH_3-ar,298K} \cdot \frac{D_{350K}}{D_{298K}} = 0.36 \cdot 10^{-4}$$

$$D_{H_2-ar,350K} = D_{H_2-ar,298K} \cdot \frac{D_{350K}}{D_{298K}} = 0.52 \cdot 10^{-4}$$

Comentário: Aumentando a temperatura, a energia cinética das moléculas aumenta, e daí o aumento da difusividade.

Se também houvesse variação da pressão, era depois necessário multiplicar pelo coeficiente de proporcionalidade para a pressão.

14.9

An old-fashioned glass apothecary jar contains a patent medicine. The neck is closed with a rubber stopper that is 20 mm tall, with a diameter of 10 mm at the bottom end, widening to 20 mm at the top end. The molar concentration of medicine vapor in the stopper is $2 \times 10^{-3} \text{ kmol/m}^3$ at the bottom surface and is negligible at the top surface. If the mass diffusivity of medicine vapor in rubber is $0.2 \times 10^{-9} \text{ m}^2/\text{s}$, find the rate (kmol/s) at which vapor exits through the stopper.



$d=20$

Sabido: As dimensões da rolha; As concentrações molares do vapor A no fundo e no topo.

Achar: O caudal a que o vapor sai pela rolha.

Análise:

C_A : concentração de A

$$C_A(y) \rightarrow \begin{cases} C_A(0) = 20 \cdot 10^{-3} \\ C_A(L) = 0 \end{cases}$$

Vamos trabalhar em kmol/s, e usar a letra N maiúsculo, porque é o produto do fluxo pela área. Aqui estamos interessados na variação da concentração com y . Então a equação para o caudal molar é

$$\dot{N} = \dot{n}A = -D \frac{dc}{dy} A \quad (1)$$

Notar a semelhança com a expressão para a condução $\dot{Q} = -\lambda \frac{dT}{dx} A$. Por seu lado, a área é variável com y , $A(y)$, e como vamos integrar em ordem a y , temos de exprimir essa dependência para fazer o integral corretamente

$$\phi(y) = \pi r(y)^2$$

Como o raio varia linearmente com y facilmente se acha a expressão que relaciona ambos, equação de uma reta que passa por dois pontos. Sabemos que

$$r(0) = 0.005$$

$$r(0.02) = 0.01$$

Portanto

$$r = \frac{0.01 - 0.005}{0.02 - 0} y + 0.005$$

$$r = 0.25y + 0.005$$

Que podemos por na forma geral $r = my + b$ para ser mais rápido a escrever, depois no fim volta-se a substituir

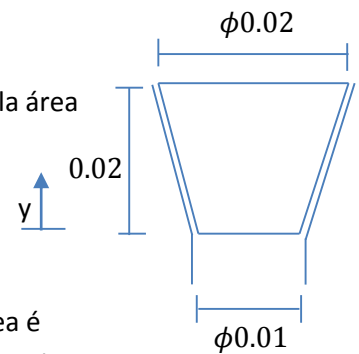
Então (1) fica

$$-D \frac{dc}{dy} \pi (my + b)^2 = \dot{N}$$

Para aplicar a este caso é agora necessário primitivar. Separando as variáveis,

$$-\frac{D\pi (my + b)^2}{dy} = \frac{\dot{N}}{dc}$$

Para facilitar invertem-se ambos os membros e isola-se "dc" porque a concentração é o q mais nos interessa



$$-\frac{\dot{N}dy}{D\pi(my+b)^2} = dc$$

E primitiva-se

$$\int -\frac{\dot{N}dy}{D\pi(my+b)^2} = \int dc$$

Pondo as constantes de fora

$$-\frac{\dot{N}}{D\pi} \int (my+b)^{-2} dy = \int dc$$

Como falta um "m" para ser uma primitiva direta. Lembrar qe $(u^n)' = nu^{n-1}u'$ e $Pu'u^n = \frac{u^{n+1}}{n+1}$

$$-\frac{\dot{N}}{D\pi m} \int m(my+b)^{-2} dy = \int dc$$

$$\frac{\dot{N}}{D\pi m} (my+b)^{-1} + c_2 = c$$

$$\text{condições fronteira} \rightarrow \begin{cases} C_A(0) = c_1 \rightarrow \frac{\dot{N}}{D\pi m} (b)^{-1} + c_2 = c_1 \\ C_A(L) = 0 \rightarrow \frac{\dot{N}}{D\pi m} (mL+b)^{-1} + c_2 = 0 \end{cases}$$

Resolvendo o sistema de equações

$$\frac{\dot{N}}{D\pi m} (b)^{-1} - \frac{\dot{N}}{D\pi m} (mL+b)^{-1} = c_1$$

Substituem-se os valores em baixo e tira-se o valor de \dot{N}

$c_1 = 20 \cdot 10^{-3}$	$m = 0.25$	$L = 0.02$
$D = 0.2 \cdot 10^{-9}$	$b = 0.005$	

Portanto a resposta final é

$$\dot{N} = 3.14 \cdot 10^{-14} \text{ kmol/s}$$

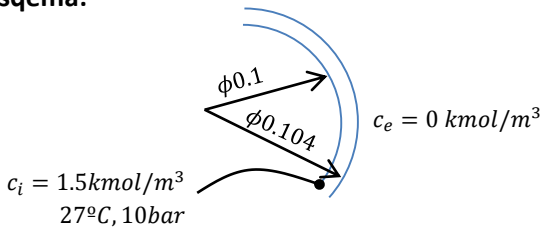
14.19

Sabido: Concentrações molares do H_2 na superfície interior e exterior, coeficiente de difusão do hidrogénio no aço, dimensões do reservatório, pressão e temperatura.



Achar: a) o caudal ou taxa de perda mássica de H_2 por difusão pela parede do tanque; b) A velocidade de queda de pressão dentro do tanque, $\frac{dp}{dt}$?

Esqema:



Análise:

a)

Podemos :

- A - converter já as concentrações para unidades mássicas e fazer as contas nessas unidades
- B - ou trabalhar em kmol e converter no fim.

B -

$$\dot{N} = \frac{\Delta c}{R} = \frac{c_i - c_e}{\frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_e}} \cdot \frac{1}{4\pi D}$$



$$\gamma_A(r) = \frac{\gamma_{A,1} - \gamma_{A,2}}{\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_2} \right) + \gamma_{A,2}$$

$$R_{diff} = \frac{1}{4\pi D_{AB}} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

$c_i = 1.5$	$r_i = 0.05$	$D = 0.3 \cdot 10^{-12}$
$c_e = 0$	$r_e = 0.052$	

$$\dot{N} = 7.35 \cdot 10^{-12} \frac{kmol}{s}$$

Convertendo em kg/s, multiplica-se pela massa molar M do hidrogénio, $M_{H_2} = 2$

$$\dot{N}M_{H_2} = \dot{M} = 1.47 \cdot 10^{-11} kg/s$$

b)

Como o hidrogénio é um gás perfeito, aplica-se a lei dos gases perfeitos

$$pV = nRT \quad (1)$$

Para obtermos algo na forma $\frac{dp}{dt}$ isola-se o "p"

$$p = \frac{nRT}{V}$$

E deriva-se em ordem ao tempo

$$\frac{dp}{dt} = \frac{d\left(\frac{nRT}{V}\right)}{dt}$$

Como o volume, a constante universal dos gases e a temperatura se mantêm constante e só o número de moles, n, é que pode variar,

$$\frac{dp}{dt} = \frac{dn}{dt} \frac{\mathcal{R}T}{V}$$

Se repararmos $\frac{dn}{dt}$ não é mais do que \dot{N} , e portanto já temos todos os valores e é só substituir

$\dot{N} = 7.35 \cdot 10^{-12}$	$T = 27 + 273.15$	$V = \frac{\pi\phi^3}{6}, \phi = 0.1$	$\mathcal{R} = 8314$
---------------------------------	-------------------	---------------------------------------	----------------------

$$\frac{dp}{dt} = 0.035 \text{ Pa/s}$$

Comentário:

Quando estamos a falar da difusão um gás num meio líquido ou num meio sólido existem descontinuidades na concentração. Para este caso, apesar de a concentração na parede interior do reservatório ser 1.5 kmol/m^3 a concentração no interior será diferente. Isto é, na interface sólida-gasosa, do lado sólido, a concentração é 1.5 kmol/m^3 mas do lado gasoso naturalmente é muito mais elevada. Imaginar por exemplo que a parede era 100% impermeável. Nem uma molécula passava. Então não há nenhuma molécula do gás que se consiga dissolver na parede, mesmo na superfície interior da parede. Aí está a descontinuidade. A concentração desse gás na superfície interior da parede é 0.

Outra nota, quando usámos a equação dos gases perfeitos, o "c" ou o "ρ" é a concentração do gás por m^3 do gás. Mas quando definidos a concentração na parede da esfera, aquela concentração está por m^3 de aço. A concentração é sempre por unidade de volume do meio em que se está.

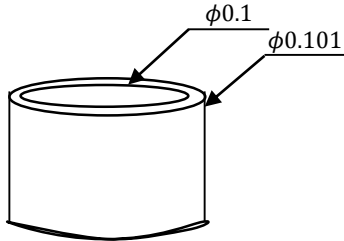
14.24

Sabido: Qual o gás (He), sua temperatura (25 °C) e pressão (4 bar), e dimensões do cilindro.

Achar: O caudal mássico de perda do gás através do cilindro por unidade de comprimento do cilindro.

Suposições: $c_{He\ exterior} \approx 0$

Esquema:



Análise:

Qual é a novidade relativamente ao exercício 14.19? É que desta vez não nos são dadas informações relativamente às concentrações. Por isso vamos ter de arranjar alguma maneira de quantificar as concentrações de Hélio na interface do reservatório.

$$\dot{N} = \frac{\Delta c}{R} = \frac{c_i - c_e}{\ln \frac{r_e}{r_i}} \frac{1}{2\pi D l} \quad (1)$$

Daqui o que não sabemos é c_i que é a concentração do hélio no vidro, do lado interior. Essa concentração vai-se saber através do conceito de solubilidade, em que

$$c_i = sp$$

Onde “s” é solubilidade e “p” é a pressão parcial do He, que neste caso, como só existe hélio é a sua pressão total

$s = 0.45 \cdot 10^{-3}$	$p = 4bar$
--------------------------	------------

TABLE A.10 The Solubility of Selected Gases and Solids^a

Gas	Solid	T (K)	$S = C_{A,i}/p_{A,i}$ (kmol/m ³ · bar)
O ₂	Rubber	298	3.12×10^{-3}
N ₂	Rubber	298	1.56×10^{-3}
CO ₂	Rubber	298	40.15×10^{-3}
He	SiO ₂	293	0.45×10^{-3}
H ₂	Ni	358	9.01×10^{-3}

Assim $c_i = 1.8 \cdot 10^{-3} \text{ kmol/m}^3$. Significa isto que por cada m³ de vidro, à superfície, existe aquela quantidade de hélio.

$c_i = 1.8 \cdot 10^{-3}$	$r_e = 55mm$	$D = 0.4 \cdot 10^{-13}$
$c_e = 0$	$r_i = 50$	$l = 1$

Substituindo em (1) obtém-se $\dot{N} = 4.75 \cdot 10^{-15} \text{ kmol/s}$

Como é pedido o caudal mássico, multiplica-se o caudal molar pela massa molar do hélio, que é $M_{He} = 4$

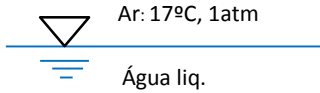
$$\dot{M} = 1.9 \cdot 10^{-13} \text{ kg/s}$$

14.20

Sabido: Temperatura do ar atmosférico e da água (17°C). Percentagem volúmica de oxigénio no ar (20,5%).

Achar: a) Frações (concentrações) molares e mássicas de água de ambos os lados da interface; b) Frações molares e mássicas de oxigénio de ambos os lados da interface.

Esqema:



Suposições: Ar comporta-se como gás perfeito

Análise:

a)

$p_{sat}@17^{\circ}C$ Vap. saturado
 Líq. saturado

TABLE A.6 Thermophysical Properties of Saturated Water^a

Temperature, T (K)	Pressure, p (bars) ^b	Specific Volume (m ³ /kg)		Heat of Vaporization, h_{fg} (kJ/kg)	Specific Heat (kJ/kg · K)		
		$v_f \cdot 10^3$	v_g		$c_{p,f}$	$c_{p,g}$	μ_f
273.15	0.00611	1.000	206.3	2502	4.217	1.854	11
275	0.00697	1.000	181.7	2497	4.211	1.855	11
280	0.00990	1.000	130.4	2485	4.198	1.858	11
285	0.01387	1.000	99.4	2473	4.189	1.861	11
290	0.01917	1.001	69.7	2461	4.184	1.864	11

TABLE A.9 Henry's Constant for Selected Gases in Water at Moderate Pressure^a

T (K)	$H = p_{A,i}/x_{A,i}$ (bars)							
	NH ₃	Cl ₂	H ₂ S	SO ₂	CO ₂	CH ₄	O ₂	H ₂
273	21	265	260	165	710	22,880	25,500	58,000
280	23	365	335	210	960	27,800	30,500	61,500
290	26	480	450	315	1300	35,200	37,600	66,500
300	30	615	570	440	1730	42,800	45,700	71,600
310	—	755	700	600	2175	50,000	52,500	76,000
320	—	860	835	800	2650	56,300	56,800	78,600
323	—	890	870	850	2870	58,000	58,000	79,000

$$\text{água} \rightarrow 17^{\circ}C, 290K \rightarrow \begin{cases} v_v = 69.7 \\ v_l = 1.001 \cdot 10^{-3} \end{cases}$$

Daqui se tira as concentrações mássicas e delas as respetivas molares

$$\rho_v = \frac{1}{v_v} = 0.0143 \rightarrow \frac{\rho_v}{M_{H_2O}} = c_{v_{H_2O}} = 7.94 \cdot 10^{-4}$$

$$\rho_l = \frac{1}{v_l} = 999 \rightarrow \frac{\rho_l}{M_{H_2O}} = c_{l_{H_2O}} = 55.5$$

b)

Aqui vamos precisar de usar a constante de Henry que nos diz a concentração de gas no lado liquido da interface, mas em que o gas e o liquido não são a mesma substancia. Já não é agua-agua mas O₂ agua.

Vamos começar pelo lado do ar que é mais fácil.

Tanto o oxigénio como o azoto (grande maioria do ar) ocupam o mesmo volume. Mas se os separarmos, e os pusermos à mesma pressão e temperatura, o O₂ vai ocupar um volume menor que o azoto. Por outro lado também podíamos dizer que, nada disso, ocupam o mesmo volume, mas então cada um está à sua pressão parcial.

Índice: t: total

O ar, se considerado gás perfeito, obedece à lei

$$p_t V_t = n_t R T \quad (1)$$

Já do oxigénio podemos dizer as duas coisas que foram ditas acima

$p_t V_{O_2} = n_{O_2} R T \quad (2)$		$p_{O_2} V_t = n_{O_2} R T \quad (3)$	
$\frac{(2)}{(1)} = \frac{V_{O_2}}{V_t} = \frac{n_{O_2}}{n_t}$	Se fizermos assim, concluímos que a fração	$\frac{(3)}{(1)} = \frac{p_{O_2}}{p_t} = \frac{n_{O_2}}{n_t}$	Se fizermos assim, concluímos que a fração de

	volúmica é a mesma que a fração molar		pressão é a mesma que a fração molar
--	---------------------------------------	--	--------------------------------------

De qualquer maneira nós só temos informação relativa ao 1º caso: a fração volúmica do oxigénio no ar é 20,5%. Isso quer dizer que

$$\frac{V_{O_2}}{V_t} = 0.205 = \frac{n_{O_2}}{n_t}$$

E portanto a fração molar do oxigénio na interface ar-água do lado do ar é 0.205. A respetiva fração mássica pode ser dada por

$$\frac{m_{O_2}}{m_t} = \frac{n_{O_2} M_{O_2}}{n_t M_{t(ar)}}$$

$\frac{n_{O_2}}{n_t} = 0.205$	$M_{N_2} = 28$
$M_{O_2} = 32$	$M_{ar} = 0.205 \cdot 32 + 0.795 \cdot 28 = 28.82$

$$\frac{m_{O_2}}{m_t} = 0.228$$

Só falta saber quais as frações molar e mássica do lado da água. Para isso vamos usar a lei de Henry que relaciona a pressão parcial de uma substância noutra com a sua fração molar nessa substância. $H_y = \frac{p_y}{x_y}$. Se puser em ordem à fração molar que é o que pretendemos determinar.

$$x_{O_2 liq} = \frac{p_{O_2 liq}}{H_{O_2 liq}}$$

$x_{O_2 liq}$: fração molar do oxigénio na interface ar-água do lado da água (líquido)

p_{O_2} : pressão parcial de O_2

H: constante de Henry

A constante de Henry tira-se da tabela (ver acima). Quanto à pressão parcial, como $\frac{n_{O_2}}{n_t} = \frac{p_{O_2}}{p_t} = 0.205$ e como $p_t = 1 \text{ atm} \rightarrow p_{O_2} = 0.205 \text{ bar}$

Assim, a equação acima dá $x_{O_2 liq} = 5.45 \cdot 10^{-6}$

Por sua vez, a fração mássica de O_2 na interface do lado da água é dada por

$$\frac{\rho_{O_2}}{\rho_t} = \frac{\rho_{O_2}}{\rho_{H_2O} + \rho_{O_2}} \quad (4)$$

Daqui falta saber ρ_{O_2} . Como sabemos a fração molar podemos tentar relacioná-la com a concentração mássica.

$$x_{O_2 liq} = \frac{c_{O_2 liq}}{c_{t liq}} = \frac{c_{O_2 liq}}{c_{O_2 liq} + c_{H_2O liq}} \quad (5)$$

Pela definição sabemos que

$$c_{O_2 liq} = \frac{\rho_{O_2 liq}}{M_{O_2}} \quad e \quad c_{H_2O liq} = \frac{\rho_{H_2O liq}}{M_{H_2O}}$$

Substituindo em (5)

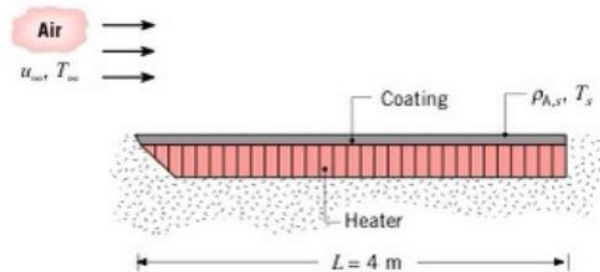
$$x_{O_2 liq} = \frac{\frac{\rho_{O_2 liq}}{M_{O_2}}}{\frac{\rho_{O_2 liq}}{M_{O_2}} + \frac{\rho_{H_2O liq}}{M_{H_2O}}}$$

$x_{O_2_{liq}} = 5.45 \cdot 10^{-6}$	$\rho_{H_2O_{liq}} = 999$ (<i>tab. líquido saturado</i>)	$M_{O_2} = 32$	$M_{H_2O} = 18$
--------------------------------------	--	----------------	-----------------

Daqui se tira $\rho_{O_2} = 9.68 \cdot 10^{-3}$ e por substituição em (4) que a fração mássica é $9.7 \cdot 10^{-6}$. Notar que $\rho_{O_2} \ll \rho_{H_2O}$. Assim, podia-se ter considerado que na fase líquida total só existia água.

7.116

7.116 A flat plate coated with a volatile substance (species A) is exposed to dry, atmospheric air in parallel flow with $T_\infty = 20^\circ\text{C}$ and $u_\infty = 8\text{ m/s}$. The plate is maintained at a constant temperature of 134°C by an electrical heating element, and the substance evaporates from the surface. The plate has a width of 0.25 m (normal to the plane of the sketch) and is well insulated on the bottom.

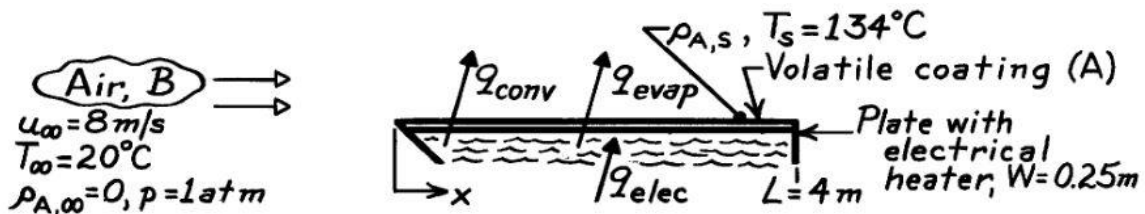


The molecular weight and the latent heat of vaporization of species A are $M_A = 150\text{ kg/kmol}$ and $h_{fg} = 5.44 \times 10^6\text{ J/kg}$, respectively, and the mass diffusivity is $D_{AB} = 7.75 \times 10^{-7}\text{ m}^2/\text{s}$. If the saturated vapor pressure of the substance is 0.12 atm at 134°C , what is the electrical power required to maintain steady-state conditions?

Sabido: Ar escoa-se sobre uma placa plana molhada (por substancia A) aquecida de área e temperatura conhecidas.

Achar: A potência elétrica necessária para manter condições de regime permanente.

Esqema:



Análise:

Supondo condições de regime permanente, a potência elétrica é igual ao fluxo de calor a sair da superfície, qe vai ser devido à convecção forçada e devido à vaporização do líquido.

$$\dot{Q}_{el} = \dot{Q}_{cv} + \dot{Q}_{vap}$$

→ Relativamente ao fluxo por convecção forçada

$$\dot{Q}_{cv} = \alpha A (T_p - T_\infty)$$

Para, falta saber o coeficiente de convecção, α . Para tal é preciso saber Nu e para tal é preciso saber Re . Por sua vez para saber Re é preciso saber as propriedades do ar, e para isso é preciso saber a temperatura a qe vão ser tiradas à tabela.

$$T = \frac{134 + 20}{2} = 77^\circ\text{C} \rightarrow \begin{cases} \nu = 20.63 \cdot 10^{-6} \\ \lambda = 0.0297 \\ Pr = 0.708 \end{cases}$$

$$Re_L = \frac{vL}{\nu} = 1.55 \cdot 10^6 \Rightarrow \text{turbulento} (Re_{cr} = 5 \cdot 10^5)$$

Como o comprimento crítico há-de ser sensivelmente a 1/3 do comprimento da placa, usa-se a equação

$$\overline{Nu} = (0,037 Re_L^{4/5} - 871) Pr^{1/3}$$

(Regime misto (lam+turb) sobre a placa)
 $Re_L > Re_{cr}$

$$Nu = (0,037 Re_L^{4/5} - 871) Pr^{1/3}$$

$$Nu = 2178$$

$$Nu = \frac{\alpha L}{\lambda} \rightarrow \alpha = 16.17$$

E portanto

$\alpha = 16.17$	$A = 0.25 \cdot 4$	$T_p - T_\infty = 134 - 20$
------------------	--------------------	-----------------------------

$$\dot{Q}_{cv} = 1843 W$$

→ Relativamente ao fluxo devido à vaporização

$$\dot{Q}_{vap} = \dot{M} q_{lv}$$

$$\dot{M} = \alpha_m A (\rho_{A_p} - \rho_{A_\infty})$$

α_m : coeficiente de massa?

Daqui sabemos que $\rho_{A_\infty} = 0$, e falta saber α_m e ρ_{A_p} , que é a concentração mássica da substância A na interface placa-vapor do lado do vapor. Sabemos que na interface placa-vapor do lado do vapor temos vapor saturado de A à pressão parcial de 0,12 atm $\Leftrightarrow 0.12 \cdot 101300 Pa$

Por outro lado tb sabemos que

$$p_A = (\rho RT)_A$$

Onde $R_A = \frac{R}{M_A} = \frac{8314}{150} = 55.43$. Assim para $T = 134 + 273.15$, tem-se $\rho_{A_p} = 0.539$.

Relativamente a α_m , tal como para o coeficiente de convecção, a lógica é a mesma. Em vez do número de Nusselt, usa-se o número de Sherwood, definido da seguinte forma para regime misto numa placa plana (já se viu que tal é o caso no cálculo de Re)

$$\overline{Sh} = (0,037 Re_L^{4/5} - 871) Sc^{1/3}$$

(Regime misto (lam+turb) sobre a placa)
 $Re_L > Re_{cr}$

$$\overline{Sh} = (0,037 Re_L^{4/5} - 871) Sc^{1/3}$$

Como $Sc = \frac{\nu}{D}$ (nº de Schmidt). Vendo acima tem-se o valor de ν e a difusividade é a mesma, portanto $Sc = 34.36$ e portanto $Sh = 7297$. Como

$$\overline{Sh} = \frac{\bar{\alpha}_m L}{D}$$

Tira-se $\alpha_m = 1.41 \cdot 10^{-3}$. Substituindo α_m , a área = $4 \cdot 0.25$ e $\rho_{A_p} = 0.539$ e $\rho_{A_\infty} = 0$ na expressão a verde tira-se $\dot{M} = 7.62 \cdot 10^{-4}$. O calor latente de vaporização é dado e vale $q_{lv} = 5.44 \cdot 10^6 J/kg$ e assim substituindo na expressão a verde escuro, tira-se $\dot{Q}_{vap} = 4145$. Finalmente somando os dois fluxos obtém-se o fluxo total que é $\dot{Q} = 4145 + 1843 = 5988 W$.

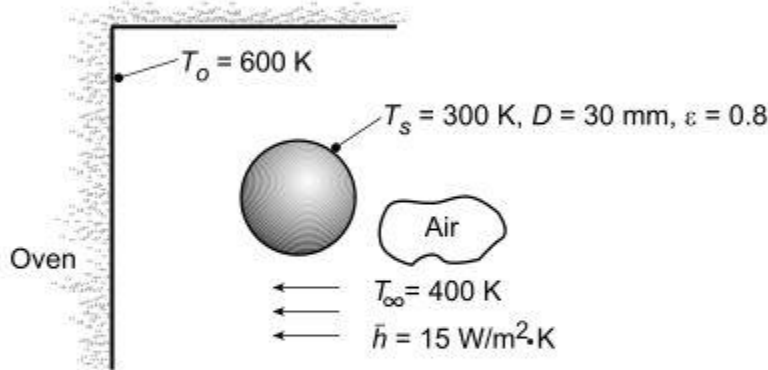
Vamos agora ainda supor que a placa, opaca, difusa, cinzenta, se encontra ao sol, e que tem $\alpha = 0.7$. Qual a nova potência elétrica necessária?

PROBLEM 12.77

KNOWN: Diffuse-gray sphere is placed in large oven with known wall temperature and experiences convection process.

FIND: (a) Net heat transfer rate to the sphere when its temperature is 300 K, (b) Steady-state temperature of the sphere, (c) Time required for the sphere, initially at 300 K, to come within 20 K of the steady-state temperature, and (d) Elapsed time of part (c) as a function of the convection coefficient for $10 \leq h \leq 25 \text{ W/m}^2\cdot\text{K}$ for emissivities 0.2, 0.4 and 0.8.

SCHEMATIC:



ASSUMPTIONS: (1) Sphere surface is diffuse-gray, (2) Sphere area is much smaller than the oven wall area, (3) Sphere surface is isothermal.

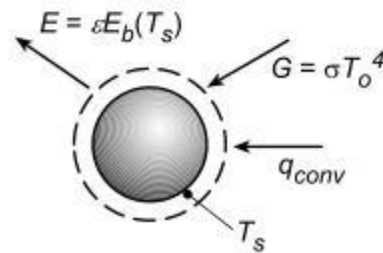
PROPERTIES: Sphere (Given) : $\alpha = 7.25 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$, $k = 185 \text{ W/m}\cdot\text{K}$.

ANALYSIS: (a) From an energy balance on the sphere find

$$q_{\text{net}} = q_{\text{in}} - q_{\text{out}}$$

$$q_{\text{net}} = \alpha G A_s + q_{\text{conv}} - E A_s$$

$$q_{\text{net}} = \alpha \sigma T_o^4 A_s + h A_s (T_\infty - T_s) - \epsilon \sigma T_s^4 A_s \quad (1)$$



Como a esfera é difusa, pela lei de Kirchoff, $\alpha_\lambda = \epsilon_\lambda$

$$\dot{q}_{\text{líquido}} = \epsilon \sigma (T_s^4 - T_o^4) + \alpha_{cv} (T_\infty - T_s)$$

$\epsilon = \alpha = 0.8$	$\alpha_{cv} = 15$	$T_s = 300$	$T_o = 600$	$T_\infty = 300$
---------------------------	--------------------	-------------	-------------	------------------

$$\dot{q}_{\text{liq}} = 7008 \text{ W/m}^2$$

b) Em regime permanente, o balanço térmico na superfície da esfera = 0, $\rightarrow \dot{q}_{\text{liq}} = 0$

$$\epsilon \sigma (T_s^4 - T_o^4) + \alpha_{cv} (T_\infty - T_s) = 0$$

O que nos permite saber a temperatura da esfera em regime permanente qe é

$$T_s = 538 \text{ K}$$

Agora portanto queremos saber quanto tempo demora até atingir 538K desde 300K. Para tal é preciso primeiro saber se a variação espacial da temperatura dentro da esfera pode ou não ser desprezada.

$$Bi = \frac{\alpha L_c}{\lambda_s}$$

$$L_c = \frac{V}{A} = \frac{\frac{4}{3}\pi r^3}{4\pi r^2} = 0.005$$

$$Bi = 4.05 * 10^{-4} \ll 0.1 \rightarrow \text{análise global}$$

$$\rho V c_p \frac{dT}{dt} = \alpha_{cv} A (T_s(t) - T_\infty) + \epsilon \sigma (T_s^4(t) - T_0^4)$$

What now, não parece dar para fazer mudança de variável.

Se Bi^{-1} não fosse tão grande, podia-se usar a carta de Heisler qe dá a variação da temperatura no centro de uma esfera com o tempo(qe neste caso como $Bi < 0.1$ essa variação é igual à superfície), mas não há curvas para $Bi^{-1} > 100$.